

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Bài 1 (2 điểm):

Cho hai biểu thức $A = \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$;
- 2) Rút gọn biểu thức B;
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B \geq A$.

Bài 2 (2,5 điểm):

Câu 1: Một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài mảnh vườn đó thêm 2m và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi 4m thì diện tích mảnh vườn giảm đi $58m^2$. Nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi 4m và tăng chiều rộng mảnh vườn thêm 5m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $20m^2$. Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật lúc ban đầu.

Câu 2: Một quả bóng đá hình cầu có bán kính 10cm. Tính diện tích bề mặt quả bóng đó. (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 3 (2 điểm):

Câu 1: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2|x-1| - \frac{5}{y-1} = -3 \\ |x-1| + \frac{2}{y-1} = 3 \end{cases}$$

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và đường thẳng d: $y = (2m+2)x - m^2 - 2m$. Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 sao cho $2x_1 + x_2 = 5$.

Bài 4 (3 điểm):

Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định ở ngoài đường tròn. Vẽ đường thẳng OA cắt (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$). Qua A kẻ đường thẳng không đi qua O cắt (O) tại hai điểm D và E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt CE tại F.

1. Chứng minh tứ giác ABEF là tứ giác nội tiếp.
2. Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O). Chứng minh $DM \perp AC$.
3. Chứng minh $CE.CF + AD.AE = AC^2$.

Bài 5 (0,5 điểm):

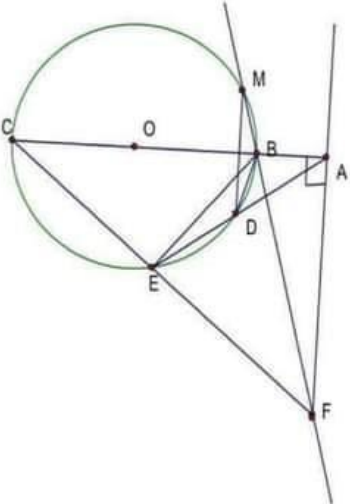
Cho $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = x^2 + y^2 + z^2$.

-----Hết-----

HD CHẤM KIỂM TRA KHẢO SÁT LỚP 9
NĂM HỌC 2022-2023
Môn: Toán

	Tóm tắt lời giải	Điểm
Bài 1 (2 điểm)	a) Thay $x=4$ thỏa mãn ĐK vào biểu thức $A = \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+2}$ ta có: $A = \frac{2(\sqrt{4}-1)}{\sqrt{4}+2} = \frac{2(2-1)}{2+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	0,5đ
	b) Rút gọn biểu thức B $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ $= \left(\frac{15-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ $= \frac{15-\sqrt{x}+2(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ $= \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \cdot \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ $= \frac{1}{\sqrt{x}+2}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B \geq A$. $B \geq A \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+2} \geq \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+2} \Rightarrow 1 \geq 2(\sqrt{x}-1) \text{ (vì } \sqrt{x}+2 \geq 0, \text{ do } x \geq 0 \text{)}$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{4}$	0,25đ
	Kết hợp điều kiện $0 \leq x \leq \frac{9}{4}$ mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0, 1, 2\}$	0,25đ
Bài 2 (2,5 điểm)	Câu 1: Một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài mảnh vườn đó thêm 2m và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi 4m thì diện tích mảnh vườn giảm đi 58m^2. Nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi 4m và tăng chiều rộng mảnh vườn thêm 5m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 20m^2. Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật lúc ban đầu.	
	Gọi chiều dài ban đầu của mảnh vườn HCN là x(m) Gọi chiều rộng ban đầu của mảnh vườn HCN là y(m) (ĐK: $x \geq y > 4$). Vì nếu tăng chiều dài mảnh vườn đó thêm 2m và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi 4m thì diện tích mảnh vườn giảm đi 58m^2 nên có PT: $(x+2)(y-4)=xy-58$ (1) Vì nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi 4m và tăng chiều rộng mảnh	0,25đ 0,25đ

	vườn thêm 5m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $20m^2$ nên có PT: $(x-4)(y+5)=xy+20$ (2) Từ (1) và (2) có hệ PT: $\begin{cases} (x+2)(y-4)=xy-58 \\ (x-4)(y+5)=xy+20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-4x+2y-8=xy-58 \\ xy+5x-4y-20=xy+20 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -4x+2y=-50 \\ 5x-4y=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x+4y=-100 \\ 5x-4y=40 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -3x=-60 \\ 5x-4y=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=15 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$ Vậy diện tích của mảnh vườn là $20.15=300 (m^2)$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	Câu 2: Một quả bóng đá hình cầu có bán kính 10cm. Tính diện tích bề mặt quả bóng đó. (lấy $\pi \approx 3,14$). Diện tích bề mặt của quả bóng hình cầu là: $S = 4\pi R^2 \approx 4.3,14.10^2 = 1256cm^2$	0,5đ
Bài 3 (2 điểm)	Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2 x-1 - \frac{5}{y-1} = -3 \\ x-1 + \frac{2}{y-1} = 3 \end{cases}$ Đặt $a= x-1 ; b=\frac{1}{y-1}$ (ĐK: $a \geq 0; y \neq 1$) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a-5b=-3 \\ a+2b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-5b=-3 \\ 2a+4b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9b=-9 \\ 2a+4b=6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=1(TM) \end{cases}$ Thay trở lại ta có +) $x-1 =1 \Rightarrow x-1=\pm 1$ suy ra $x=0$ hoặc $x=2$ +) $\frac{1}{y-1}=1 \Rightarrow y-1=1 \Rightarrow y=2$ (TMĐK) Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm: $(x;y) = (0;2), (2;2)$.	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	Câu 2: Cho hàm số $y=x^2$ có đồ thị là parabol (P) và đường thẳng d: $y=(2m+2)x-m^2-2m$. Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 sao cho $2x_1+x_2=5$.	
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 = (2m+2)x - m^2 - 2m$ $\Leftrightarrow x^2 - (2m+2)x + m^2 + 2m = 0(*)$ Có $\Delta' = (-(m+1))^2 - m^2 - 2m = m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2m = 1 > 0$ Khi đó PT(*) có hai nghiệm phân biệt. Vậy (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2	0,25đ

	Theo hệ thức Vi-et có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2m & (2) \end{cases}$ Mà bài cho $2x_1 + x_2 = 5$ (3) Từ (1) và (3) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ 2x_1 + x_2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - 2m \\ x_2 = 2m + 2 - 3 + 2m = 4m - 1 \end{cases}$ Thay vào (2) ta có $(3 - 2m) \cdot (4m - 1) = m^2 + 2m$ $\Leftrightarrow 12m - 3 - 8m^2 + 2m = m^2 + 2m$ $\Leftrightarrow 9m^2 - 12m + 3 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m + 1 = 0$ Có $a+b+c=0$ nên PT có hai nghiệm $m_1 = 1; m_2 = \frac{1}{3}$ Vậy $m_1 = 1; m_2 = \frac{1}{3}$.	0,25đ 0,25đ 0,25đ
Bài 4 (3 điểm)	Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định ở ngoài đường tròn. Vẽ đường thẳng OA cắt (O) tại hai điểm B và C (AB < AC). Qua A kẻ đường thẳng không đi qua O cắt (O) tại hai điểm D và E (AD < AE). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt CE tại F. 1. Chứng minh tứ giác ABEF là tứ giác nội tiếp. 2. Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O). Chứng minh $DM \perp AC$. 3. Chứng minh $CE \cdot CF + AD \cdot AE = AC^2$.	
		
	a) Xét (O) có $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{BEF} = 90^\circ$ Ta có $\widehat{BAF} = 90^\circ$ ($FA \perp AC$) $\Rightarrow \widehat{BAF} + \widehat{BEF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ suy ra ABEF là tứ giác nội tiếp.	0,5đ 0,5đ
	b) Vì tứ giác ABEF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{AEB}$ (góc nội tiếp cùng	

	chắn cung AB) (1) Xét (O) có $\widehat{AEB} = \widehat{BMD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BD) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{BMD} \Rightarrow MD // AF$ Mà $FA \perp AC$ Do đó $MD \perp AC$	0,5đ 0,5đ
	c) Chứng minh được: $\triangle CEB \sim \triangle CAF$ (g-g) $\Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{CB}{CF} \Rightarrow CE.CF = CA.CB$ (3) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEC$ Ta có $\widehat{ADB} = \widehat{ACE}$ (cùng bù với $\widehat{BDE}$) $\widehat{BAD}$ góc chung Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AE.AD = CA.AB$ (4) Từ (3) và (4) $CE.CF + AE.AD = CA.CB + CA.AB = CA.(CB + CA) = CA^2$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Bài 5 (0,5 điểm)	Ta có: $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0$ $\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ (1) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \geq 0$ $\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2x + 2y + 2z$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3 \geq 2xy + 2yz + 2xz + 2x + 2y + 2z = 12$ $\Rightarrow S \geq 3$ dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=1$ Vậy GTNN của $S = 3$ khi $x=y=z=1$	0,25đ 0,25đ

-----Hết-----

(Lưu ý: HS làm theo cách khác mà đúng thì vẫn được điểm tối đa)