

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$1) \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-2} = \frac{3x-11}{(x+1)(x-2)}$$

$$2) \begin{cases} 2(x-1) + y = 3 \\ x - 3(y+2) = -14 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \left(\frac{x+y}{\sqrt{xy}} + \frac{y}{x-\sqrt{xy}} - \frac{x}{\sqrt{xy}+y} \right) \quad (\text{Với } x, y > 0 ; x \neq y)$$

2) Tìm m để đồ thị hàm số $y = (m-2)x + 1$ cắt trục tung và trục hoành tạo thành tam giác vuông cân.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 7. Nếu thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số thì được một số lớn hơn số đã cho là 180. Tìm số đã cho.

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + m + 4 = 0$

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài (O) kẻ 2 tiếp tuyến MC, MD và cát tuyến MAB với đường tròn (A, B, C, D thuộc đường tròn và dây AB không đi qua O; A nằm giữa M và B). Gọi I là trung điểm của AB, H là giao điểm của MO và CD.

a) Chứng minh 5 điểm M, O, I, C, D cùng nằm trên một đường tròn;

b) Gọi E là giao điểm của 2 đường thẳng CD và OI, S là giao điểm của MI và EH. Chứng minh OS vuông góc với EM và $MH \cdot MO + EI \cdot EO = ME^2$;

c) Kẻ dây BN song song với CD. Chứng minh ba điểm A, H, N thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm)

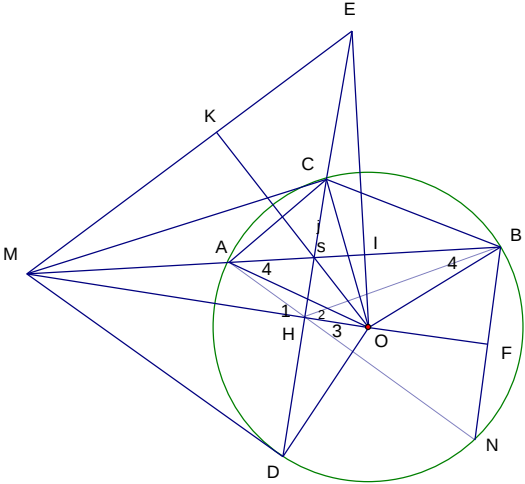
Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $a, c > 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

điều kiện $x_1 \geq 1; x_2 \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{(2a-b)\left(1+\sqrt{\frac{c}{a}}\right)}{a-b+c}$

----- Hết -----

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2điểm)	- Tìm ĐKXD: $x \neq -1$ và $x \neq 2$	0.25
	- Quy đồng khử mẫu đúng: $2(x-2) - (x+1) = 3x-11$	0.25
	- Giải ra $x = 3$ và kết luận tập nghiệm PT	0.5
	d) $\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ x - 3y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(1;3)$	0,5
Câu 2 (2điểm)	a) $P = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \left(\frac{x+y}{\sqrt{xy}} + \frac{y}{x-\sqrt{xy}} - \frac{x}{\sqrt{xy}+y} \right)$ (Với $x, y > 0 ; x \neq y$)	0,25
	$P = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \left(\frac{x+y}{\sqrt{xy}} + \frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} - \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \right)$	
	$P = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \left(\frac{(x+y)(x-y)}{\sqrt{xy}(x-y)} + \frac{y\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(x-y)} - \frac{x\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(x-y)} \right)$	0,25
	$P = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \frac{x^2 - y^2 + y\sqrt{xy} + y^2 - x^2 + x\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}(x-y)}$	0,25
	$P = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(x-y)} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ $P = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ (Với $x, y > 0 ; x \neq y$)	0,25

	b) $y = (m - 2)x + 1$ ĐK: $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2 (*)$ Cho $x = 0$; $y = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại: $A(0; 1)$ $y = 0; x = \frac{1}{2-m} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại: } B\left(\frac{1}{2-m}; 0\right)$	0.5
	Tam giác OAB vuông tại O. Để tam giác OAB vuông cân $\Leftrightarrow$ $OA=OB \Leftrightarrow \left \frac{1}{2-m} \right = 1 \Leftrightarrow 2-m = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m=1 \\ 2-m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=3 \end{cases}$ Giải pt ta được: $m_1 = 1$ (TM *) $m_2 = 3$ (TM *) Vậy với $m = 3$ hoặc $m=1$ thì đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + 1$ cắt trục tung và trục hoành tạo thành tam giác vuông cân.	0.5
	Gọi chữ số hàng chục của số đã cho là x (điều kiện $0 < x \leq 7$ và $x \in \mathbb{N}$). Thì chữ số hàng đơn vị của số đã cho là: $7 - x$ Số đã cho có dạng: $\overline{x(7-x)} = 10x + 7 - x = 9x + 7$	0.25
Câu 3 (2điểm)	Viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị ta được số mới có dạng : $\overline{x0(7-x)} = 100x + 7 - x = 99x + 7$	0.25
	Theo đề bài ta có phương trình: $(99x + 7) - (9x + 7) = 180$ $\Leftrightarrow 90x = 180$ $\Leftrightarrow x = 2 \text{ (Thoả mãn điều kiện).}$	0.25
	Vậy: chữ số hàng chục là 2 chữ số hàng đơn vị là $7 - 2 = 5$ số phải tìm là 25	0.25
	b) Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 + m + 4 = 0$ Tìm m để phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.	

	$\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 + m + 4) = -3m - 3$ Phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$ + Theo Viét: $x_1 + x_2 = 2m - 2$; $x_1 \cdot x_2 = m^2 + m + 4$ Đặt $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ $= (2m - 2)^2 - 2(m^2 + m + 4) = 2m^2 - 10m - 4$	0,25
	$A = 2m^2 - 10m - 4 = 2m^2 + 4m + 2 - 14m - 6 = 2(m+1)^2 - 14m - 6$ $2(m+1)^2 \geq 0$; $m \leq -1 \Rightarrow -14m \geq 14 \Rightarrow A = 2(m+1)^2 - 14m - 6 \geq 8$ Dấu bằng xảy ra khi $m = -1$ (thỏa mãn) Vậy $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là 8 khi $m = -1$	0,25
	A = 0,25	0,5
Câu 4 (3 điểm)	Vẽ hình đúng 	0,25
	a) Vì MC, MD là 2 tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow MC \perp CO, MD \perp DO$	0,25
	Vì I là trung điểm của AB $\Rightarrow OI \perp AB$	0,25
	$\Rightarrow C, D, I$ cùng nhìn MO dưới 1 góc vuông $\Rightarrow C, D, I, M, O$ cùng nằm trên 1 đường tròn đường kính MO	0,25
	b) Vì MC, MD là 2 tiếp tuyến $\Rightarrow MC = MD$, MO là phân giác của $\angle CMD$ $\Rightarrow \triangle MCD$ cân tại M $\Rightarrow MO$ là trung trực của CD $\Rightarrow MO \perp CD$	0,25
	$\Rightarrow EH$ và MI là 2 đường cao của $\triangle MOE$. S là trực tâm tam giác OME $\Rightarrow OS \perp EM$	0,25
	Gọi giao điểm OS với ME là K ta có $OK \perp EM$ Xét $\triangle MHE$ và $\triangle MKO$ có $\angle OME$ là góc chung $\angle MHE = \angle OKM = 90^\circ \Rightarrow \triangle MHE \sim \triangle MKO \Rightarrow MH \cdot MO = MK \cdot ME$ Tương tự $EI \cdot EO = EK \cdot ME$	0,25
	$\Rightarrow MH \cdot MO + EI \cdot EO = EK \cdot ME + MK \cdot ME = ME^2$	0,25
	c) Gọi F là giao điểm của MO và BN	

	Ta có $BN \parallel CD$, mà $CD \perp MO \Rightarrow MO \perp BN \Rightarrow FB=FN$ $\Rightarrow HF$ vừa là đường cao, trung tuyến của $\triangle HBN$ $\Rightarrow \triangle HBN$ cân tại H và HF là phân giác $\Rightarrow H_3 = H_2$ (1)	0,25
	Mặt khác ta có $MH.MO=MC^2$ (Hệ thức lượng) Xét $\triangle MCA \sim \triangle MBC$ có CMA chung, $MCA = CBA = \frac{1}{2} \text{sd} AC$ $\Rightarrow \triangle MCA \sim \triangle MBC$ (g.g) $\Rightarrow MA.MB = MC^2$ $\Rightarrow MH.MO = MA.MB \Rightarrow \frac{MH}{MA} = \frac{MB}{MO}$, mà $\triangle MHA$ và $\triangle MBO$ có $\angle HMA$ chung $\Rightarrow \triangle MHA \sim \triangle MBO$ (c.g.c) $\Rightarrow H_1 = B_4 \Rightarrow AHOB$ là tứ giác nội tiếp	0,5
	$\Rightarrow A_4 = H_2$. Ta có $OA=OB \Rightarrow \triangle AOB$ cân tại O $\Rightarrow A_4 = B_4 \Rightarrow H_1 = H_2$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow H_1 = H_3 \Rightarrow H_1 + MHN = 180^\circ$ $\Rightarrow A, H, N$ thẳng hàng.	0,25
Câu 5 (1 điểm)	Theo đề bài, phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $a, c > 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 \geq 1; x_2 \geq 1$. Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$	0.25
	Ta có $A = \frac{(2a-b)\left(1+\sqrt{\frac{c}{a}}\right)}{a-b+c} \Rightarrow A = \frac{\left(2-\frac{b}{a}\right)\left(1+\sqrt{\frac{c}{a}}\right)}{1-\frac{b}{a}+\frac{c}{a}}$ $A = \frac{(2+x_1+x_2)\left(1+\sqrt{x_1x_2}\right)}{1+x_1+x_2+x_1x_2}$	0.25
	Vì $x_1 \geq 1; x_2 \geq 1$ nên ta có $(\sqrt{x_1x_2}-1)(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2})^2 \geq 0$ $\Rightarrow (\sqrt{x_1x_2}-1)(x_1-2\sqrt{x_1x_2}+x_2) \geq 0$ $\Rightarrow x_1\sqrt{x_1x_2}-2x_1x_2+x_2\sqrt{x_1x_2}-x_1+2\sqrt{x_1x_2}-x_2 \geq 0$ $\Rightarrow 2\sqrt{x_1x_2}+x_1\sqrt{x_1x_2}+x_2\sqrt{x_1x_2} \geq x_1+x_2+2x_1x_2$ $\Rightarrow 2+2\sqrt{x_1x_2}+x_1\sqrt{x_1x_2}+x_2\sqrt{x_1x_2}+x_1+x_2 \geq 2+2x_1+2x_2+2x_1x_2$ $\Rightarrow (2+x_1+x_2)\left(1+\sqrt{x_1x_2}\right) \geq 2(1+x_1+x_2+x_1x_2)$	0.5

	$\Rightarrow \frac{(2 + x_1 + x_2)(1 + \sqrt{x_1 x_2})}{1 + x_1 + x_2 + x_1 x_2} \geq 2$ $\Rightarrow A \geq 2.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \\ \sqrt{x_1 x_2} = 1 \\ x_1 \geq 1; x_2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 1$ Vậy $\min A = 2 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 1$	
--	--	--

Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

----- Hết -----