

(ĐỀ THI GỒM CÓ 01 TRANG)

Câu 1(1,0 điểm). Cho $x + \sqrt{5} = 2$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 28x + 2017}{x^2 - 4x}.$$

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hai phương trình: $x^2 - bx + 4c = 0$ (1); $x^2 - b^2x - 4bc = 0$ (2) (trong đó x là ẩn, b và c là các tham số). Biết phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2 , phương trình (2) có hai nghiệm x_3 và x_4 thỏa mãn điều kiện $x_3 - x_1 = x_4 - x_2 = 1$. Xác định b và c .

Câu 3 (1,0 điểm). Tìm số các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện

$$1 + 20x + 22y - xy = 0.$$

Câu 4 (1,0 điểm). Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } P = \frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2}.$$

Câu 5 (2,0 điểm). Cho tập hợp X chứa đúng 501 số nguyên dương bất kỳ thỏa mãn mỗi số đó nhỏ hơn hoặc bằng 1000. Chứng minh rằng trong X có ít nhất một số chia hết cho một số khác.

Câu 6 (4,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Gọi M là trung điểm của đoạn AH .

a. Chứng minh tứ giác $BDHF$ nội tiếp đường tròn.

b. Chứng minh $AF \cdot AB = AH \cdot AD$.

c. Gọi O là trung điểm của cạnh BC , chứng minh ME vuông góc với EO .

d. Gọi I và J tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác BDF và EDC . Chứng minh $\widehat{DJI} = \widehat{DEB}$.