

Bài 1 (3,0 điểm)

1. Tính bằng cách hợp lý: $A = 23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22}\right)^0$

2. Cho đa thức M thỏa mãn: $M - (19x^2y + xy^2) = 2x^2y + 5xy^2$

Tìm đa thức M và tính giá trị của M tại $x = 2$ và $y = -1$

Bài 2 (3,0 điểm)

1. Tìm x biết $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$

2. Cuối học kì I, ba bạn An, Tâm, Bình được thưởng tổng số vở là 58 quyển. Ba bạn quyết định dùng một nửa số vở của An, $\frac{1}{3}$ số vở của Tâm, $\frac{1}{4}$ số vở của Bình để tặng các bạn học sinh nghèo. Biết số vở còn lại sau khi tặng của ba bạn bằng nhau. Hỏi mỗi bạn được thưởng bao nhiêu quyển vở?

Bài 3 (3,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = f(x) = (a - 1)x$. Tìm a biết $f(2) - f(-1) = 6$

2. Cho biểu thức $A = \frac{x+3}{x-2}$. Tìm số nguyên x để A có giá trị nguyên.

Bài 4 (4,0 điểm)

1. Tìm x biết: $|x-1| + |x-2| + |x-4| = 3$

2. Cho dãy tỉ số bằng nhau $\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}$ (với $a, b, c \neq 0$).

Chứng minh $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$

Bài 5 (6,0 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có góc A nhỏ hơn 90° . Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm M sao cho $\triangle ABM$ vuông cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B lấy điểm N sao cho $\triangle ACN$ vuông cân tại A. Gọi K là giao điểm của BN và CM.

1. Chứng minh $\triangle AMC = \triangle ABN$.

2. Chứng minh $BN \perp CM$.

3. Chứng minh $MN^2 + BC^2 = 2(AB^2 + AC^2)$

4. Tính góc AKC ?

Bài 6 (1,0 điểm)

Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn $a^3 + 5a^2 + 21 = 7^b$ và $a + 5 = 7^c$

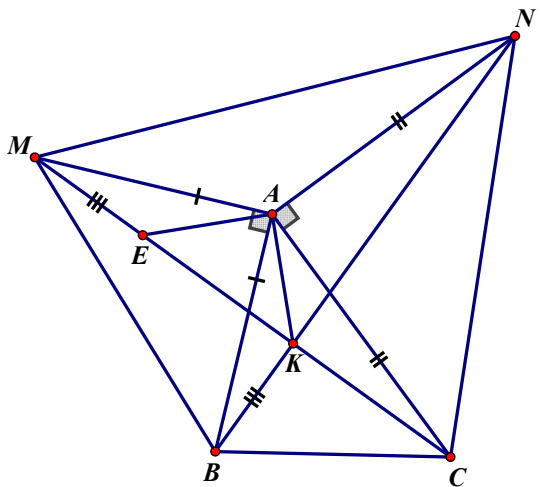
--- Hết ---

Họ và tên học sinh:Số báo danh:

Bài	Nội dung	Biểu điểm
Bài 1 (3,0 điểm)	1. Tính bằng cách hợp lý: $A = 23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22}\right)^0$ 2. Cho đa thức M thỏa mãn: $M - (19x^2y + xy^2) = 2x^2y + 5xy^2$ Tìm đa thức M và tính giá trị của M tại $x = 2$ và $y = -1$	
Câu 1.1 (1,5 điểm)	$A = 23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22}\right)^0$	
	$= \frac{70}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + 1$	0,5
	$= \left(\frac{70}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{13}{5} - \frac{3}{5}\right) + 1$	0,5
	$= 23 - 2 + 1 = 22$	0,25
	Vậy $A = 22$	0,25
Câu 1.2 (1,5 điểm)	Tính được $M = 21x^2y + 6xy^2$	0,5
	Thay $x = 2$ và $y = -1$ vào biểu thức M ta được: $M = 21 \cdot 2^2 \cdot (-1) + 6 \cdot 2 \cdot (-1)^2 = -84 + 12 = -72$	0,75
	Kết luận	0,25
Bài 2 (3,5 điểm)	Bài 2 (3,0 điểm): 1. Tìm x biết $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$ 2. Cuối học kì I, ba bạn An, Tâm, Bình được thưởng tổng số vở là 58 quyển. Ba bạn quyết định dùng một nửa số vở của An, $\frac{1}{3}$ số vở của Tâm, $\frac{1}{4}$ số vở của Bình để tặng các bạn học sinh nghèo. Biết số vở còn lại sau khi tặng của ba bạn bằng nhau. Hỏi mỗi bạn được thưởng bao nhiêu quyển vở ?	
Câu 2.1 (1,5 điểm)	$-\frac{15}{12}x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5}{4}x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$	0.5
	$\Rightarrow \frac{5}{4}x = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{4} : \frac{5}{4}$	0.5
	$\Rightarrow x = 1$	0,25
	Vậy $x = 1$	0,25

Bài	Nội dung	Biểu điểm										
Câu 2.2 (1,5 điểm)	Gọi số vở được thưởng của ba bạn An, Tâm, Bình thứ tự là x, y, z (quyển). Điều kiện: x, y, z nguyên dương.	0,25										
	Theo bài ra ta có: $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y = \frac{3}{4}z$ và $x + y + z = 58$	0,25										
	$\Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{9} = \frac{z}{8}$ và $x + y + z = 58$	0,25										
	$\Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{9} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{12+9+8} = \frac{58}{29} = 2$	0,25										
	$\Rightarrow x = 2.12 = 24$ (TMĐK) $y = 2.9 = 18$ (TMĐK) $z = 2.8 = 16$ (TMĐK)	0,25										
	Vậy An được thưởng 24 quyển vở. Tâm được thưởng 18 quyển vở. Bình được thưởng 16 quyển vở.	0,25										
Bài 3 (3,0điểm)	1. Cho hàm số $y = f(x) = (a - 1)x$. Tìm a biết: $f(2) - f(-1) = 6$ 2. Cho biểu thức $A = \frac{x+3}{x-2}$. Tìm số nguyên x để A có giá trị nguyên.											
Câu 3.1 (1,5 điểm)	Ta có $f(2) = (a-1).2 = 2a - 2$ Ta có $f(-1) = (a - 1).(-1) = -a + 1$	0,5										
	Theo bài ra $f(2) - f(-1) = 6$ $\Rightarrow 2a - 2 - (-a + 1) = 6$	0,5										
	$\Rightarrow 3a - 3 = 6$ $\Rightarrow a = 3$	0,25										
	Vậy $a = 3$	0,25										
	ĐK: $x \neq 2$	0,25										
Câu 3.2 (1,5 điểm)	$A = \frac{x+3}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2}$	0,25										
	A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \frac{5}{x-2}$ nguyên . Do x nguyên nên $x - 2 \in U(5) = \{ -1; 1; -5; 5 \}$	0,25										
	Ta xét bảng sau: <table><tr><td>x - 2</td><td>-1</td><td>1</td><td>-5</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>-3</td><td>7</td></tr></table>	x - 2	-1	1	-5	5	x	1	3	-3	7	0,5
	x - 2	-1	1	-5	5							
	x	1	3	-3	7							
$x \in \{ 1; 3; -3; 7 \}$ (TMĐK)												
Vậy $x \in \{ 1; 3; -3; 7 \}$ thì $A \in \mathbb{Z}$	0,25											

Bài	Nội dung	Biểu điểm
Bài 4 (4 điểm)	Bài 4 (4,0 điểm): 1. Tìm x biết: $ x-1 + x-2 + x-4 =3$ 2. Cho dãy tỉ số bằng nhau $\frac{2bz-3cy}{a}=\frac{3cx-az}{2b}=\frac{ay-2bx}{3c}$ (với a, b, c $\neq$ 0). Chứng minh $\frac{x}{a}=\frac{y}{2b}=\frac{z}{3c}$	
Câu 4.1 (2,0 điểm)	Nhận thấy $ x-1 + x-4 = x-1 + 4-x $ Ta có: $ x-1 \geq x-1$ $ 4-x \geq 4-x$ $\Rightarrow x-1 + x-4 = x-1 + 4-x \geq x-1+4-x=3$	0.5
	Lại có: $ x-2 \geq 0$ $\Rightarrow x-1 + x-2 + x-4 \geq 3$	0.5
	Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ 4-x\geq 0 \\ x-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ x\leq 4 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow x=2$	0.75
	Vậy x = 2	0,25
Câu 4.2 (2,0 điểm)	Ta có : $\frac{2bz-3cy}{a}=\frac{3cx-az}{2b}=\frac{ay-2bx}{3c}$ và a, b, c khác 0 $=\frac{a(2bz-3cy)}{a.a}=\frac{2b(3cx-az)}{2b.2b}=\frac{3c(ay-2bx)}{3c.3c}$ $=\frac{2abz-3acy}{a^2}=\frac{6bcx-2abz}{4b^2}=\frac{3acy-6bcx}{9c^2}$	0,5
	$=\frac{2abz-3acy+6bcx-2abz+3acy-6bcx}{a^2+4b^2+9c^2}=0$ (Vì a, b, c $\neq$ 0 nên $a^2+4b^2+9c^2\neq 0$)	0,25
	$* \frac{2bz-3cy}{a}=0 \Rightarrow 2bz-3cy=0 \Rightarrow \frac{y}{2b}=\frac{z}{3c} \quad (1)$	0,5
	$* \frac{3cx-az}{2b}=0 \Rightarrow 3cx-az=0 \Rightarrow \frac{x}{a}=\frac{z}{3c} \quad (2)$	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x}{a}=\frac{y}{2b}=\frac{z}{3c}$ (đpcm).	0,25

Bài	Nội dung	Biểu điểm
Bài 5 (6 điểm)	Cho ΔABC có góc A nhỏ hơn 90°. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm M sao cho ΔABM vuông cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B lấy điểm N sao cho ΔACN vuông cân tại A. Gọi K là giao điểm của BN và CM. 1. Chứng minh $\Delta AMC = \Delta ABN$. 2. Chứng minh $BN \perp CM$. 3. Chứng minh $MN^2 + BC^2 = 2(AB^2 + AC^2)$ 4. Tính góc AKC ?	
	Vẽ hình, ghi GT – KL 	0,5
Câu 5.1 (1,5 điểm)	Chứng minh được $\widehat{MAC} = \widehat{NAB} (= 90^\circ + \widehat{BAC})$	0,5
	Xét ΔAMC và ΔABN, có: + $AM = AB$ (ΔAMB vuông cân) + $AC = AN$ (ΔACN vuông cân) + $\widehat{MAC} = \widehat{NAB}$ Suy ra $\Delta AMC = \Delta ABN$ (c - g - c)	1,0
Câu 5.2 (1,5 điểm)	b) Gọi I là giao điểm của BN với AC Xét ΔKIC và ΔAIN, có: $\widehat{ANI} = \widehat{KCI} \quad (\Delta AMC = \Delta ABN)$	0,5
	$\widehat{AIN} = \widehat{KIC}$ (đối đỉnh)	0,5
	$\Rightarrow \widehat{IKC} = \widehat{NAI} = 90^\circ$, do đó: $MC \perp BN$ tại K.	0,5
Câu 5.3 (1,5 điểm)	Chứng minh được: $MK^2 + BK^2 = MB^2 = MA^2 + BA^2 = 2 BA^2 \quad (1)$	0,5

Bài	Nội dung	Biểu điểm
	Chứng minh được: $NK^2 + CK^2 = NC^2 = CA^2 + NA^2 = 2 CA^2 \quad (2)$	0,5
	Chứng minh được: $MK^2 + BK^2 + NK^2 + CK^2 = MN^2 + BC^2 \quad (3)$	0,25
	Từ (1), (2), (3) ta có: $MN^2 + BC^2 = 2(AB^2 + AC^2)$	0,25
Câu 5.4 (1,0 điểm)	Trên cạnh MC lấy điểm E sao cho ME = BK	0,5
	Chứng minh được $\triangle ABK = \triangle AME$ (c - g - c)	0,25
	Chứng minh được $\triangle AEK$ vuông cân tại A và góc AKE bằng 45°	0,25
	Tính góc AKC bằng 135°	0,25
Bài 6 (1 điểm)	Tìm các số a,b,c nguyên dương thỏa mãn: $a^3 + 5a^2 + 21 = 7^b \text{ và } a + 5 = 7^c$	
	Do a nguyên dương $\Rightarrow 7^b = a^3 + 5a^2 + 21 > a + 5 = 7^c$ $\Rightarrow 7^b > 7^c \Rightarrow b > c$ $\Rightarrow 7^b : 7^c$	0,25
	$\Rightarrow (a^3 + 5a^2 + 21) : (a + 5)$ $\Rightarrow a^2(a+5) + 21 : a + 5$ Mà $a^2(a+5) : a + 5$ [do $(a+5) : (a+5)$] $\Rightarrow 21 : a + 5$ $\Rightarrow a + 5 \in U(21)$ $\Rightarrow a + 5 \in \{ 7 ; 21 \}$ (do a nguyên dương $a + 5 > 5$) $\Rightarrow a \in \{ 2 ; 16 \}$	0,25
	Với a = 2 tính được: b = 2, c = 1	0,25
	Với a = 16 không tìm được b, c thỏa mãn.	
	Vậy a = 2, b = 2, c = 1	0,25

Chú ý:

- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Bài hình phải có hình vẽ đúng và phù hợp với chứng minh thì mới cho điểm .
- Điểm toàn bài là tổng các điểm thành phần không làm tròn