

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{3x}{x-3\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1; x \neq 4$

- Tính giá trị của A khi $x = 9$.
- Chứng minh $B = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}$.
- Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| > P$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Quãng đường AB dài 180km. Một xe máy khởi hành từ A đến B với vận tốc không đổi. Sau đó 24 phút một ô tô cũng khởi hành từ A nhưng đi với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy là 5km/h nên đã đến B kịp lúc với xe máy. Tính vận tốc của xe máy.

2) Cột cờ Hà Nội là công trình lịch sử đặc biệt, không chỉ là biểu tượng của Thủ đô thân yêu mà còn là chứng tích cho một thời kháng chiến chống Pháp oanh liệt, dấu ấn kiên cường, bất khuất của các thế hệ con dân đất Hà thành.

Vào thời điểm các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 62° , bóng của Cột cờ trên mặt đất dài 23m. Tính chiều cao của Cột cờ. (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai).



Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + \frac{3}{2y-3} = 4 \\ \frac{4}{x+3} - \frac{1}{2y-3} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng nguyên?

Bài IV (3,0 điểm) Cho ΔABC ($AC > BC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các tiếp tuyến với (O) tại A và B, hai tiếp tuyến này cắt nhau tại M. Lấy H là hình chiếu của O trên MC.

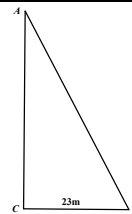
- Chứng minh bốn điểm M, A, O, H cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh HM là phân giác của $\widehat{AHB}$.
- a) Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt MA, MB lần lượt tại E và F, nối EH cắt AC tại P. Chứng minh $PA.PC = PH.PE$.
b) Gọi Q là giao điểm của FH và BC. Chứng minh $PQ \parallel EF$?

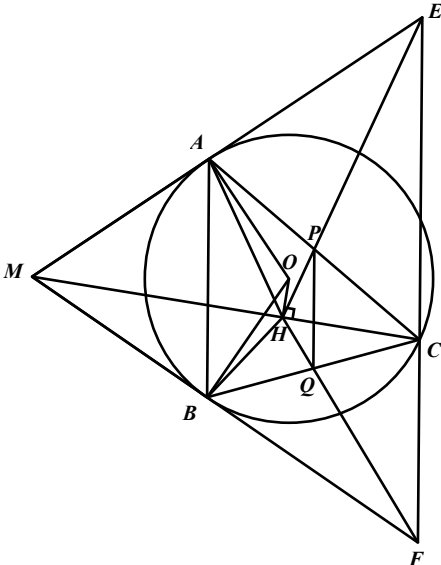
Bài V (0,5 điểm) Cho các số a; b; c không âm thỏa mãn $a+b+c=1$.

Chứng minh rằng $T = a^{2024} + b^{2023} + c^{2022} - ab - bc - ca \leq 1$.

----- Hết -----

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	$x = 9$ (TMĐK)	0,25
		$A = \frac{3}{4}$	0,25
	2)	$B = \frac{3x}{x-3\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
		$= \frac{3x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} + \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$= \frac{3x-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$= \frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}$	0,25
Bài II 2,5 điểm	3)	$P = A.B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25
		Đề $ P > P$ thì $P < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \sqrt{x}-2 < 0 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x < 4 \end{cases}$ KHĐK và x là số nguyên $\Rightarrow x \in \{2; 3\}$	0,25
	1)	Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) ($x > 0$)	0,25
		Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{180}{x}$ (h)	0,25
		Vận tốc ô tô là $x+5$ (km/h)	0,25
		$\Rightarrow$ Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{180}{x+5}$ (h)	0,25
		Vì ô tô xuất phát sau xe máy 24 phút $= \frac{2}{5}$ h nhưng vẫn đến B cùng lúc nên ta có PT	0,25
		$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+5} = \frac{2}{5}$	
		Giải được $x = 45$ (tmđk); $x = -50$ (KTM)	0,25
		Vậy vận tốc xe máy là 45 km/h.	0,25
	2)	$\triangle ABC$ vuông tại C có AC là chiều cao của Cột cờ, BC=23m là độ dài bóng Cột cờ, $\hat{B} = 62^\circ$	0,25
		$\Rightarrow \tan B = \frac{AC}{BC}$ $\Rightarrow AC = BC \cdot \tan B = 23 \cdot \tan 62^\circ \approx 43,26 \text{ m}$	0,25



Bài III 2,5 điểm	1)	Đk: $x \neq -3; y \neq \frac{3}{2}$	0,25
		Giải ra được $x = -2; y = 2$ Vật HPT có nghiệm $(x; y) = (-2; 2)$	0,5 0,25
	2a)	Giải phương trình với $m = 2$ được $x = 1$	0,5
	2b)	Tính được $\Delta = 16 > 0$ Để PT có 2 nghiệm phân biệt thì $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$	0,5
		Tính được 2 nghiệm là $x = 1; x = \frac{m+2}{m-2}$	0,25
		Để 2 nghiệm nguyên khi m nguyên thì $x = \frac{m+2}{m-2} = 1 + \frac{4}{m-2} \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow m - 2 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ $\Rightarrow m \in \{-1; 3; 0; 4; -2; 6\}$ (TMĐK $m \neq 2$)	0,25
			0,25
Bài IV 3,0 điểm			0,25
		Vẽ hình đúng đến câu a được 0,25đ	
	1)	$\widehat{MHO} = \widehat{MAO} = 90^\circ$	0,25
		Chứng minh được MAOH là tứ giác nội tiếp	0,5
	2)	Chứng minh M, A, O, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO	0,5
		MA=MB nên $\widehat{AHM} = \widehat{BHM}$	0,5
	3)	$EF \parallel AB \Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{MAB}$ (đồng vị) Xét đường tròn đk OM có $\widehat{MAB} = \widehat{MHA}$ $\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{MHA} \Rightarrow$ AECH là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{HEC} \Rightarrow \Delta PAH \sim \Delta PEC \Rightarrow PA \cdot PC = PE \cdot PH$	0,25 0,25
		Chứng minh tương tự BHCF là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{PHQ} + \widehat{PCQ} = 180^\circ \Rightarrow$ HPCQ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CPQ} = \widehat{CHQ} = \widehat{CBF} = \widehat{BAC} \Rightarrow PQ \parallel AB$ Mà $AB \parallel EF \Rightarrow PQ \parallel EF$	0,25 0,25

Bài V 0,5 điểm	Vì $\begin{cases} a, b, c \geq 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases}$ nên $0 \leq a, b, c \leq 1 \Rightarrow (a - 1)(b - 1)(c - 1) \leq 0$ $\Leftrightarrow abc - (ab + bc + ca) + a + b + c - 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow a + b + c - ab - bc - ca \leq 1 - abc \leq 1$	0,25
	Vì $0 \leq a, b, c \leq 1$ nên $a^{2023} \leq a, b^{2023} \leq b, c^{2023} \leq c$ $\Rightarrow T \leq a + b + c - ab - bc - ca \leq 1$ Dấu “=” khi $(a; b; c) = (1; 0; 0)$ và các hoán vị.	0,25

Chú ý: HS làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.