

Bài 1: (2,0 điểm) Thực hiện phép tính:

1) $2\sqrt{50} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt{18}$;

2) $\frac{11}{4-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$;

3) $\sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}$.

Bài 2: (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{2x-3} = 1$

2) $\sqrt{4x^2-12x+9} = x$

Bài 3: (2, điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với điều kiện $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Rút gọn biểu thức $P = A + B$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = P \cdot (\sqrt{x} - 1)$.

Bài 4: (2,0 điểm)

1) (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS – CoV – 2 cho toàn bộ người dân trong một thời gian quy định. Dự định mỗi ngày xét nghiệm được 500 người. Tuy nhiên, nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi ngày xét nghiệm được thêm 300 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành xét nghiệm sớm hơn kế hoạch là 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này dự định xét nghiệm trong thời gian bao lâu?

2) (0,5 điểm) Một bể bơi hình chữ nhật có độ dài đường chéo BC là $12m$. Góc tạo bởi đường chéo BC và chiều rộng AB của bể là 60° . Em hãy tính chiều dài AC của bể bơi.



Bài 5: (2,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), có đường cao AH và đường trung tuyến AM ($H, M \in BC$).

1) Cho $AB = 6, BC = 10$. Tính BH và $\sin \widehat{ACB}$;

2) Gọi D là điểm đối xứng của A qua M . Chứng minh rằng: $CD^2 = BH \cdot BC$;

3) Đường thẳng AH cắt hai đường thẳng BD và CD lần lượt tại T và Q . Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng CT và BQ . Chứng minh rằng: T là trực tâm của tam giác BCQ và $\widehat{BAP} = \widehat{AQB}$.

—HẾT—

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: (2,0 điểm) Thực hiện phép tính:

1) $2\sqrt{50} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt{18}$;

2) $\frac{11}{4-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$;

3) $\sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}$.

Hướng dẫn

1) $2\sqrt{50} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt{18}$

$$= 2.5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{3}.3\sqrt{2}$$

$$= 10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{2}.$$

2) $\frac{11}{4-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$$= \frac{11.(4+\sqrt{5})}{(4-\sqrt{5}).(4+\sqrt{5})} - \frac{3.(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}).(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{44+11\sqrt{5}}{11} - \frac{3\sqrt{5}-3\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{132+33\sqrt{5}-33\sqrt{5}+33\sqrt{2}}{33}$$

$$= \frac{132+33\sqrt{2}}{33}$$

$$= 4 + \sqrt{2}.$$

3) $\sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}$

$$= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}$$

$$= |\sqrt{5}-\sqrt{3}| - |\sqrt{5}+\sqrt{3}|$$

$$= \sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

Bài 2: (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{2x-3} = 1$

2) $\sqrt{4x^2-12x+9} = x$

Hướng dẫn

1) $\sqrt{2x-3} = 1$ (ĐKXĐ: $x \geq \frac{3}{2}$)

Với $x \geq \frac{3}{2}$, ta có $\sqrt{2x-3} = 1 \Leftrightarrow 2x-3 = 1 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (TMĐK)

Vậy $x = 2$.

$$2) \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x$$

$$\text{ĐKXD: } x \geq 0$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x \Leftrightarrow \sqrt{(2x-3)^2} = x \Leftrightarrow |2x-3| = x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x-3 = x \\ 2x-3 = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

$$\text{Vậy } x \in \{1; 3\}.$$

Bài 3: (2, điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với điều kiện $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Rút gọn biểu thức $P = A + B$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = P \cdot (\sqrt{x} - 1)$.

Hướng dẫn

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

$$\text{Thay } x = 36 \text{ (tmđk) vào biểu thức ta có } A = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36}+3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

2) Rút gọn biểu thức $P = A + B$.

Với $x \geq 0, x \neq 9$.

$$\begin{aligned} P = A + B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{3x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \text{ với } x \geq 0, x \neq 9.$$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = P \cdot (\sqrt{x} - 1)$.

Với $x \geq 0, x \neq 9$

$$M = P \cdot (\sqrt{x} - 1) = \frac{3(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+3} = 3 - \frac{12}{\sqrt{x}+3} \geq 3 - \frac{12}{0+3} = -1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là -1 khi $x = 0$.

Bài 4: (2,0 điểm)

1) (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS – CoV – 2 cho toàn bộ người dân trong một thời gian quy định. Dự định mỗi ngày xét nghiệm được 500 người. Tuy nhiên, nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi ngày

xét nghiệm được thêm 300 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành xét nghiệm sớm hơn kế hoạch là 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này dự định xét nghiệm trong thời gian bao lâu?

Hướng dẫn

1) (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình

Gọi thời gian địa phương này dự định xét nghiệm theo kế hoạch là: x (ngày, $x > 3$)

Thực tế, mỗi ngày địa phương đó xét nghiệm được: $500 + 300 = 800$ (người)

Thời gian thực tế địa phương này hoàn thành xét nghiệm là: $x - 3$ (ngày)

Vì số người được xét nghiệm của địa phương đó trong dự định và thực tế là không đổi, nên ta có phương trình:

$$500x = 800(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 500x = 800x - 2400$$

$$\Leftrightarrow 300x = 2400$$

$$\Leftrightarrow x = 8(TM)$$

Vậy thời gian địa phương này dự định xét nghiệm theo kế hoạch là 8 ngày.

2) (0,5 điểm) Một bể bơi hình chữ nhật có độ dài đường chéo BC là 12m. Góc tạo bởi đường chéo BC và chiều rộng AB của bể là 60° . Em hãy tính chiều dài AC của bể bơi.



Hướng dẫn

Xét $\triangle BAC$ vuông tại A có:

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow AC = BC \cdot \sin \hat{B} = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} (m)$$

Vậy chiều dài AC của bể bơi là $6\sqrt{3} m$.

Bài 5: (2,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), có đường cao AH và đường trung tuyến AM ($H, M \in BC$).

1) Cho $AB = 6, BC = 10$. Tính BH và $\sin \widehat{ACB}$;

2) Gọi D là điểm đối xứng của A qua M . Chứng minh rằng: $CD^2 = BH \cdot BC$;

3) Đường thẳng AH cắt hai đường thẳng BD và CD lần lượt tại T và Q . Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng CT và BQ . Chứng minh rằng: T là trực tâm của tam giác BCQ và $\widehat{BAP} = \widehat{AQB}$.

Hướng dẫn giải

