

I. TRẢ LỜI NGẮN (Viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

Câu 1 (0,5 điểm). Rút gọn biểu thức $P = \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}$, với $0 < a \neq 1$.

Câu 2 (0,5 điểm). Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1}{(1+\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(1-\sqrt{2})^2}$.

Câu 3 (0,5 điểm). Cho hai số u và v thỏa mãn hệ $\begin{cases} u+v=1+\sqrt{2} \\ 3u+\sqrt{2}v=5 \end{cases}$. Tính $P = 4u + 3v^2$.

Câu 4 (0,5 điểm). Gọi A là điểm chung của đường thẳng $(d): y = 4\sqrt{3}x - 3$ và parabol $(P): y = 4x^2$. Tìm tung độ của điểm A .

Câu 5 (0,5 điểm). Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} = 3$.

Câu 6 (0,5 điểm). Một chiếc máy bay đang cất cánh từ mặt đất với vận tốc 600 km/h. Biết rằng đường bay là đường thẳng tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 0,5 phút máy bay lên cao được bao nhiêu ki-lô-mét theo phương thẳng đứng?

Câu 7 (0,5 điểm). Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B, cách nhau 30 km. Khi đến bến B, ca nô lập tức quay trở về bến A, cả đi lẫn về hết 2 giờ 45 phút. Tính vận tốc của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 2km/h.

Câu 8 (0,5 điểm). Cho hình thang cân ABCD có đáy bé $AB = 2$ cm, đáy lớn $CD = 8$ cm và ngoại tiếp hình tròn tâm O bán kính r . Tính bán kính r .

II. TỰ LUẬN (Trình bày chi tiết lời giải)

Câu 9 (2 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = x + m(m-1)$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$. Chứng tỏ rằng đường thẳng (d) và parabol (P) luôn có điểm chung. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = x_1^2 + x_2^2$, ở đó x_1, x_2 là hoành độ các điểm chung của đường thẳng (d) và parabol (P) .

Câu 10 (3 điểm). Cho đường tròn tâm O bán kính R và điểm A cố định nằm ngoài hình tròn. Trên đường thẳng (d) vuông góc với OA tại A, ta lấy điểm M tùy ý khác A. Vẽ hai tiếp tuyến MP, MQ của đường tròn đã cho (P, Q là các tiếp điểm). Đường thẳng PQ cắt các đường thẳng OA, OM theo thứ tự ở B, C. Chứng minh rằng:

1. Các điểm M, O, A, P, Q cùng nằm trên một đường tròn và $OC \cdot OM = R^2$;
2. $OB \cdot OA = OC \cdot OM$ và đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động

trên đường thẳng d;

3. Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác MPQ nằm trên đường tròn (O) và tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MAC luôn thuộc một đường thẳng cố định khi điểm M di động trên đường thẳng d.

Câu 11 (1 điểm)

1. Tìm số thực x thỏa mãn $x^2 + 5x + 2 = 4(x\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2})$, với $x \geq 1$.

2. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a + b = 2$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b^2(a+1)} + \frac{b}{a^2(b+1)} \geq 1$.

----- **HẾT** -----

Ghi chú:

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.