

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN 9

Ngày kiểm tra: 29/4/2022

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I (2,0 điểm).

Cho biểu thức: $A = \frac{x - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = A.B$.
- 3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức P nhận giá trị là số nguyên âm.

Bài II (2,0 điểm)

- 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội sản xuất phải làm 10 000 khẩu trang trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến kĩ thuật và tăng giờ làm nên mỗi ngày đội sản xuất được thêm 200 khẩu trang. Vì vậy, không những đã làm vượt mức kế hoạch 800 khẩu trang mà còn hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với dự định. Tính số khẩu trang mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo dự định.

2) Một thùng nước bằng tôn có dạng hình trụ với bán kính đáy là $0,2m$ và chiều cao $0,4m$. Hỏi thùng nước này đựng đầy được bao nhiêu lít nước? (Bỏ qua bề dày của thùng nước, lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài III (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2y = 6 \\ \frac{2}{x-1} - 3y = 5 \end{cases}$$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x - 2m$.

a) Xác định tọa độ giao điểm (d) và (P) khi $m = -3$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 x_2}{4}$.

Bài IV (3 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm I thuộc đoạn thẳng OB ($I \neq O, B$). Gọi E là giao điểm của đường thẳng CI với (O) ($E \neq C$), H là giao điểm của hai đoạn thẳng AE và CD .

1) Chứng minh tứ giác $OHEB$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $AH.AE = 2R^2$.

3) Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng OB . Tính tỉ số $\frac{OH}{OA}$.

4) Tìm vị trí của I trên đoạn thẳng OB sao cho tích $EA.EB.EC.ED$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm). Giải phương trình: $x^2 + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x-1} = 2x + 4$.

.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

HƯỚNG DẪN CHUNG

+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

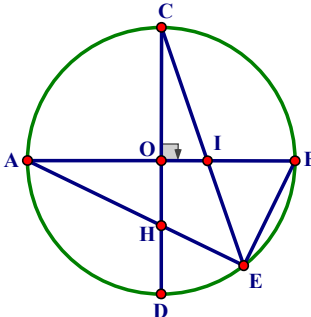
+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

+) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

+) Chú ý: Bài IV ý 3 học sinh không cần vẽ lại hình.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.	0,5
		Thay $x = 9$ (TMĐK) vào biểu thức A .	0,25
		Tính được $A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{9 - 2\sqrt{9} + 1}{\sqrt{9} - 2} = 4$.	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức $P = A.B$.	1,0
		$P = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}}{x - 1} \right)$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \right)$	
		$= \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{2(\sqrt{x} - 1) - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{2\sqrt{x} - 2 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$\Rightarrow P = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}.$	0,25
	3)	Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức P nhận giá trị là số nguyên âm.	0,5
		+) $P = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x} + 1}.$	0,25
		Với $x \geq 0$ thì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \leq 2$	
		$\Rightarrow 1 - \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \geq -1 \Rightarrow P \geq -1$. Mà P nhận giá trị là số nguyên âm $\Rightarrow P = -1$.	
		+) $P = -1 \Leftrightarrow x = 0$ (TMĐK). Vậy $x = 0$ thì P nhận giá trị là số nguyên âm.	0,25

Bài II 2,0 điểm		Tính số khẩu trang mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo dự định.	1,5
		+) Gọi số khẩu trang mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo dự định là x (cái) ($x > 0$).	0,25
		+) Thời gian làm theo dự định là: $\frac{10\,000}{x}$ (ngày).	0,25
		+) Tổng số khẩu trang thực tế sản xuất là: $10\,000 + 800 = 10\,800$ (cái).	
		+) Thực tế, mỗi ngày của đội sản xuất được số khẩu trang là: $x + 200$ (cái), thời gian làm là: $\frac{10\,800}{x + 200}$ (ngày).	0,25
		+) Vì hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với dự định nên ta có phương trình: $\frac{10\,000}{x} - \frac{10\,800}{x + 200} = 1$.	0,25
		$\Leftrightarrow 10\,000(x + 200) - 10\,800x = x(x + 200)$ $\Leftrightarrow -800x + 2\,000\,000 = x^2 + 200x \Leftrightarrow x^2 + 1\,000x - 2\,000\,000 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1\,000 \\ x = -2\,000 \end{cases}$	0,25
		Đối chiếu điều kiện và kết luận số khẩu trang mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo dự định là 1 000 cái/ngày.	0,25
	2)	Hỏi thùng nước này đựng đầy được bao nhiêu lít nước ?	0,5
		Thể tích nước là thể tích của thùng nước.	0,25
		Thùng nước đựng đầy được số lít nước là: $V = \pi.R^2.h \approx 3,14.0,2^2.0,4 \Rightarrow V \approx 0,05024(m^3) \Rightarrow V \approx 50,24(lít)$.	0,25
Bài III 2,5 điểm	1)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2y = 6 \\ \frac{2}{x-1} - 3y = 5 \end{cases}$.	1,0
		Điều kiện $x \neq 1$.	0,25
		$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2y = 6 \\ \frac{2}{x-1} - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x-1} + 4y = 12 \\ \frac{2}{x-1} - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ \frac{2}{x-1} - 3y = 5 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \frac{1}{x-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$	0,25
		Đối chiếu điều kiện và kết luận hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{5}{4}; 1\right)$.	0,25
	2)	a) Xác định tọa độ giao điểm (d) và (P) khi $m = -3$.	1,5

		b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 x_2}{4}$.		
		a) +) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) : $x^2 = (m + 2)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - (m + 2)x + 2m = 0 \quad (1).$	0,25	
		+) Thay $m = -3$ vào (1) ta được: $x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$	0,25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ Tính được tọa độ hai giao điểm là $(2; 4); (-3; 9).$	0,25	
		b) +) Tính được $\Delta = (m - 2)^2$. +) (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2.$	0,25	
		+) Lập luận áp dụng hệ thức Vi-et có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$.	0,25	
		+) Biến đổi : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 x_2}{4}$ (Điều kiện $x_1, x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$)		
		$\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1 x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2 + m}{2m} = \frac{2m}{4}$ $\Leftrightarrow 2 + m = m^2 (m \neq 0) \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 (m \neq 0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$. Đối chiếu điều kiện và kết luận $m = -1.$	0,25	
Bài IV 3,0 điểm	1)	Chứng minh tứ giác $OHEB$ là tứ giác nội tiếp.	1,0	
			+) Vẽ hình đúng đến câu 1.	0,25
		+) Lập luận được $\widehat{AEB} = 90^\circ$.	0,25	
		+) Tứ giác $OHEB$ có $\widehat{HEB} + \widehat{HOB} = 180^\circ$,	0,25	
		mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $OHEB$ là tứ giác nội tiếp	0,25	

	Chứng minh $AH.AE = 2R^2$. +) Xét $\triangle AOH$ và $\triangle AEB$ có: $\widehat{AEB} = \widehat{AOH} = 90^\circ$ $\widehat{HAO}$ chung $\Rightarrow \triangle AOH$ đồng dạng với $\triangle AEB$ theo trường hợp góc – góc. $\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AO}{AE}$ $\Rightarrow AH.AE = AB.AO = 2R^2$.	1,0 0,25 0,25 0,25 0,25
2)	Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng OB. Tính tỉ số $\frac{OH}{OA}$. +) $\triangle AOH$ đồng dạng với $\triangle AEB$ $\frac{OH}{OA} = \frac{EB}{EA}$. +) Lập luận được EI là phân giác của $\widehat{AEB}$. $\Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{IB}{IA}$. Mà $\frac{IB}{IA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OH}{OA} = \frac{1}{3}$.	0,5 0,25 0,25
3)	Tìm vị trí của I trên đoạn thẳng OB sao cho tích $EA.EB.EC.ED$ đạt giá trị lớn nhất. +) Kẻ EM, EN lần lượt vuông góc với AB, CD tại M, N. +) Lập luận được: $EA.EB.EC.ED = EM.AB.EN.CD = EM.EN.4R^2$. +) Ta có: $EM.EN \leq \frac{EM^2 + EN^2}{2}$ $\Rightarrow EM.EN \leq \frac{OE^2}{2}$ $\Rightarrow EM.EN \leq \frac{R^2}{2}$ $\Rightarrow EA.EB.EC.ED \leq \frac{R^2.4R^2}{2}$ $\Rightarrow EA.EB.EC.ED \leq 2R^4$. +) Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow EM = EN \Leftrightarrow OE$ là phân giác của $\widehat{BOD} \Leftrightarrow I$ là giao điểm của	0,5 0,25 0,25

			OB và CE với E là điểm chính giữa của cung BD . Kết luận.	
Bài V 0,5 điểm		<i>Giải phương trình:</i> $x^2 + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x-1} = 2x + 4$.		0,5
		$x^2 + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x-1} = 2x + 4 \quad \text{Điều kiện } x \geq 1$ $\Leftrightarrow x^2 + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x-1} - 2x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (\sqrt{4x+1} - 3) + (\sqrt{x-1} - 1) + (2x - 4) = 0$ $\Leftrightarrow (x-2)^2 + \frac{4x-8}{\sqrt{4x+1}+3} + \frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1} + 2(x-2) = 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[x-2 + \frac{4}{\sqrt{4x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + 2 \right] = 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[x + \frac{4}{\sqrt{4x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} \right] = 0$		0,25
		Vì $x \geq 1 \Rightarrow x + \frac{4}{\sqrt{4x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} > 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Đối chiếu điều kiện và kết luận.		0,25