

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} + \sqrt{9} - \sqrt[3]{27}$.

b) Trục căn ở mẫu và rút gọn biểu thức $B = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{x + 3\sqrt{x}}{x - 4}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị biểu thức P khi $x = 4\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Câu 3. (2,5 điểm)

Cho các hàm số $y = -x + 1$ (d_1) và $y = 2x + 4$ (d_2).

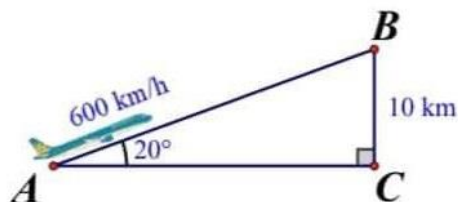
a) Vẽ đồ thị của các hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A của các đường thẳng (d_1) và (d_2).

c) Tính diện tích tam giác OAB, với điểm B(-1;-4) và O là gốc tọa độ.

Câu 4. (1,0 điểm)

Một chiếc máy bay bay lên từ A đến B với vận tốc 600 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 20° (xem hình vẽ). Hỏi sau bao nhiêu phút thì máy bay đạt độ cao 10 km theo phương thẳng đứng? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 5. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp trong đường tròn (O), có $AB = 8\text{cm}$ và $BC = 10\text{cm}$. Gọi E là trung điểm của cạnh AB. Tiếp tuyến với (O) tại A cắt đường thẳng OE tại điểm D.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng OE và OD.

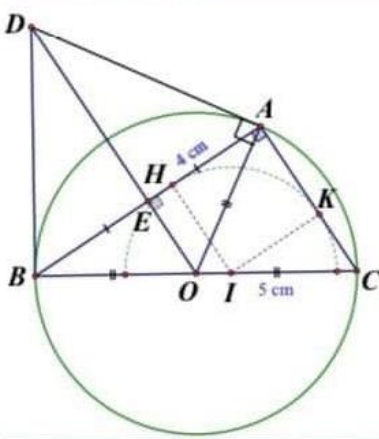
b) Chứng minh rằng DB là tiếp tuyến của (O).

c) Một đường tròn có tâm I nằm trên đoạn thẳng BC, tiếp xúc với AB và AC lần lượt tại H và K. Tính diện tích tứ giác AHK.

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh: Số báo danh: Phòng số:

Câu	Nội dung	Điểm
1 (2,0đ)	a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} + \sqrt{9} - \sqrt[3]{27}$.	1,00 đ
	Tính được $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt[3]{27} = 3$	0,50 đ
	Tính được $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 4$.	0,25 đ
	Kết luận $A = 4$.	0,25 đ
	b) Trục căn ở mẫu và rút gọn biểu thức $B = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$.	1,00 đ
	Tính được $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = 2 + \sqrt{3}$.	0,50 đ
	Tính được $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$.	0,25 đ
	Kết luận $B = 2 + \sqrt{5}$.	0,25 đ
2 (2,0đ)	Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{x + 3\sqrt{x}}{x - 4}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.	1,00 đ
	a) Rút gọn biểu thức P.	
	Ta có $\frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25 đ
	$\Rightarrow P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{x + 3\sqrt{x}}{x - 4}$	0,25 đ
	$= \frac{x + 2\sqrt{x}}{x - 4} + \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} - \frac{x + 3\sqrt{x}}{x - 4}$	0,25 đ
	$\Rightarrow P = -\frac{2}{x - 4}$	0,25 đ
	b) Tính giá trị biểu thức P khi $x = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.	0,50 đ
	Ta có $x = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = 4\sqrt{2} + 4$	0,25 đ
3 (2,5đ)	Kết luận.	0,25 đ
	c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.	0,50 đ
	Với $x \geq 0$, $x \neq 4$ và x là số nguyên thì $x - 4$ là số nguyên, để P nhận giá trị nguyên thì $x - 4$ là ước của 2. Suy ra $x - 4 \in \{-1; 1; -2; 2\}$.	0,25 đ
	Từ đó có các giá trị của x là 3; 5; 2; 6, các giá trị này đều thỏa mãn điều kiện. Kết luận.	0,25 đ
3 (2,5đ)	Cho các hàm số $y = -x + 1$ (d_1) và $y = 2x + 4$ (d_2).	1,50 đ
	a) Vẽ đồ thị của các hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ.	

	Lấy được 2 điểm của đồ thị hàm số $y = -x + 1$ và vẽ đúng (mỗi ý 0,25)	0,75 đ	
	Lấy được 2 điểm của đồ thị hàm số $y = 2x + 4$ và vẽ đúng (mỗi ý 0,25)	0,75 đ	
	b) Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng (d_1) và (d_2) .	0,50 đ	
	Phương trình hoành độ giao điểm $-x + 1 = 2x + 4$	0,25 đ	
	$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow A(-1; 2)$. Kết luận.	0,25 đ	
	c) Tính diện tích tam giác OAB, với điểm $B(-1; -4)$ và O là gốc tọa độ.	0,50 đ	
	Tính được độ dài đoạn $AB = 6$.	0,25 đ	
	Tính được chiều cao xuất phát từ O bằng 1 và diện tích tam giác OAB bằng 3. Kết luận.	0,25 đ	
4 (1,0đ)	Một chiếc máy bay bay lên từ A đến B với vận tốc 600 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 20° (xem hình vẽ). Hỏi sau bao nhiêu phút thì máy bay đạt độ cao 10 km theo phương thẳng đứng?	1,00 đ	
	Gọi điểm C như hình minh họa. Tam giác ABC vuông tại C có $\sin BAC = \frac{BC}{AB}$	0,25 đ	
	Suy ra $BC = AB \sin BAC = 10 \cdot \sin 20^\circ \approx 3,420$ (km)	0,25 đ	
	Đặt x (giờ) là thời gian máy bay bay từ A đến B. Điều kiện $x > 0$, ta có $3,420 = 600 \cdot x$	0,25 đ	
	$\Rightarrow x = 0,0057$ giờ, tức là 0,34 phút. Kết luận.	0,25 đ	
5 (2,5đ)	Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp trong đường tròn (O), có $AB = 8$ cm và $BC = 10$ cm. Gọi E là trung điểm của cạnh AB. Tiếp tuyến với (O) tại A cắt đường thẳng OE tại điểm D.		
		Hình vẽ phục vụ câu a, câu b.	0,50 đ
	a) Tính độ dài các đoạn thẳng OE và OD.	1,00 đ	
	Tam giác ABC vuông tại A có OE là đường trung bình nên $OE \perp AB$.	0,25 đ	
	Tính được $EA = 4$ (cm) và $OC = OA = 5$ (cm).	0,25 đ	
	Trong tam giác vuông OEA, có $OE = \sqrt{OA^2 - EA^2} = 3$ (cm)	0,25 đ	
	Trong tam giác vuông ODA, có $OE \cdot OD = OA^2$ Suy ra $OD = \frac{25}{3}$ (cm).	0,25 đ	
	b) Chứng minh rằng DB là tiếp tuyến của (O).	0,50 đ	
	Ta có $OD \perp AB$ tại trung điểm của AB nên OD là đường trung trực của đoạn AB. Suy ra $DB = DA$.	0,25 đ	
	Chứng minh được $\triangle ODB = \triangle ODA$ (c-c-c) $\Rightarrow OBD = 90^\circ$. Kết luận.	0,25 đ	
	c) Một đường tròn có tâm I nằm trên đoạn BC, tiếp xúc với AB và AC lần lượt tại H và K. Tính diện tích tứ giác AHIK.	0,50đ	
	Lập luận được $IH = IK$, kết hợp tứ giác AHIK có ba góc vuông nên là hình vuông. Đặt $AH = x$ cm ($0 < x < 4$) thì $BH = 8 - x$ và $IH = x$	0,25 đ	
	$\triangle BHI \sim \triangle BAC$ (g-g) $\Rightarrow \frac{BH}{BA} = \frac{HI}{AC} \Rightarrow \frac{8-x}{8} = \frac{x}{\sqrt{10^2 - 8^2}} \Rightarrow 6(8-x) = 8x$ $\Rightarrow x = \frac{24}{7}$ (cm). Vậy diện tích tứ giác AHIK là $x^2 = \frac{576}{49}$ (cm ²).	0,25 đ	