

**Bài 1 (2 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{x-2}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$  với  $x > 0$ ;  $x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 16$
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm giá trị nguyên của x để  $P = A.B$  có giá trị là số tự nhiên.

**Bài 2 (2,5 điểm)**

- 1) Để đóng gói hết 600 tập vở tặng các bạn vùng cao, lớp 9A dự định dùng một số thùng carton cùng loại, số tập vở trong mỗi thùng là như nhau. Tuy nhiên khi đóng gói vào các thùng, có 3 thùng bị hỏng không sử dụng được nên mỗi thùng còn lại phải đóng thêm 10 tập vở nữa mới hết. Tính số thùng carton ban đầu lớp 9A dự định sử dụng và số tập vở dự định đóng trong mỗi thùng.
- 2) Nón Huế có dạng một hình nón, đường kính đáy bằng 40cm, độ dài đường sinh là 30cm. Người ta làm mặt xung quanh hình nón bằng 3 lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế như vậy? (với  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài 3 (2 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{3x-4} + 3\sqrt{y+1} = 2 \\ \frac{3}{3x-4} + 5\sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$
- 2) Cho parabol (P):  $y=x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (2m-1)x - m^2 + m$ .
  - a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt.
  - b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$ .

**Bài 4 (3 điểm)**

- Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB không đi qua tâm O. Từ điểm S thuộc tia đối của tia AB (S khác A) vẽ hai tiếp tuyến SC, SD đến đường tròn (O) với C, D là hai tiếp điểm và C thuộc cung nhỏ AB. Gọi H là trung điểm của AB.
- a) Chứng minh 5 điểm S, C, D, H, O cùng thuộc một đường tròn.
  - b) Gọi I là giao điểm của OH và DC. Chứng minh hai tam giác OHD và ODI đồng dạng và BI là tiếp tuyến của (O).
  - c) Đường thẳng đi qua A và song song với SC cắt CD tại K. Chứng minh đường thẳng BK đi qua trung điểm của SC.

**Bài 5 (0,5 điểm)**

Cho  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $2(b^2 + bc + c^2) = 3(3 - a^2)$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = a + b + c + \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$

-----

**Bài 1 (2 điểm)**

| Câu | Nội dung                                                                                                                                                                                                         | Biểu điểm |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1   | Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức A                                                                                                                                                                             | 0,25      |
|     | $A = \frac{16-2}{\sqrt{16}} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$                                                                                                                                                        | 0,25      |
|     | Vậy $A = \frac{7}{2}$ khi $x = 16$                                                                                                                                                                               |           |
| 2   | $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$                                                                                                                                |           |
|     | $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$                                                                                                             | 0,25      |
|     | $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$                                                         | 0,25      |
|     | $= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$                                                                                                                                                 | 0,25      |
|     | $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$                                                                                                                                                        |           |
|     | $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$                                                                                                                                                                                  | 0,25      |
|     | Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$                                                                                                                                                   |           |
| 3   | $P = A.B = \frac{x-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{x-2}{\sqrt{x}-3}$                                                                                                                      |           |
|     | TH1: $x = 2 \Rightarrow P = 0 \Rightarrow x = 2$ (tmđk)                                                                                                                                                          | 0,25      |
|     | TH2: $x \neq 2$<br>$P = \sqrt{x} + 3 + \frac{7}{\sqrt{x}-3}$<br>$\sqrt{x} - 3 \in U(7)$<br>Tìm được $x \in \{4; 16; 100\}$ thay vào P tmđk P có giá trị là số tự nhiên<br>Kết luận $x \in \{2; 4; 16; 100\}$ thì | 0,25      |

**Bài 2 (2,5 điểm)**

| Câu | Nội dung                                                                            | Biểu điểm |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1   | Gọi số thùng carton lớp 9A dự định sử dụng là x (thùng; $x \in \mathbb{N}; x > 3$ ) | 0,25      |

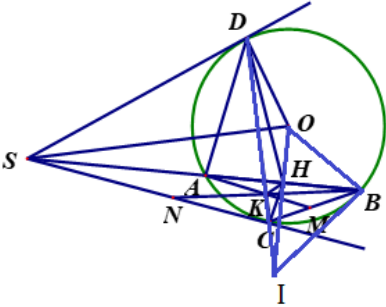
|   |                                                                                                                                                                                    |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | Số tập vở dự định đóng trong mỗi thùng $\frac{600}{x}$ (tập)                                                                                                                       | 0,25 |
|   | Số thùng carton sử dụng được là: $x - 3$ (thùng)                                                                                                                                   | 0,25 |
|   | Số vở được đóng trong mỗi thùng là: $\frac{600}{x-3}$ (tập)                                                                                                                        | 0,25 |
|   | Vì mỗi thùng còn lại phải đóng thêm 10 tập vở nên ta có phương trình: $\frac{600}{x-3} - \frac{600}{x} = 10$                                                                       | 0,25 |
|   | Giải phương trình được $x = 15$ (tmdk); $x = -12$ (ktmdk)                                                                                                                          | 0,5  |
|   | Vậy lớp 9A dự định sử dụng 15 thùng carton.<br>Số tập vở dự định đóng trong mỗi thùng là 40 tập                                                                                    | 0,25 |
| 2 | Bán kính đáy của hình nón là: $40 : 2 = 20\text{cm}$<br>Diện tích xung quanh hình nón là:<br>$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 20 \cdot 30 \approx 1884 \text{ cm}^2$                   | 0,25 |
|   | Diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế khoảng: $1884 \cdot 3 = 5652 \text{ cm}^2$<br>Vậy diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế khoảng $5652 \text{ cm}^2$ | 0,25 |

### Bài 3 (2 điểm)

| Câu | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Biểu điểm |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1   | Điều kiện: $x \neq \frac{4}{3}; y \geq -1$                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25      |
|     | Giải hệ được: $\begin{cases} x = 2(\text{tmdk}) \\ y = \frac{-3}{4}(\text{tmdk}) \end{cases}$                                                                                                                                                                                                          | 0,5       |
|     | Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; -\frac{3}{4})$                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25      |
| 2a  | Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):<br>$x^2 = (2m-1)x - m^2 + m \Leftrightarrow x^2 - (2m-1)x + m^2 - m = 0 \quad (*)$                                                                                                                                                                   |           |
|     | $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4 \cdot 1(m^2 - m) = (2m-1)^2 - 4m^2 + 4m = 1 > 0 \quad \forall m.$                                                                                                                                                                                                            | 0,25      |
|     | Do đó (*) luôn có hai nghiệm phân biệt nên d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.                                                                                                                                                                                                                      | 0,25      |
| 2b  | Có $\Delta = 1$ nên hai nghiệm của (*) là<br>$x = \frac{2m-1 \pm 1}{2} \Leftrightarrow x = m, x = m-1$                                                                                                                                                                                                 |           |
|     | Để tồn tại $\sqrt{x_1}, \sqrt{2x_2}$ cần có $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$                                                                                                                                        | 0,25      |
|     | Khi đó $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2} \Leftrightarrow x_1 = 2x_2$<br>Trường hợp 1: Xét $x_1 = m, x_2 = m-1$ thay vào $x_1 = 2x_2$ ta được<br>$m = 2(m-1) \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn)<br>Trường hợp 2: Xét $x_1 = m-1, x_2 = m$ thay vào $x_1 = 2x_2$ được<br>$m-1 = 2m \Leftrightarrow m = -1$ (loại) |           |

|  |             |      |
|--|-------------|------|
|  | Vậy $m = 2$ | 0,25 |
|--|-------------|------|

**Bài 4 (3 điểm)**

| Câu                          | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Biểu điểm |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| vẽ hình<br>đúng hết<br>câu a |                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25      |
| 1                            | Chứng minh được C thuộc đường tròn đường kính SO                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25      |
|                              | Chứng minh được D thuộc đường tròn đường kính SO                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25      |
|                              | Chứng minh được H thuộc đường tròn đường kính SO                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25      |
|                              | Kết luận 5 điểm cùng thuộc một đường tròn.                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |
| 2                            | Chứng minh $\widehat{OHD} = \widehat{OSD} = \widehat{OSC} = \widehat{ODC}$                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25      |
|                              | Hai tam giác OHD và ODI đồng dạng                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25      |
|                              | $\Rightarrow OH \cdot OC = OB^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25      |
|                              | Chứng minh hai tam giác OHB và OBI đồng dạng                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25      |
|                              | Suy ra: $\widehat{OBI} = \widehat{OHB} = 90^\circ$<br>Suy ra IB là tiếp tuyến của (O)                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25      |
| 3                            | 5 điểm S, C, D, H, O cùng thuộc một đường tròn đường kính SO<br>$\Rightarrow \widehat{SCD} = \widehat{SHD}$<br>Từ $AK \parallel SC \Rightarrow \widehat{AKD} = \widehat{SCD}$<br>suy ra $\widehat{AKD} = \widehat{SHD}$ nên tứ giác ADHK nội tiếp.                                                                             | 0,25      |
|                              | Kéo dài AK cắt BC tại M<br>Tứ giác ADHK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{ADK}$<br>Xét $(O; R)$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADK}$<br>Suy ra $\widehat{AHK} = \widehat{ABC}$ nên $HK \parallel BM$ .<br>Xét $\triangle ABM$ có H là trung điểm của AB và $HK \parallel BM$ nên $KA = KM$ .                        | 0,25      |
|                              | Kéo dài BK cắt SC tại N<br>$\triangle BNS$ có $KA \parallel NS$ nên $\frac{KA}{NS} = \frac{BK}{BN}$ (Định lý Ta lét).<br>$\triangle BNC$ có $KM \parallel NC$ nên $\frac{KM}{NC} = \frac{BK}{BN}$ (Định lý Ta lét).<br>Suy ra $\frac{KA}{NS} = \frac{KM}{NC}$ , mà $KA = KM$ nên $NS = NC$<br>Vậy BK đi qua trung điểm của SC. | 0,25      |

**Bài 5 (0,5 điểm)**

| Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Biểu điểm |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $\begin{aligned} &\text{Có } 2(b^2 + bc + c^2) = 3(3 - a^2) \Leftrightarrow 3a^2 + 2b^2 + 2bc + 2c^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow 3a^2 + 2b^2 + 2bc + 2c^2 + 2ac + 2ab - 2ab - 2ac = 9 \\ &\Leftrightarrow (a + b + c)^2 + (a - b)^2 + (a - c)^2 = 9 \\ &\Rightarrow 0 < (a + b + c)^2 \leq 9 \\ &\Rightarrow 0 < a + b + c \leq 3 \end{aligned}$                                                                                                                                        | 0,25      |
| $\begin{aligned} &\text{Sử dụng } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} \text{ ta được } T \geq a + b + c + \frac{18}{a+b+c} \\ &\text{Đặt } x = a + b + c, \quad 0 < x \leq 3, \text{ ta được} \\ &T \geq x + \frac{18}{x} = \left( \frac{18}{x} + 2x \right) - x \geq 2 \sqrt{\frac{18}{x} \cdot 2x} - x = 12 - x \\ &\geq 12 - 3 = 9 \text{ (do } 0 < x \leq 3) \\ &\text{Vậy } T_{\min} = 9 \text{ khi } x = 3 \text{ hay } a = b = c = 1 \end{aligned}$ | 0,25      |