

Câu 1 (4,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{x^2 + 2}{x^3 + 1} + \frac{x - 1}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm giá trị lớn nhất của A khi $x > 0$

Câu 2 (4,0 điểm). a) Chứng minh rằng với mọi n thuộc số tự nhiên thì biểu thức

$$M = 9.5^{2n} + 6.2^{2n+1} + 42 \text{ chia hết cho } 21$$

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2xy - 6x + y = -3$

Câu 3 (2,0 điểm). Tìm số tự nhiên gồm 4 chữ số thỏa mãn đồng thời hai tính chất

a) Khi chia số đó cho 100 ta được số dư là 6

b) Khi chia số đó cho 51 ta được số dư là 17

Câu 4 (4,0 điểm). a) Chứng minh rằng với mọi a thuộc Z thì

$$N = (a - 1)^2 + a^2 + a^2(a - 1)^2 \text{ là một số chính phương}$$

b) cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b + 2c} + \frac{b}{c + 2a} + \frac{c}{a + 2b} \geq 1$$

Câu 5 (6,0 điểm). Cho hình chữ nhật ABCD, kẻ AH vuông góc với BD (H thuộc BD). Trên đoạn DH lấy điểm E, trên cạnh CB lấy điểm F sao cho $DE.CB = DH.CF$. Chứng minh rằng:

a) $AB^2 = BH.BD$

b) $DAE = CAF$

c) $AE \perp EF$

.....**Hết**.....