

Câu 1. (2,0 điểm) $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+4}{x-\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$

2. Chứng minh rằng: $B = \frac{3}{2-\sqrt{x}}$

3. Tìm x để $\frac{B}{A} < -1$

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Một khúc sông rộng 20m. Một chiếc thuyền qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo 26m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc thuyền lệch đi một góc bao nhiêu? (Số đo góc làm tròn đến đơn vị độ, hai bờ sông song song).

2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 90m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 20% thì chu vi mảnh đất giảm đi 18m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu?

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-2} + 2(x-y) = 11 \\ \sqrt{x-2} - 4(x-y) = -15 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d):

$$y = x - m + 3.$$

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ sao

$$\text{cho } y_1 + y_2 = 3(x_1 + x_2).$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, đường cao AI, BN cắt nhau tại H, CH cắt AB tại M.

1. Chứng minh: Tứ giác AMHN nội tiếp

2. Chứng minh: H cách đều NM, NI

3. Cho $\angle ABC = 45^\circ$, $S_{ABC} = 100\text{cm}^2$. Tính diện tích $\triangle ANM$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $ab + bc + ac = 3abc$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$K = \frac{a^2}{c(c^2 + a^2)} + \frac{b^2}{a(a^2 + b^2)} + \frac{c^2}{b(b^2 + c^2)}.$$

----- HẾT -----