PHÒNG GD&ĐT QUẬN HOÀN KIẾM
TRƯỜNG THCS NGUYỄN DU

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
Môn: Toán học, Lớp 9
Ngày khảo sát: 18/2/2023
Thời gian làm bài: **90 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3) Cho biểu thức $P=A.B$. Tìm x để $P<1$.

Bài II (2,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình*:
Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì sau 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy một mình trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy một mình trong 4 giờ thì cả hai vòi chảy được $\dfrac{2}{3}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể.

Bài III (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3\sqrt{x-2}+\sqrt{y}=5\\5\sqrt{x-2}-\sqrt{y}=3\end{cases}$

2) Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=1\\mx+2y=3\end{cases}$. Tìm $m\in\mathbb{Z}$ để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho biểu thức $P=3x+y$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài IV (3,5 điểm): Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AO và BC. Qua A kẻ cát tuyến ADE với đường tròn (O) ($D, E\in(O)$), sao cho tia AE nằm giữa hai tia AO, AC và $AD<AE$.

a) Chứng minh đường thẳng AO vuông góc với đường thẳng BC;

b) Chứng minh $AB^2=AD.AE$;

c) Đường phân giác của $\widehat{DBE}$ cắt đường thẳng DE tại M và cắt đường tròn tại điểm thứ hai N. Chứng minh $ON\perp DE$ và $AB=AM$;

d) Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC và đường thẳng ON lần lượt tại K và I. Chứng minh $ID^2=IK.IA$.

Bài V (0,5 điểm). Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x+\dfrac{1}{y}\le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$.

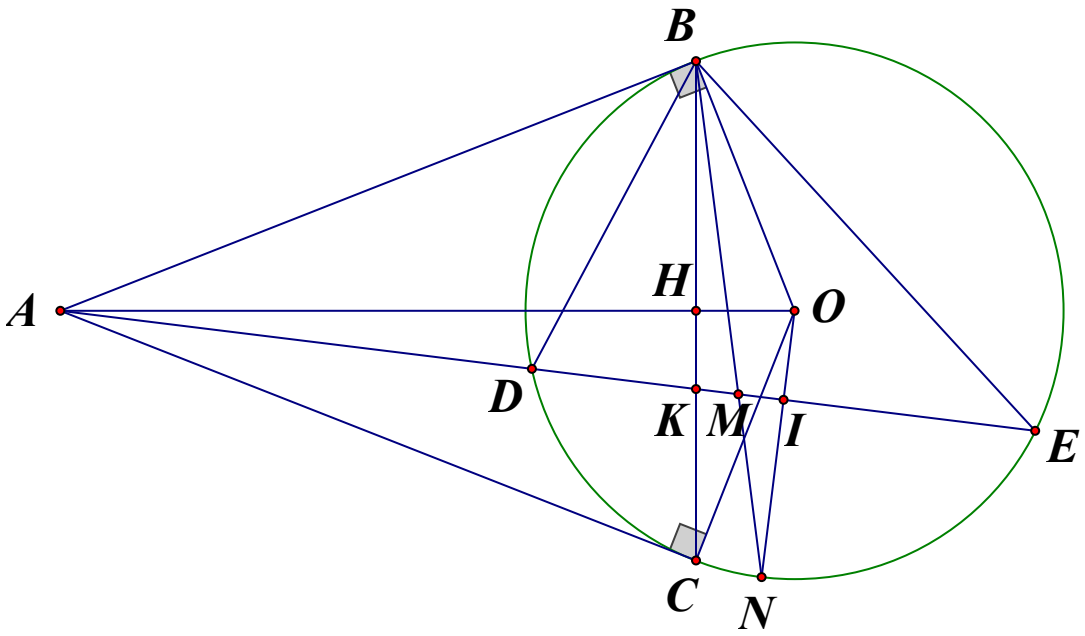
…….…… Hết ……

PHÒNG GD&ĐT QUẬN HOÀN KIẾM
TRƯỜNG THCS NGUYỄN DU

HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN TOÁN LỚP 9
Ngày khảo sát: 18/2/2023

Bài	Ý	Đáp án – Hướng dẫn chấm	Điểm
Bài I ***(2,0 điểm)***	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$	***0,5 đ***
		Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức A	0,25
		$A=\dfrac{9-2\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{3}{5}$	0.25
	2)	$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
		$B=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)+\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
		$B=\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$	0,25
		$B=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	3)	Cho biểu thức $P=A.B$. Tìm x để $P<1$.	***0,5đ***
		Ta có $P=A.B=\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}$; $P<1\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}<1\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}-1<0\Leftrightarrow\dfrac{x-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}<0$	0,25
		$\Leftrightarrow x-\sqrt{x}-2<0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)<0\Leftrightarrow\sqrt{x}-2<0\Leftrightarrow x<4$ Kết hợp điều kiện suy ra $0\le x<4$	0,25
Bài II ***(2,0 điểm)***		*Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình*:	***2***
		Gọi thời gian vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể lần lượt là $x(h)$ và $y(h)$, đk: $x>5;y>5$	0,25
		Trong 1 giờ: Vòi 1 chảy được $\dfrac{1}{x}$ (bể) Vòi 2 chảy được $\dfrac{1}{y}$ (bể) Cả hai vòi chảy được $\dfrac{1}{5}$ (bể) Ta có pt: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{5}$	0,25
		Trong 3 giờ vòi 1 chảy được $\dfrac{3}{x}$ (bể)	0,25

		Trong 4 giờ vòi 2 chảy được $\frac{4}{y}$ (bể) Do cả hai vòi chảy được $\frac{2}{3}$ (bể), nên ta có pt: $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3}$	
		Vậy ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3}\end{cases}$	0,25
		Giả hệ ta được: $x=7,5(tm); y=15(tm)$	0,75
		Vậy thời gian vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể lần lượt là $7,5(h)$ và $15(h)$,	0,25
Bài III ***2 điểm***	1)	Giải hệ phương trình $\begin{cases}3\sqrt{x-2}+\sqrt{y}=5\\ 5\sqrt{x-2}-\sqrt{y}=3\end{cases}$	***1đ***
		(điều kiện: $x\ge 2; y\ge 0$)	0,25
		Giải hệ được $x=3; y=4$	0,5
		Vậy hệ có nghiệm $(3;4)$	0,25
	2	Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=1\\ mx+2y=3\end{cases}$. Tìm $m\in\mathbb{Z}$ để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho biểu thức $P=3x+y$ nhận giá trị là số nguyên.	***1đ***
		Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{m}{2}\ne\frac{2}{1}\Leftrightarrow m\ne 4$ Tính được $x=\frac{1}{m-4}; y=\frac{m-6}{m-4}$ $P=3x+y=\frac{m-3}{m-4}=1+\frac{1}{m-4}$ $P\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow m-4\in U(1)\Leftrightarrow m\in\{3;5\}$	0,25 0,25 0,5
Bài IV ***3.5 điểm***			

		*0,25*
	$AB = AC$ $OB = OC$ Suy ra AO là trung trực của BC, suy ra $AO \perp BC$	0,5 0,25
	Chỉ ra $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ $\Delta ABD \sim \Delta AEB\left(g-g\right) \Rightarrow \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD.AE$	0,5 0,5
	Chỉ ra N là điểm chính giữa cung DE Suy ra $ON \perp DE$	0,25 0,25
	$\widehat{BMD} = \dfrac{1}{2}\left(sd\,\widehat{BD} + sd\,\widehat{NE}\right) = \dfrac{1}{2}\left(sd\,\widehat{BD} + sd\,\widehat{ND}\right) = \dfrac{1}{2}sd\,\widehat{BN} = \widehat{ABN}$ Suy ra tam giác ABM cân tại A nên $AB = AM$	0,25 0,25
	$AK.AI = AH.AO = AB^2 = AD.AE = \left(AI - ID\right)\left(AI + IE\right) = AI^2 - ID^2$ Suy ra $ID^2 = AI^2 - AI.AK = AI\left(AI - AK\right) = AI.IK$	0,25 0,25
Bài V ***0,5điểm***	Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + \dfrac{1}{y} \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$.	**0,5**
	$1 \ge x + \dfrac{1}{y} \ge 2\sqrt{\dfrac{x}{y}} \Rightarrow \dfrac{x}{y} \le \dfrac{1}{4} \Rightarrow \dfrac{y}{x} \ge 4$. $A = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \left(\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{16x}\right) + \dfrac{15y}{16x} \ge 2\sqrt{\dfrac{x}{y}.\dfrac{y}{16x}} + \dfrac{15.4}{16} = \dfrac{17}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi $x = \dfrac{1}{2}; y = 2$.	0,5