

ĐỀ B

Câu 1: (2.0 điểm) Cho biểu thức:

$$B = \frac{y}{y-9} + \frac{1}{\sqrt{y}+3} + \frac{1}{\sqrt{y}-3} \quad (\text{với } y \geq 0; y \neq 9)$$

1) Rút gọn biểu thức B .

2) Tìm tất cả các giá trị của y để $B > 1$.

Câu 2: (2.0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình : $y = (n-1)x + n + 2$ (với n là tham số). Tìm n để đường thẳng (d) và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$.

2) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1(2x_1 + x_2) - 8 = 4m + (x_2 - 4)^2$

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác MNK nhọn ($MN < MK$) nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao NE, KF của tam giác cắt nhau tại H (E thuộc MK, F thuộc MN).

a) Chứng minh: Bốn điểm N, K, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính MA của đường tròn (O). Chứng minh: MA vuông góc với EF và NHKA là hình bình hành.

c) Giả sử: NK cố định và M di chuyển trên cung lớn NK sao cho tam giác MNK luôn là tam giác nhọn. Tìm vị trí điểm M để diện tích tam giác EMH lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo R khi $NK = R\sqrt{3}$.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y-2}{x^2} + \frac{z-2}{y^2} + \frac{x-2}{z^2}$$

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Chú ý: - Nếu học sinh làm cách khác đáp án mà đúng thì vẫn được điểm tối đa.

- Bài hình không có hình vẽ hoặc vẽ sai thì không chấm điểm

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2điểm)	a) ĐKXD: $y \geq 0; y \neq 9$	0,25
	$B = \frac{y}{y-4} + \frac{1}{\sqrt{y}+2} + \frac{1}{\sqrt{y}-2} = \frac{y + \sqrt{y}-2 + \sqrt{y}+2}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-2)}$	0,25
	$B = \frac{y+2\sqrt{y}}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-2)} = \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+2)}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-2)} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2}.$	0,25
	KL:	0,25
	b) Để $B > 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{y}-1} > 0$	0,5
	mà $2 > 0 \Rightarrow \sqrt{y}-2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{y} > 2 \Leftrightarrow y > 4$	0,5
	KL:	
Câu 2 (2điểm)	1/ Hệ pt: $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=6 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y=7 \\ x+3y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=1 \end{cases}$	0,75
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -1)$	0,25
	Để (d) và đường thẳng $y=x-2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung $\Leftrightarrow \begin{cases} n-1 \neq 1 \\ n+2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \neq 2 \\ n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow n = -4$. KL:	1,0
Câu 3 (2điểm)	1) pt: $x^2 - 5x + 4 = 0$ Ta có: $a+b+c = 1-5+4 = 0 \Rightarrow$ pt có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 4$	1
	2) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1(2x_1 + x_2) - 8 = 4m + (x_2 - 4)^2$ - Điều kiện để phương trình có nghiệm: $m \leq 6$ - Áp dụng hệ thức Vi ét, ta có: $x_1 + x_2 = 4$ (1) ; $x_1.x_2 = m - 2$ (2) - Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ nên:	0,25

	Từ (5) và (6) $\Rightarrow S_{MEH} \leq \frac{R^2}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi $ME = EH \Leftrightarrow \widehat{EMH} = 45^\circ \Leftrightarrow \widehat{MKN} = 45^\circ$ Vậy: $(S_{MEH})_{\max} = \frac{R^2}{4} \Leftrightarrow M$ thuộc cung lớn NK và $\widehat{MKN} = 45^\circ$.	0,25
Câu 5 (1 điểm)	Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{y-2}{x^2} + \frac{z-2}{y^2} + \frac{x-2}{z^2}$	1,0
	- Từ giả thiết suy ra: $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$	0,25
	Ta có: $ \begin{aligned} P &= \frac{(x-1) + (y-1)}{x^2} + \frac{(y-1) + (z-1)}{y^2} + \frac{(x-1) + (z-1)}{z^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \\ &= (x-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{z^2}\right) + (y-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + (z-1)\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \\ &\geq \frac{2(x-1)}{xz} + \frac{2(y-1)}{xy} + \frac{2(z-1)}{yz} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 2 \end{aligned} $	0,25
	Vì: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 \geq 3\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) = 3$ nên $P \geq \sqrt{3} - 2$	0,25
	Vậy GTNN của P là $\sqrt{3} - 2$, đạt được khi: $x = y = z = \sqrt{3}$	0,25