

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1: (2 điểm) Cho các biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}}{1+3\sqrt{x}}; \quad B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x > 0, x \neq 9$$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
2. Rút gọn biểu thức B.
3. Cho biểu thức $P = A : B$. Tìm giá trị của x để $P < 3$.

Câu 2: (2,5 điểm)

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội thợ mỏ phải khai thác 216 tấn than trong một thời gian nhất định. Ba ngày đầu, mỗi đội khai thác theo đúng định mức. Sau đó, mỗi ngày họ đều khai thác vượt mức 8 tấn. Do đó họ đã khai thác được 232 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội thợ phải khai thác bao nhiêu tấn than?

2. Bạn Ngọc dùng giấy bìa để làm một chiếc mũ sinh nhật có đường sinh dài 16cm, đường kính đáy mũ 14cm. Tính diện tích giấy bìa vừa đủ để bạn hoàn thành chiếc mũ đó (Giả định phần giấy bìa dành cho các mối dán nối là không đáng kể).



Câu 3: (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$

2. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-2)x + 2m - 5 = 0 \quad (1)$

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi của tham số m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

Tìm m để x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1) < 4$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R) (với $AB < AC$). Hai đường cao BF và CE của tam giác cắt nhau tại H.

1. Chứng minh tứ giác BEFC và AEHF là tứ giác nội tiếp.

2. Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại S và EF cắt đường tròn (O) tại M và N (M nằm giữa S và E). Chứng minh: SM. SN = SE. SF.

3. Tia CE cắt đường tròn (O) tại K, vẽ dây KI song song với EF. Chứng minh H, K đối xứng nhau qua AB.

Câu 5: (0,5 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^3 + b^3 + abc} + \frac{1}{b^3 + c^3 + abc} + \frac{1}{c^3 + a^3 + abc} \leq \frac{1}{abc}$$