

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Bài I (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$
- 2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$
- 3) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P \geq \frac{2}{x+2}$.

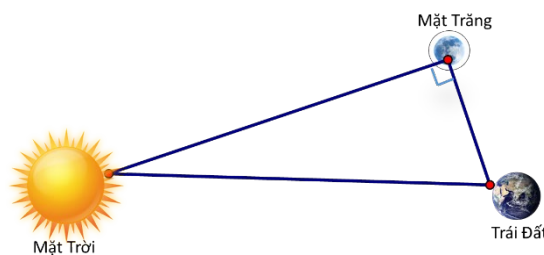
Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình.

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 56m. Nếu tăng chiều rộng thêm 2m, giảm chiều dài đi 1m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 18m². Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

2) Khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời là khoảng cách lý tưởng giúp Trái Đất nhận được lượng nhiệt và ánh sáng phù hợp, từ đó giúp sự sống trên Trái Đất tồn tại và phát triển.

Trong một số trường hợp của thiên văn học, người ta xem Trái Đất, Mặt Trời, Mặt Trăng là ba chất điểm. Khi Trái Đất E, Mặt Trăng M và Mặt Trời S tạo thành một góc vuông $\widehat{EMS}$ thì người ta đo được góc $\widehat{SEM}$ là $89,85^\circ$. Biết khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng là 384400 km. Em hãy tính khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Bài III (2 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 4|x+2| - \frac{3}{y-1} = 1 \\ |x+2| + \frac{1}{y-1} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng (d): $y = 2x - 1$ và (d'): $y = -mx + 5$, với m là tham số.

- a) Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng trên cắt nhau.
- b) Trong trường hợp hai đường thẳng cắt nhau. Gọi M(x;y) là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (d'). Tìm tất cả các giá trị của m để x và y là hai số đối nhau.

Bài IV (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). AD, BE, CF là ba đường cao của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Kẻ đường kính AM của đường tròn (O). Chứng minh $AD \cdot AM = AB \cdot AC$
- 3) Gọi P là giao điểm của AH và EF. I là giao điểm của AM và BC. K là trung điểm của BC. Chứng minh: H, K, M thẳng hàng và $PI \parallel HK$.

Bài V (0,5 điểm)

Với các số thực không âm a, b thỏa mãn $a + b = 1$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{a^2 + b + 1} + \sqrt{b^2 + a + 1}$.

.....Hết.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

A. Hướng dẫn chung

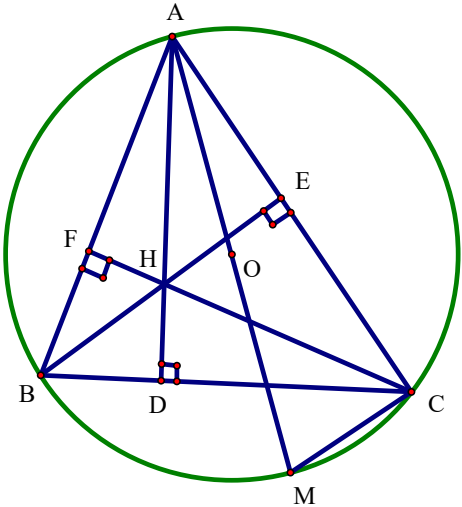
- Nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Trong mỗi bài, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các bước sau có liên quan không được điểm.
- Bài hình học bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu không có hình vẽ đúng ở phần nào thì giám khảo không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.
- Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

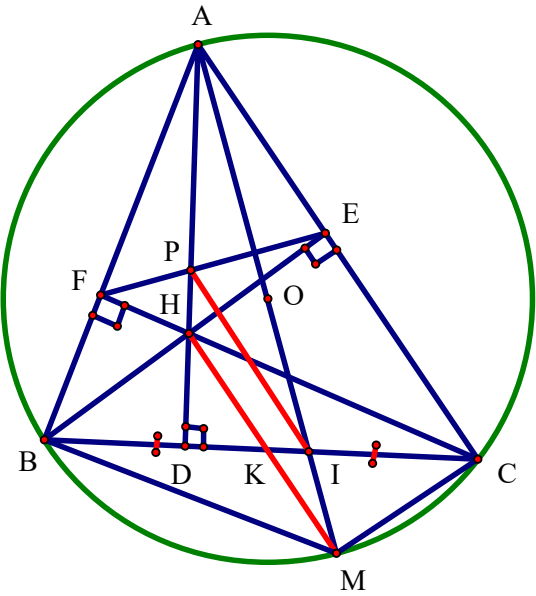
B. Đáp án và thang điểm

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
I (2đ)	1 (0,5đ)	Thay $x = 64$ (TMĐK) vào A ta được: $A = \frac{2}{\sqrt{64} - 2}$	0,25
		$A = \frac{2}{8-2} = \frac{1}{3}$. Vậy với $x = 16$ thì $A = 16$ Thiếu TMĐK hoặc không KL tính lỗi	0,25
	2 (1đ)	$B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}}{x-4}$ $B = \frac{3(\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1) + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{3\sqrt{x}+6+x-\sqrt{x}-2+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,5
		$B = \frac{x+4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ (điều phải chứng minh) Không cần ghi ĐKXD	0,25
	3 (0,5đ)	Với $x \geq 0; x \neq 4$ $P = \frac{A}{B} = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$ Để $P \geq \frac{2}{x+2}$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+2} \geq \frac{2}{x+2}$ Do $2 > 0$ và $x+2 > 0; \sqrt{x}+2 > 0$ nên $\sqrt{x}+2 \leq x+2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) \geq 0$ + TH1: $\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$	0,25

		+ TH2: $\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) > 0$. Do $\sqrt{x} \geq 0$ nên $x \neq 0$ và $\sqrt{x} - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ Kết hợp điều kiện $x \geq 0; x \neq 4$ $\Rightarrow x = 0$ hoặc $x \geq 1; x \neq 4$ Vậy $x = 0$ hoặc $x \geq 1; x \neq 4$	0,25
		Cách khác Với $x \geq 0; x \neq 4$ $P = \frac{A}{B} = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$ Để $P \geq \frac{2}{x + 2}$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x} + 2} \geq \frac{2}{x + 2}$ Do $2 > 0$ và $x + 2 > 0$; $\sqrt{x} + 2 > 0$ nên $\sqrt{x} + 2 \leq x + 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) \geq 0$ + TH1: $\begin{cases} \sqrt{x} \leq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \leq 0$ Kết hợp điều kiện $x \geq 0; x \neq 4 \Rightarrow x = 0$	0,25
		+ TH2: $\begin{cases} \sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1$ Kết hợp điều kiện $x \geq 0; x \neq 4 \Rightarrow x \geq 1; x \neq 4$ Vậy $x = 0$ hoặc $x \geq 1; x \neq 4$ <i>HS giải đúng 1 trong hai trường hợp đều cho 0,25</i> <i>Thiếu x khác 4 tính lỗi</i> <i>Đúng trọn vẹn 0,5</i> <i>Thiếu x = 0 trừ 0,25</i>	0,25
II (2,5đ)		Gọi chiều dài của mảnh đất là x (m) Gọi chiều rộng của mảnh đất là y (m) ĐK: $x > y > 0$ Ghi x, y thuộc $\mathbb{N}^*$ tính lỗi HS lập PT hoặc hệ PT vẫn cho điểm	0,25
		Diện tích của mảnh đất đó là xy (m²) Vì chu vi của mảnh đất là 56m nên ta có phương trình: $2 \cdot (x + y) = 56$ $\Leftrightarrow x + y = 28 \quad (1)$	0,25
	1 (2đ)	Nếu tăng chiều dài và giảm chiều rộng thì: + Chiều dài mảnh đất khi đó là: x - 1 (m) + Chiều rộng mảnh đất khi đó là: y + 2 (m) + Diện tích mảnh đất khi đó là: (x - 1) · (y + 2) (m²)	0,25
		Theo đề bài, diện tích mảnh đất tăng thêm 18m² nên ta có phương trình: (x - 1) · (y + 2) - xy = 18 $\Leftrightarrow 2x - y = 20 \quad (2)$	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 28 \\ 2x - y = 20 \end{cases}$	0,25

		$\begin{cases} 3x = 48 \\ y = 28 - x \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \end{cases}$ Đổi chiều với điều kiện, ta thấy $x = 16$ (TMĐK); $y = 12$ (TMĐK)	0,25
		Vậy chiều dài mảnh đất là 16m; chiều rộng mảnh đất là 12m.	0,25
	2 (0,5đ)	Bài toán được cho theo mô hình sau: Xét $\triangle SME$, vuông tại M có: $\cos SEM = \frac{ME}{SE} \Rightarrow SE = \frac{ME}{\cos SEM}$	0,25
		$SE = \frac{384400}{\cos 89,85^\circ} \approx 146830152 \text{ (km)}$ Vậy khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời khoảng 146 830 152 (km)	0,25
III (2đ)	1 (1đ)	$\begin{cases} 4 x+2 - \frac{3}{y-1} = 1 \\ x+2 + \frac{1}{y-1} = \frac{5}{6} \end{cases}$ ĐK: $y \neq 1$	
		Đặt $a = x+2 $; $b = \frac{1}{y-1}$	
		Ta được hệ pt $\begin{cases} 4a - 3b = 1 \\ a + b = \frac{5}{6} \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta tìm được $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{1}{3}$	0,25
		Từ đó tìm được $\begin{cases} x = \frac{-3}{2}; y = 4(TM) \\ x = \frac{-5}{2}; y = 4(TM) \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ pt có hai nghiệm là $\left(\frac{-3}{2}; 4\right)$ và $\left(\frac{-5}{2}; 4\right)$	0,25
	2 (1đ)	(d): $y = 2x - 1$ (d'): $y = -mx + 5$ Để (d) cắt (d') thì $-m \neq 2 \Rightarrow m \neq -2$	0,5
		Hoành độ giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của phương trình: $2x - 1 = -mx + 5$ $\Leftrightarrow (2+m)x = 6$ $\Leftrightarrow x = \frac{6}{m+2}$ Thay x vào công thức hàm số (d), ta được $y = \frac{10-m}{m+2}$	0,25
		Theo đề bài x và y là hai số đối nhau nên $x+y = 0$	0,25

		$\Rightarrow \frac{6}{m+2} + \frac{10-m}{m+2} = 0$ $\Rightarrow 16 - m = 0 \Leftrightarrow m = 16 \text{ (TMĐK)}$ Vậy $m \in \{16\}$	
IV (3đ)	Vẽ hình đúng đến ý a		0,25
	1 (0,75đ)	Chứng minh bốn điểm B, F, H, D cùng thuộc một đường tròn $\widehat{AFH} = 90^\circ$ (Vì CF là đường cao $\triangle ABC$) $\Rightarrow$ F thuộc đường tròn đường kính AH	0,25
		$\widehat{AEH} = 90^\circ$ (Vì BE là đường cao $\triangle ABC$) $\Rightarrow$ E thuộc đường tròn đường kính AH	0,25
		$\Rightarrow$ 4 điểm A, F, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH	0,25
	2 (1đ)	Chứng minh $AD \cdot AM = AB \cdot AC$? Ta có $\widehat{ACM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (Vì AD là đường cao $\triangle ABC$) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ACM} = 90^\circ$	0,25
		$\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O))	0,25
		$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACM (g.g)$	0,25
		$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AD \cdot AM = AB \cdot AC$	0,25
	3 (1đ)	Chứng minh: H, K, M thẳng hàng và PI // HK.	

		 Chứng minh $CM \parallel BH$; $BM \parallel CH$ $\Rightarrow$ Tứ giác BHCM là hình bình hành. $\Rightarrow$ Hai đường chéo HK và BC cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. $\Rightarrow K$ là trung điểm của HM $\Rightarrow H, K, M$ thẳng hàng	0,25
		$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACM \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{CAM} \Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{BAI}$ Chứng minh $\widehat{AEF} = \widehat{ABI}$ Chứng minh $\triangle APE \sim \triangle AIB(g.g) \Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AE}{AB}$	0,25
		Chứng minh $\triangle AHE \sim \triangle AMB(g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{AE}{AB}$ $\Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AM} \Rightarrow PI \parallel HM$ (Định lý Ta let đảo). Vậy $PI \parallel HK$	0,25
V (0,5đ)		Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P: Từ giả thiết suy ra $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$. Do đó $a(a-1) \leq 0 \Leftrightarrow a^2 \leq a$ và $b(b-1) \leq 0 \Leftrightarrow b^2 \leq b$. Dẫn đến $P = \sqrt{a^2 + b + 1} + \sqrt{b^2 + a + 1} \leq \sqrt{a + b + 1} + \sqrt{a + b + 1} = 2\sqrt{a + b + 1} = 2\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi $a = 1$ và $b = 0$ hoặc $a = 0$ và $b = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{2}$, đạt được khi $a = 1$ và $b = 0$ hoặc $a = 0$ và $b = 1$.	0,25
		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P: Ta có $P^2 \geq 4\sqrt{(a^2 + b + 1)(b^2 + a + 1)}$ $= 4\sqrt{(ab)^2 + (a^3 + b^3) + (a^2 + b^2) + ab + (a + b) + 1}$	0,25

		$= 4\sqrt{(ab)^2 + (a+b)^3 - 3ab(a+b) + (a+b)^2 - 2ab + (a+b) + 1}$ $= 4\sqrt{(ab)^2 - 4ab + 4} = 4\sqrt{\left(ab - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{2}ab + \frac{63}{16}}$ $\geq 4\sqrt{0 - \frac{7(a+b)^2}{8} + \frac{63}{16}} = 7.$ Đẳng thức xảy ra khi $a = b = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\sqrt{7}$ khi $a = b = \frac{1}{2}$.	
--	--	---	--