

Ngày thi 09 tháng 03 năm 2022

Bài I. (2 điểm) Cho $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$.

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. So sánh P và 2.

Bài II. (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Sân bóng rổ của trường học là một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 9m.

Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng 1m thì diện tích của sân tăng thêm 50m².

Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của sân bóng rổ.

Bài III (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-4} - \frac{6}{1-y} = 4 \\ 4\sqrt{x-4} + \frac{2}{1-y} = 3 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x + 4$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A, B của parabol (P) và đường thẳng (d)

b) Gọi C là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung, H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tính diện tích ΔCHK .

Bài IV.(3,5 điểm) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE của ΔABC cắt nhau tại H. Đường thẳng BE cắt đường tròn (O; R) tại F, đường thẳng AD cắt đường tròn (O; R) tại N.

1) Chứng minh CDHE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $DB \cdot DC = DN \cdot DA$.

3) Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh ΔAHF cân và ME là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE.

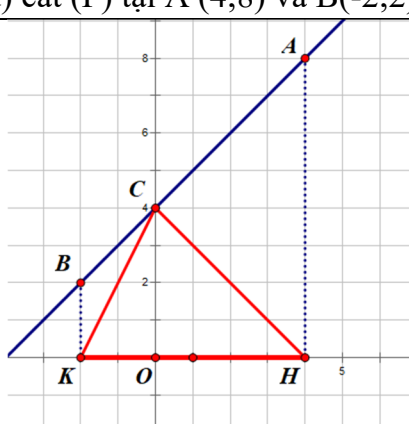
4) Cho dây BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O; R) để $DH \cdot DA$ đạt giá trị lớn nhất.

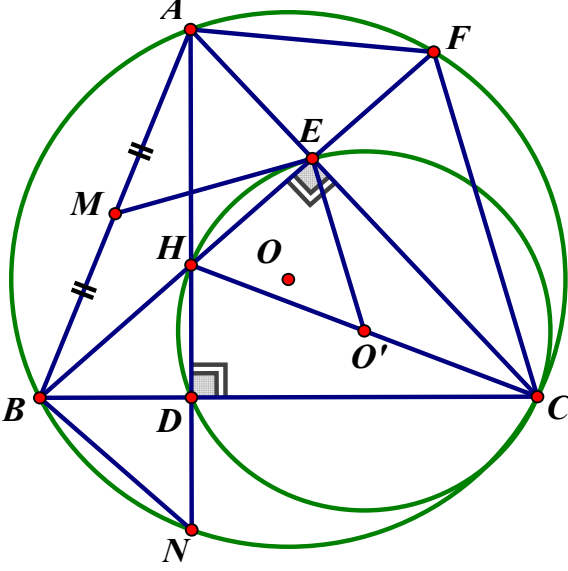
Bài V.(0,5 điểm) Giải phương trình $(\sqrt{x+6} - \sqrt{x-2}) (1 + \sqrt{x^2 + 4x - 12}) = 8$.

HẾT

Ngày thi 09 tháng 03 năm 2022

Bài	Ý	Hướng dẫn giải	Biểu điểm
Bài I (2 điểm)	1 (0,5 đ)	Thay $x=16$ (tmđk) vào A ta có: $A=\frac{16+3}{\sqrt{16}+3}$	0,25
		Tính được $A=\frac{19}{7}$	0,25
	2 (1 đ)	$B=\left[\frac{x+3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right]\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3 (0,5 đ)	$P=\frac{A}{B}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+3}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}$ $P-2=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}-2=\frac{x+3-2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$ $P-2=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$(\sqrt{x}-1)^2\geq 0; \sqrt{x}+1>0$ $\Rightarrow P-2\geq 0\Rightarrow P\geq 2$	0,25
Bài II (2,0 đ)	2đ	Gọi chiều dài sân bóng ban đầu là x (m, $x > 0$)	0,25
		Gọi chiều rộng sân bóng ban đầu là y (m, $y>0$)	0,25
		Vì chiều dài sân bóng ban đầu hơn chiều rộng 9m nên ta có phương trình $x - y = 9$	0,25
		Vì diện tích sân tăng $50m^2$ nên ta có phương trình $(x + 2)(y + 1) = xy + 50$	0,25
		Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 9 \\ (x + 2)(y + 1) = xy + 50 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 22 \\ y = 13 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0,5

		Vậy chiều dài sân bóng ban đầu là 22m, chiều rộng sân bóng ban đầu là 13(m)	0,25
Bài III (2,0đ)	1 (1đ)	Điều kiện $x \geq 4$ và $y \neq 1$	0,25
		Đặt $\sqrt{x-4} = a$ và $\frac{1}{1-y} = b$ Đưa về hệ: $\begin{cases} a - 6b = 4 \\ 4a + 2b = 3 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ được $\begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-4} = 1 \\ \frac{1}{1-y} = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$ Kết luận hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 3)$	0,25
	2 (1đ)		
	Câu a (0,5đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $\frac{1}{2}x^2 = x + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 4 \\ x_B = -2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y_A = x_A + 4 = 4 + 4 = 8 \\ y_B = x_B + 4 = -2 + 4 = 2 \end{cases}$ Vậy đường thẳng (d) cắt (P) tại A (4;8) và B(-2;2)	0,25
	Câu b	 $x = 0$ thì $y = 0 + 4 = 4$ nên $C(0; 4)$ Biểu diễn các điểm A, B, H, K, C trên hệ trục tọa độ	0,25
		$OC = 4 = 4$; $OH = 4 = 4$; $OK = -2 = 2$	0,25

		$KH = OK + OH = 6$ $S_{\Delta CHK} = \frac{CO.HK}{2} = \frac{4.6}{2} = 12$ (đơn vị diện tích)	
Bài IV (3,5 đ)	Câu 1 (1 đ)	 Vẽ hình đến câu a	0,25
		ΔABC có AD là đường cao nên $\widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HDC} = 90^\circ$	
		ΔABC có BE là đường cao nên $\widehat{BEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HEC} = 90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác CDHE ta có $\widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
		Mà 2 góc này ở vị trí đối nhau nên CDHE là tứ giác nội tiếp	0,25
	Câu 2 (1 đ)	Xét đường tròn tâm O : $\widehat{NBC} = \widehat{NAC} = \frac{1}{2} Sđ \widehat{NC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung) $\Rightarrow \widehat{NBC} = \widehat{NAC}$	0,25
		Xét ΔDBN và ΔDAC có : $\widehat{NBD} = \widehat{CAD}$ $\widehat{ADC} = \widehat{BDN}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta DBN$ đồng dạng ΔDAC (g.g)	0,5
		$\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DN}{DC}$ (cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $DB.DC = DN.DA$	0,25
	Câu 3 (1đ)	$CDHE$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EHD} + \widehat{ECD} = 180^\circ$ Mà $\widehat{EHD} + \widehat{AHE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{DCE} \Rightarrow \widehat{AHF} = \widehat{BCA}$	0,25
		Ta có $\widehat{AFB} = \widehat{BCA}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{AHF}$ Nên ΔAHF cân tại A	0,25
		Gọi O' là trung điểm của HC nên O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE	
		ΔAHF cân tại A, AE là đường cao nên E là trung điểm HF	

		$\Rightarrow \triangle CHF$ cân tại C $\Rightarrow \widehat{FHC} = \widehat{HFC}$ $\triangle O'HE$ cân tại O' nên $\widehat{O'HE} = \widehat{O'EH} \Rightarrow \widehat{O'EH} = \widehat{HFC}$ $\Rightarrow \widehat{HFC} = \widehat{BFC} = \widehat{BAC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC)	0,25
		Ta có $\widehat{ABE} = \widehat{MEB}$ ($\triangle MBE$ cân tại M) $\triangle AEB$ vuông tại B nên $\widehat{ABE} + \widehat{BAE} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{MEB} + \widehat{O'EH} = 90^\circ$ $\Rightarrow ME \perp O'E$ Mà O'E là bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE Vậy ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE	0,25
	Câu 4 (0,5 đ)	CDHE là tứ giác nội tiếp nên chứng minh được $\widehat{BHD} = \widehat{ECD}$ Xét (O) có $\widehat{BNA} = \widehat{ACB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BNA}$ $\Rightarrow \triangle BDN$ cân tại B nên DN = DH DH.DA = DN.DA = DB.DC	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có $DB + DC \geq 2\sqrt{DB \cdot DC}$ $\Rightarrow DB \cdot DC \leq \frac{(DB + DC)^2}{4}$ $\Rightarrow DB \cdot DC \leq \frac{3R^2}{4}$ $\Rightarrow DH \cdot DA \leq \frac{3R^2}{4}$ Dấu bằng xảy ra khi DB = DC $\triangle ABC$ cân tại A suy ra A là điểm chính giữa của cung BC. Vậy giá trị lớn nhất của DH.DA là $\frac{3R^2}{4}$ khi A là điểm chính giữa cung BC.	0,25
Bài V (0,5 đ)		ĐKXĐ: $x \geq 2$ Đặt $\sqrt{x+6} = a, \sqrt{x-2} = b (a \geq 0, b \geq 0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 8$ Phương trình có dạng $(a-b)(1+ab) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a-b)(1+ab-a-b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ 1+ab-a-b=0 \end{cases}$	0,25
		Trường hợp 1. Xét $a = b \Rightarrow \sqrt{x+6} = \sqrt{x-2}$ vô nghiệm Trường hợp 2. Xét $1+ab-a-b=0 \Leftrightarrow (a-1)(b-1)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6}=1 \Leftrightarrow x=-5 \text{ (loại)} \\ \sqrt{x-2}=1 \Leftrightarrow x=3 \text{ (TM)} \end{cases}$ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$	0,25

--	--	--	--