

Bài I. (2,0 điểm)

Cho 2 biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x = \frac{1}{4}$

b) Rút gọn biểu thức A

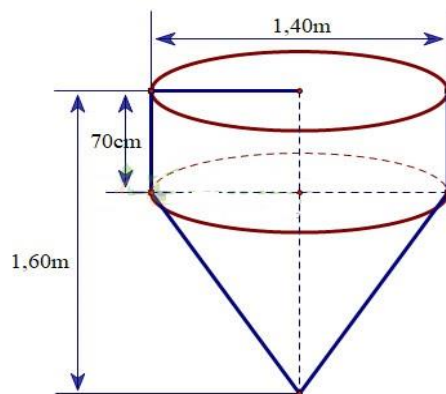
c) Cho $P = \frac{A}{1-B}$, tìm các giá trị của x thỏa mãn $P \leq 1$

Bài II. (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông dài 60km, sau đó chạy ngược dòng 48km trên cùng khúc sông đó, cả xuôi và ngược hết 6 giờ. Nếu ca nô ấy chạy xuôi dòng 40km và ngược dòng 80km cũng trên khúc sông đó, cả xuôi và ngược thì hết 7 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

2) Một khúc gỗ gồm 1 phần hình trụ và 1 phần hình nón có kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của khúc gỗ. (lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)



Bài III. (2,5 điểm)

1) Giải phương trình: $x - 3\sqrt{x-1} - 5 = 0$

2) Cho parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = mx + 2$ (d) (m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 1$

b) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến trục Oy bằng 3.

Bài IV. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O), từ điểm A ở bên ngoài đường tròn kẻ 2 tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm). Từ điểm M trên cung nhỏ BC kẻ MI, MH, MK lần lượt vuông góc với BC, AC, AB ($I \in BC; H \in AC; K \in AB$)

a) Chứng minh tứ giác MHCI là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh góc MIH = góc MBC và $MI^2 = MH \cdot MK$

c) Gọi giao điểm của MC với HI là E; MB với KI là F. Chứng minh EF vuông góc với MI

Bài V. (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Chứng minh $\frac{1}{9a^2+1} + \frac{1}{9b^2+1} + \frac{1}{9c^2+1} \geq \frac{3}{2}$

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA KSCL

Năm học 2020 – 2021

MÔN: TOÁN 9

Bài I: (2,0 điểm)

a, Tính giá trị của biểu thức B tại $x = \frac{1}{4}$ Thay $x = \frac{1}{4}$ (TMĐK) vào biểu thức B, ta có: $B = \frac{\frac{1}{4} + 2}{\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{4}} + 1}$	0,25	0,5
$B = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1+2+4}{4}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$	0,25	
b, Rút gọn biểu thức A. Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có $A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1} = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0,25	1,0
$A = \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{x+\sqrt{x}+1-x+\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0,25	
$A = \frac{x+\sqrt{x}+1-x+\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0,25	
$A = \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} \quad \text{KL...}$	0,25	
c, Tìm các giá trị của x. Ta có $P = \frac{A}{1-B} = \frac{\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}}{1-\frac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}} = \frac{\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}}{\frac{x+\sqrt{x}+1-x-2}{x+\sqrt{x}+1}} = \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ $P \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \leq 0$	0,25	0,5
Nên $\dots \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 9 \end{cases}$ kết hợp với đkxđ $x \geq 0; x \neq 1$ ta có $0 \leq x < 1$ hoặc $x \geq 9$	0,25	

Bài II: (2,0 điểm)

1) Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h), vận tốc của dòng chảy là y (km/h; $x > y > 0$)	0,25	1,5
Lập luận ra pt $\frac{60}{x+y} + \frac{48}{x-y} = 6$ (1)	0,25	
Lập luận ra pt $\frac{40}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 7$ (2)	0,25	
Từ (1) và (2) ta có hpt $\begin{cases} \frac{60}{x+y} + \frac{48}{x-y} = 6 \\ \frac{40}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 7 \end{cases}$ (I)	0,25	

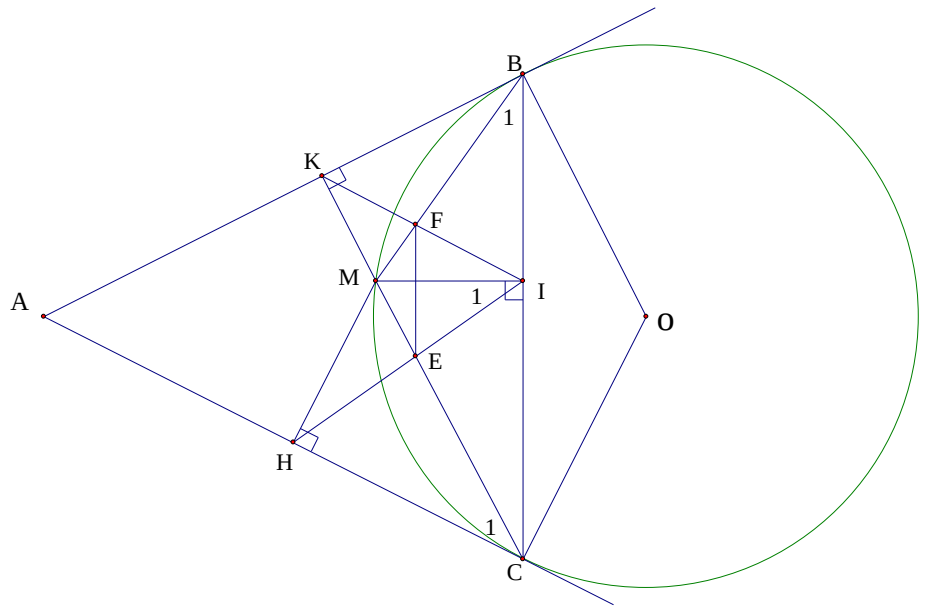
Đặt $\frac{1}{x+y} = a; \frac{1}{x-y} = b$ thay vào hpt ta được $\begin{cases} 60a + 48b = 6 \\ 40a + 80b = 7 \end{cases}$		
giải hpt tìm được $\begin{cases} a = \frac{1}{20} \\ b = \frac{1}{16} \end{cases}$ vì $\begin{cases} a = \frac{1}{x+y} \\ b = \frac{1}{x-y} \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ x-y=16 \end{cases}$	0,25	
Giải ra $x = 18, y = 2$		
Đ/c đk của ẩn và KL Vận tốc riêng của ca nô là 18 km/h vận tốc của dòng nước là 2km/h	0,25	
2) Tính thể tích khúc gỗ phần hình trụ $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 0,7^2 \cdot 0,7 \approx 1,08 (m^3)$	0,25	0,5
Tính thể tích khúc gỗ phần hình nón $V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,7^2 \cdot 0,9 \approx 0,46 (m^3)$	0,25	
Thể tích của khối gỗ là $V \approx 1,08 + 0,46 = 1,54 (m^3)$		

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải phương trình : $x - 3\sqrt{x-1} - 5 = 0$ ĐKXĐ: $x \geq 1$	0,25	1,0
Ta có $x - 3\sqrt{x-1} - 5 = 0 \Leftrightarrow x - 1 - 3\sqrt{x-1} - 4 = 0$ (1)	0,25	
Đặt $\sqrt{x-1} = t$ (đk: $t \geq 0$) thay vào PT(*) ta có $t^2 - 3t - 4 = 0$ (2)	0,25	
PT (2) là PT bậc 2 có $a - b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ nên $t_1 = -1; t_2 = 4$ với $t_1 = -1$ (Loại vì không t/m đk $t \geq 0$); $t_2 = 4$ (t/m đk)	0,25	
suy ra $\sqrt{x-1} = 4$ giải ra $x = 17$ (t/m đk) Vậy nghiệm pt là $x = 17$	0,25	0,75
2) a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 1$ Thay $m = 1$ vào PT đường thẳng (D) ta có $y = x + 2$ Lập PT hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ (1)	0,25	
Giải PT (1) được $x_1 = -1; x_2 = 2$	0,25	
Với $x_1 = -1$ suy ra $y_1 = 1$; $x_2 = 2$ suy ra $y_2 = 4$ Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 1$ là $(-1;1); (2; 4)$	0,25	
b) Tìm m sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến trục Oy bằng 3 Lập PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $x^2 - mx - 2 = 0$ (*) $\Delta = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = m^2 + 8$ vì $m^2 + 8 > 0$ với mọi giá trị của m suy ra $\Delta > 0 \dots$ KL (P) luôn (d) tại 2 điểm phân biệt A và B	0,25	0,75
Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ của A và B theo đli Viet có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$ Tổng khoảng cách từ A và B đến trục Oy bằng 3 $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 3$	0,25	
$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2 x_1 \cdot x_2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + 2 x_1 \cdot x_2 = 9$ $\Leftrightarrow m^2 - 2(-2) + 2 -2 = 9 \Leftrightarrow m^2 + 4 + 4 = 9 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$ KL....	0,25	

Bài IV: (3,0 điểm)

Hình vẽ đúng đến câu a (0,25đ)



a/ Chứng minh tứ giác MHCI là tứ giác nội tiếp	0,25	0,75
Chỉ ra $\widehat{MIC} = \widehat{MHC} = 90^\circ$	0,25	
Xét tứ giác MHCI có tổng 2 góc đối bằng 180°	0,25	
suy ra tứ giác MHCI là tứ giác nội tiếp	0,25	
b/ *) Chứng minh $MIH = MBC$		1,5
Vì tứ giác MHCI nội tiếp suy ra $\widehat{MIH} = \widehat{MCH}$	0,25	
Xét đường tròn (O) chỉ ra $\widehat{MCH} = \widehat{MBC}$ (góc tạo bởi tia tt và dc và góc nt cùng chắn 1 cung)	0,25	
Suy ra $\widehat{MIH} = \widehat{MBC}$	0,25	
*) C/m và $MI^2 = MH.MK$		
c/m cho MIBK là tứ giác nt để suy ra $\widehat{MBI} = \widehat{MKI}$		0,75
mà $\widehat{MIH} = \widehat{MBI}$ (cmt)		
suy ra $\widehat{MIH} = \widehat{MKI}$ (cùng bằng $\widehat{MBI}$)	0,25	
Tương tự chỉ ra được $\widehat{MHI} = \widehat{MIK}$	0,25	
Suy ra tam giác MIK đồng dạng với tam giác MHI (g.g)		
$\Rightarrow \frac{MI}{MH} = \frac{MK}{MI} \Rightarrow MI^2 = MH.MK$	0,25	
c/ Chứng minh EF vuông góc với MI		0,5
chỉ ra $\widehat{MIH} = \widehat{MBC}$; $\widehat{MIK} = \widehat{MCB}$ suy ra	0,25	
$\widehat{EMF} + \widehat{EIF} = \widehat{BMC} + \widehat{MBC} + \widehat{MCB} = 180^\circ$ (tổng 3 góc trong tam giác MBC)		
suy ra tứ giác MEIF là tứ giác nội tiếp		
Suy ra $\widehat{MFE} = \widehat{MIE} = \widehat{MCH} = \widehat{MBC}$		0,25
Mà $\widehat{MFE}$; $\widehat{MBC}$ là 2 góc đồng vị suy ra $EF \parallel BC$,		
Do $MI \perp BC \Rightarrow MI \perp EF$		

Bài V: (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Chúng minh $\frac{1}{9a^2+1} + \frac{1}{9b^2+1} + \frac{1}{9c^2+1} \geq \frac{3}{2}$

Với a, b, c không âm ta có Ta có $\frac{1}{9a^2+1} = \frac{9a^2+1-9a^2}{9a^2+1} = 1 - \frac{9a^2}{9a^2+1}$ Áp dụng BĐT Cô si cho 2 số không âm ta có $9a^2+1 \geq 2\sqrt{9a^2} = 6a$ $\Rightarrow \frac{9a^2}{9a^2+1} \leq \frac{9a^2}{6a} = \frac{3a}{2} \Rightarrow -\frac{9a^2}{9a^2+1} \geq -\frac{3a}{2} \Rightarrow 1 - \frac{9a^2}{9a^2+1} \geq 1 + \frac{3a}{2}$ $\Rightarrow \frac{1}{9a^2+1} \geq 1 + \frac{3a}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $a = \frac{1}{3}$	0,25	0,5
Tương tự ta có $\frac{1}{9b^2+1} \geq 1 + \frac{3b}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $b = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{9c^2+1} \geq 1 + \frac{3c}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $c = \frac{1}{3}$ Suy ra $\frac{1}{9a^2+1} + \frac{1}{9b^2+1} + \frac{1}{9c^2+1} \geq 1 + \frac{3a}{2} + 1 + \frac{3b}{2} + 1 + \frac{3c}{2} = 3 - \frac{3(a+b+c)}{2} = \frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$	0,25	

Ghi chú: Mọi cách làm khác đúng giám khảo tự quyết định cho điểm theo thang điểm tương đương