

Bài 1. (2,0 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x} \text{ (với } x \geq 0; x \neq 9)$$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.

2) Rút gọn biểu thức $P = A + B$.

Bài 2. (2,5 điểm).

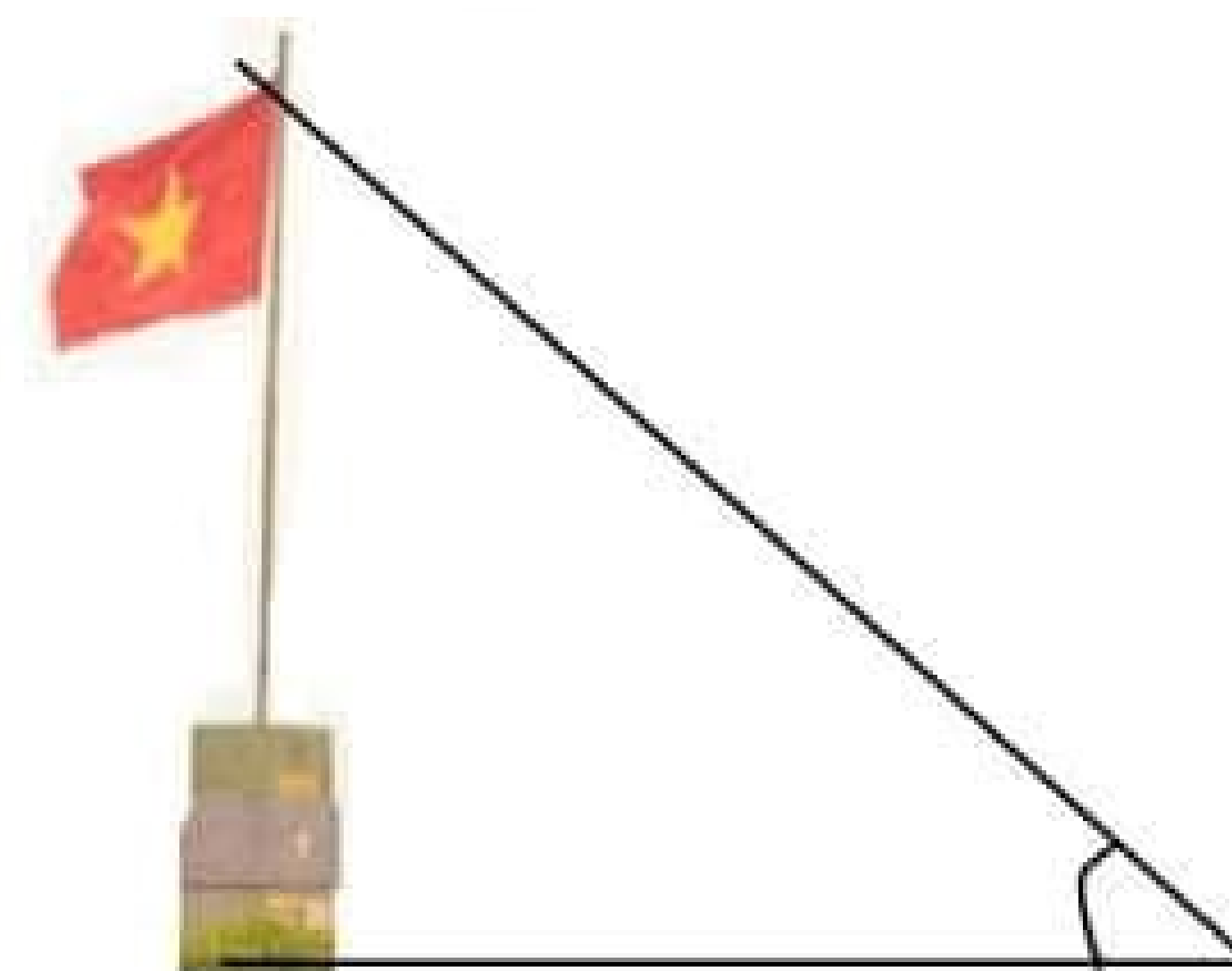
1) Tính biểu thức:

a) $3\sqrt{18} - \sqrt{32} - \sqrt{(-\sqrt{2})^2}$

b) $\sqrt[3]{27} - 3\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{64}$

2) Bài toán ứng dụng:

Một cột cờ vuông góc với mặt đất có bóng trên mặt đất dài 18m, tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc là 31° . Tính chiều cao của cột cờ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).



Bài 3. (2,0 điểm).

Cho hai đường thẳng (d): $y = 2x - 2$ và (d'): $y = (m + 1)x + 6$ ($m \neq -1$)

a) Vẽ đồ thị hàm số (d): $y = 2x - 2$.

b) Tìm m để đồ thị hai hàm số (d) và (d') có đồ thị song song với nhau.

c) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d') bằng $3\sqrt{2}$.

Bài 4. (3,0 điểm). Cho đường tròn (O; 4cm), đường kính AB. Lấy điểm H thuộc đoạn OA sao cho $OH = 1$ cm. Kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại H.

a) Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông và tính độ dài AC.

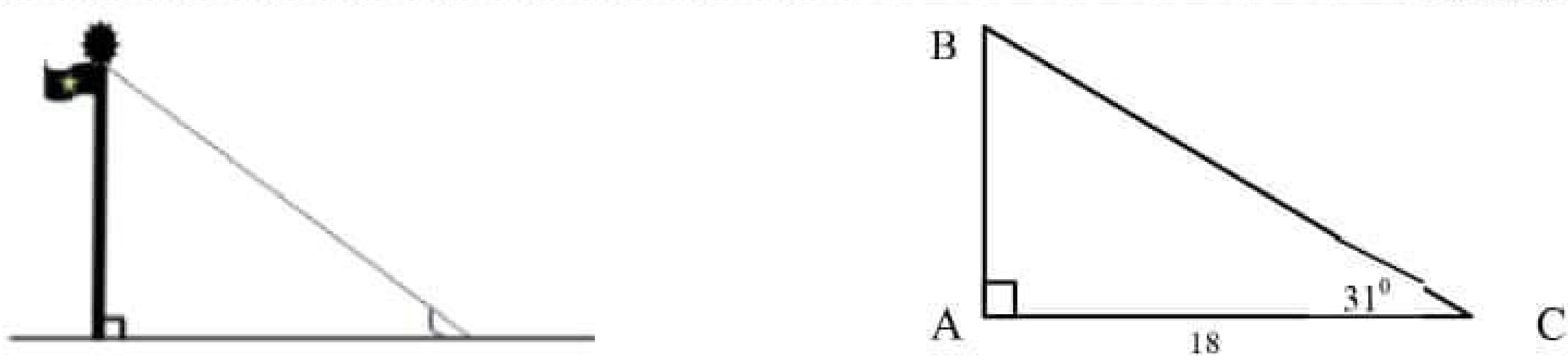
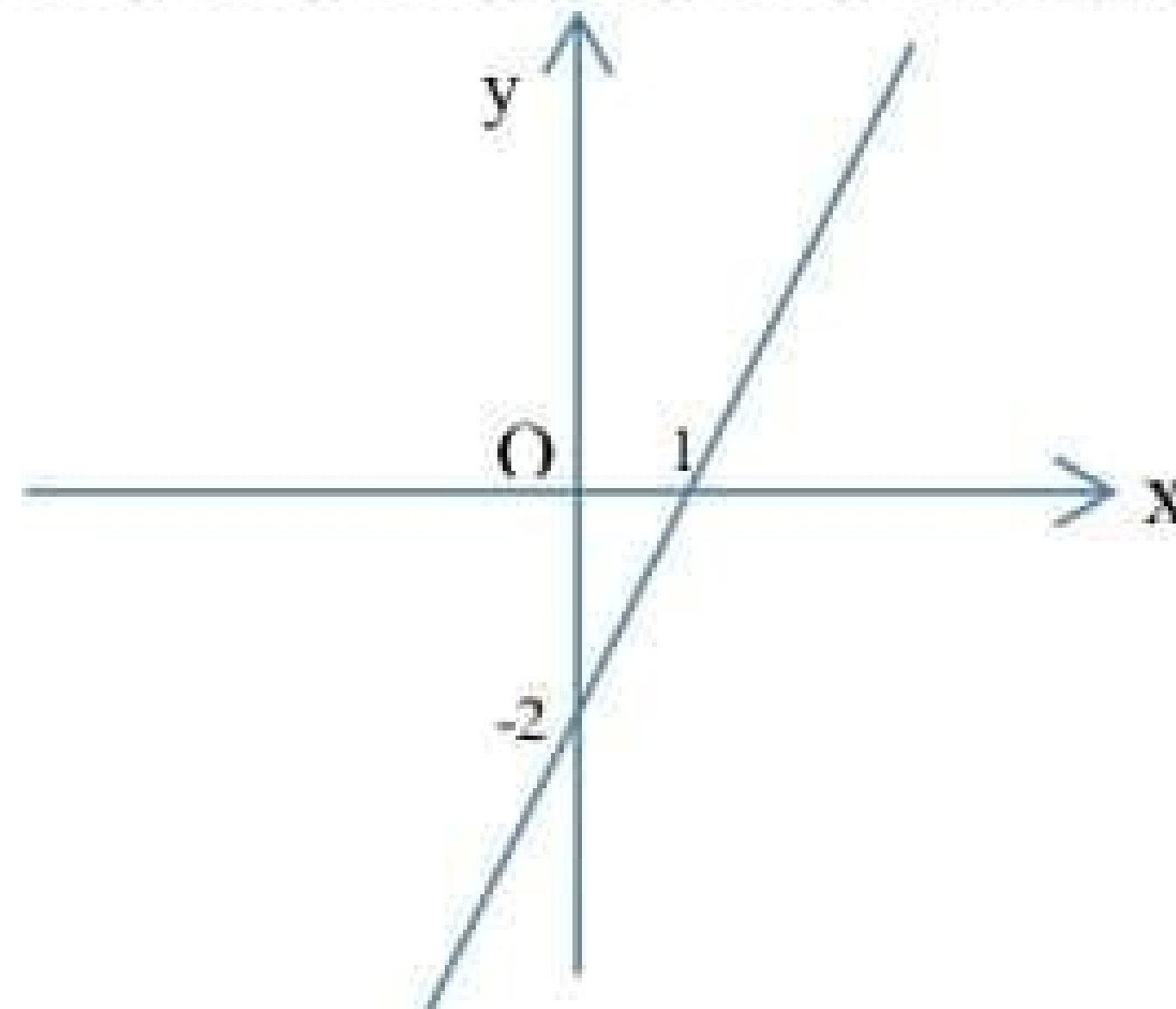
b) Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại E. Chứng minh $\triangle BCD$ cân và $\frac{EC}{DH} = \frac{EA}{DB}$.

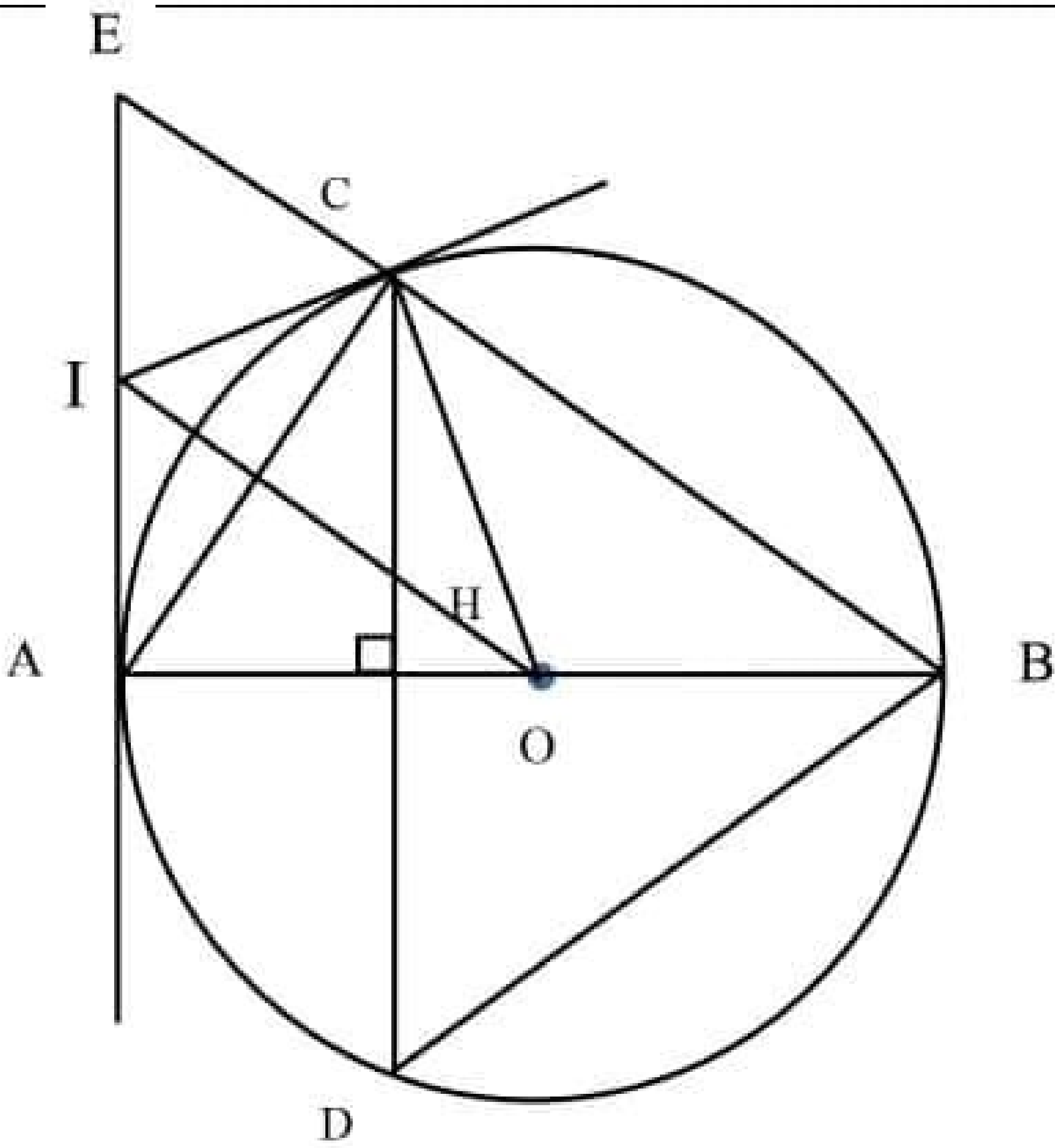
c) Gọi I là trung điểm của AE, đoạn IB cắt (O) tại Q. Chứng minh CI là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 5. (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{x+1} + 2021 - 2x$$

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài 1 (2,0đ)	1)	Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$	0,75đ
		+ Thay $x = 16$ (tmđk $x \geq 0$) vào biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,25đ
		$\Rightarrow A = \frac{2\sqrt{9}-5}{3\sqrt{9}} = \frac{2.3-5}{3.3} = \frac{1}{9}$	0,25đ
		+ Vậy khi $x = 9$ thì giá trị biểu thức $A = \frac{1}{9}$	0,25đ
	2)	Rút gọn biểu thức B	1,25đ
		$P = A + B$ $= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$)	
		$= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25đ
		$= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) - 7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25đ
		$= \frac{2x-6\sqrt{x}+x+4\sqrt{x}+3-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ $= \frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,5đ
		$= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ $= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,25đ
Bài 2 (2,5đ)	1)	Tính biểu thức	1,25đ
	a)	a) $3\sqrt{18} - \sqrt{32} - \sqrt{(-\sqrt{2})^2}$	0,75đ
		$= 3\sqrt{9.2} - \sqrt{16.2} - -\sqrt{2} $	0,25đ
		$= 3.3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - \sqrt{2}$	0,25đ
		$= 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$	0,25đ
		b) $\sqrt[3]{27} - 3\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{64}$	0,5đ
		$= 3 - 3.2 + 2.4$	0,25đ
		$= 5$	0,25đ
Bài	Ý	Đáp án	Điểm
	2)	Tính chiều cao cột cờ	1,25đ

			0,25đ
		+ Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ABC $AB = AC.\tan C = 18.\tan 31^\circ \approx 10,815 \text{ m}$	0,75đ
		+ Vậy chiều cao của cột cờ xấp xỉ 10,815 m	0,25đ
Bài 3. (2,0đ)	a)	Cho hai đường thẳng...	2,0đ
		Vẽ đồ thị hàm số (d): $y = 2x - 2$	0,5đ
		+ Cho $x = 0 \Rightarrow y = -2$, giao với trục tung (0 ; -2)	0,25đ
		+ Cho $y = 0 \Rightarrow x = 1$, giao với trục hoành (1; 0)	
			0,25đ
	b)	Tìm m để (d) và (d') song song với nhau	0,75đ
		+ Từ (d): $y = 2x - 2 \Rightarrow$ hệ số $a = 2$; $b = -2$ Từ (d') : $y = (m + 1)x + 6 \Rightarrow$ hệ số $a' = m + 1$; $b' = 6$	0,5đ
		+ Để hai đường thẳng song song với nhau: $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$	
		+ Giải điều kiện: $\begin{cases} 2 = m + 1 \\ -2 \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ (tmđk)}$ + Vậy với $m = 1$ thì hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau	0,25đ
	c)	Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O...	0,75đ
		+ Cho $x = 0 \Rightarrow y = 6$, giao với trục tung A(0; 6) $\Rightarrow OA = 6 = 6$	0,25đ
		+ Cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-6}{m+1}$, giao với trục hoành B($\frac{-6}{m+1}$; 0) $\Rightarrow OB = \left \frac{-6}{m+1} \right $	
		+ Hạ khoảng cách OH vuông góc với AB, theo hệ thức trong tam giác vuông	0,25đ
		$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{\left(\left \frac{-6}{m+1} \right \right)^2}$	
		$\Leftrightarrow m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 0 \\ m_2 = -2 \end{cases} \text{ (tmđk)}$	0,25đ
Câu 4 (3,0đ)			0,25đ

	1)		
	2)	* Chứng minh ΔABC vuông và tính AC	0,75đ
		+ Trong đường tròn (O), ΔABC có AB là đường kính $\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C.	0,25đ
		+ Áp dụng hệ thức trong ΔABC vuông tại C có đường cao CH: $AC^2 = AH \cdot AB$	0,25đ
		$\Rightarrow AC^2 = 3 \cdot 8 = 24 \Rightarrow AC = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ (cm)	0,25đ
		* Chứng minh ΔBCD cân và $\frac{EC}{DH} = \frac{EA}{DB}$	1,0đ
		+ Vì $AB \perp CD$ (gt) $\Rightarrow HC = HD$ (tính chất đường kính vuông góc dây)	0,25đ
		+ Xét ΔBCD có BH vừa là đường cao, vừa là trung tuyến $\Rightarrow \Delta BCD$ cân tại B	0,25đ
		+ Ta có: $\widehat{EAC} = \widehat{ABC}$ (cùng phụ với $\widehat{CAB}$) $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ (vì ΔBCD cân có BA là phân giác) $\Rightarrow \widehat{EAC} = \widehat{ABD}$ Mặt khác: $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{ECA} = 90^\circ$ (kề bù)	0,25đ
		+ Xét ΔECA và ΔDHB có: $\widehat{ECA} = \widehat{DHB} = 90^\circ$ $\widehat{EAC} = \widehat{ABD}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta ECA$ và ΔDHB đồng dạng (g.g) $\Rightarrow \frac{EC}{DH} = \frac{EA}{DB}$	0,25đ
Câu 5 (0,5 đ)	3)	* Chứng minh: IC là tiếp tuyến của đường tròn (O)	1,0đ
		+ ΔACE vuông tại C có trung tuyến CI ứng với cạnh huyền AE $\Rightarrow IC = AI$	0,25đ
		+ Chứng minh được: $\Delta ICO = \Delta IAO$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{ICO} = \widehat{IAO} = 90^\circ$	0,25đ
		Suy ra được $IC \perp CO$ $\Rightarrow IC$ là tiếp tuyến của đường tròn (O)	0,25đ
		+ Ta có: $Q = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{x+1} + 2021 - 2x$ (đk: $x \geq 2$) $= 2025 - (x-2-2\sqrt{x-2}+1) - (x+1-4\sqrt{x+1}+4)$ $= 2025 - (\sqrt{x-2}-1)^2 - (\sqrt{x+1}-2)^2 \leq 2025$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}-1=0 \\ \sqrt{x+1}-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=3$ (tmđk) Vậy $Q_{\max} = 2025$ khi $x=3$	0,5đ