

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (2,5 điểm).

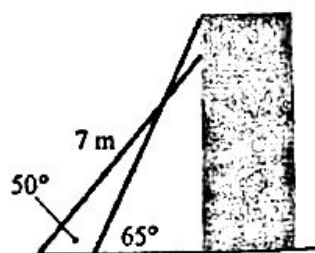
Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$, với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Rút gọn B .
- Tìm các giá trị của x để $A = 2$.
- Tìm tất cả các số thực x để $A \geq B$.

Bài 2 (1,0 điểm).

Một chiếc thang dài 7m dựa vào bức tường thẳng đứng, tạo với mặt đất một góc 50° . Nếu đẩy chân của chiếc thang đó gần về phía tường đến khi thang tạo với mặt đất góc 65° (xem hình vẽ), hỏi đầu thang ở trên tường đã dịch chuyển lên một đoạn là bao nhiêu?

(Kết quả các phép tính lấy 2 chữ số sau dấu phẩy).



Bài 3 (2,0 điểm).

- Tính giá trị của biểu thức $A = (x^{2020} + x^{2021} - 3)^{2020}$ với $x = \sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt[3]{-64} + \sqrt{3}$.
- Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 10} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2(x-3)$.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} > 90^\circ$, đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với các cạnh AB, BC và CA lần lượt tại P, Q và R . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh CA, AB . Các đường thẳng MN, PQ cắt nhau ở D .

- Cho biết độ dài các cạnh AB, BC và CA của tam giác tương ứng bằng 4 cm, 7 cm và 5 cm, tính độ dài của đoạn AP theo cm.
- Chứng minh các tam giác NDP và MCD là các tam giác cân.
- Chứng minh rằng các điểm D, I, C thẳng hàng.
- Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ Q đến PR . Chứng minh $\widehat{PHB} = \widehat{CHR}$.

Bài 5 (1,0 điểm).

- Cho a, b là các số thực trái dấu thỏa mãn $a^2 \geq ab + 2b^2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2 + 2b^2}{ab}.$$

- Cho a, b, c là các số thực bất kỳ. Chứng minh rằng

$$ab + bc + ca + \max\{|a-b|, |b-c|, |c-a|\} \leq 1 + \frac{1}{3}(a+b+c)^2.$$