

Bài 1 (2 điểm).

Cho hai biểu thức: $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 64$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$

Bài 2 (2 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô đi trên đoạn đường AB với vận tốc 55km/h, rồi tiếp tục đi từ B đến C với vận tốc tăng thêm 5km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 290km và thời gian ô tô đi trên đoạn đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên đoạn đường BC là 1 giờ. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường AB và BC.

2) Một lon coca chiều cao là 11,7cm; bán kính đáy bằng 3cm. Hỏi 3 lon coca như vậy có đủ đầy một chai 1 lít không? (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ thập phân thứ nhất).

Bài 3 (2.5 điểm).

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - 3\sqrt{y+2} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 5\sqrt{y+2} = 15 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $2x^2 - 6x + 2m - 5 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6$.

Bài 4 (3 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Điểm C (khác A) bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho $\widehat{COD} = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD.

a) Chứng minh CEDF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $FC \cdot FA = FD \cdot FB$.

c) Gọi I là trung điểm EF. Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

d) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Bài 5 (0.5 điểm).

Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ và $x + 2y + 3z \geq 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

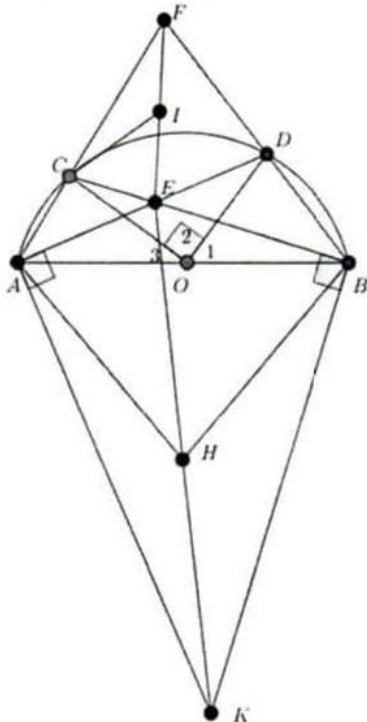
$$P = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$$

HẾT

Bài	ý	Nội dung	Điểm
1	1.a	Thay $x = 64$ (tmđk) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{2 + \sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \dots = \frac{5}{4}$ Vậy $A = \frac{5}{4}$ khi $x = 64$.	0.25 0.25
	1.b	$B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x-1+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$	0.5 0.5
	1.c	Ta xét: $\frac{A}{B} = \left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \right) = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ Ta có: $\frac{A}{B} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1)-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}} > 0$ Do $x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0$. Để $\frac{-\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}} > 0$ thì $-\sqrt{x}+2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$ Kết hợp điều kiện: $0 < x < 4$	0.25 0.25
2	2.1	Gọi thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường AB và BC lần lượt là x, y ($x, y > 0$, giờ) Quãng đường AB dài: $55x$ (km) Quãng đường BC dài: $(55+5)y=60y$ (km) Theo bài ta có pt: $55x + 60y = 290$ (1) Do thời gian ô tô đi trên đoạn đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên đoạn đường BC là 1 giờ ta có pt: $y - x = 1$ (2) Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 55x + 60y = 290 \\ y - x = 1 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Vậy thời gian ô tô đi trên đoạn đường AB là 2 giờ	0.25 0.25 0.5

		thời gian ô tô đi trên đoạn đường BC là 3 giờ	
	2.2	Thể tích của một lon coca là: $V \approx 3,14.3^2.11,7 \approx 330,6(\text{cm}^3)$ Thể tích của 3 lon coca là: $330,6.3 = 991,8(\text{cm}^3)$ Vì $991,8(\text{cm}^3) < 1(\text{l}) = 1000(\text{cm}^3)$ nên 3 lon coca như vậy không thể đổ đầy một chai 1 lít.	0.5 0.5
3	3.1	$\begin{cases} \sqrt{x-1} - 3\sqrt{y+2} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 5\sqrt{y+2} = 15 \end{cases} \text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq -2 \end{cases}$ Đặt $\sqrt{x-1} = a; \sqrt{y+2} = b (a, b \geq 0)$ Ta có: $\begin{cases} a - 3b = 2 \\ 2a + 5b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 6b = 4 \\ 2a + 5b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11b = -11 \\ 2a + 5b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 5 \end{cases} \text{(TM)}$ Trở lại $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 5 \\ \sqrt{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = -1 \end{cases} \text{(TM)}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (26; -1)$	0.25 0.25 0.25 0.25
	3.2	Thay $m = 2$ vào phương trình (1): $2x^2 - 6x + 2.2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 1 = 0$	0.25
	a	Ta có: $\Delta = (-6)^2 - 4.2.(-1) = 44 > 0$ Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{6 + \sqrt{44}}{2.2} = \frac{3 + \sqrt{11}}{2}; x_2 = \frac{6 - \sqrt{44}}{2.2} = \frac{3 - \sqrt{11}}{2}$	0.5
		Vậy $x_1 = \frac{3 + \sqrt{11}}{2}; x_2 = \frac{3 - \sqrt{11}}{2}$	0.25
	3.2	Ta có: $2x^2 - 6x + 2m - 5 = 0$ (1) Xét: $\Delta = 36 - 4.2.(2m - 5) = 76 - 16m$. Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thì $76 - 16m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{19}{4} (*)$ Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m - 5}{2} \end{cases}$	0.25

		Theo bài ta có: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6 \Leftrightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = 6 \Leftrightarrow \frac{3}{\frac{2m-5}{2}} = 6 \Leftrightarrow \frac{6}{2m-5} = 6 (\text{ĐK: } m \neq \frac{5}{2})$ $\Leftrightarrow 2m - 5 = 1 \Leftrightarrow m = 3 (\text{TMĐK}(*))$ Vậy $m=3$	0.25
			0,25
4	4.a	Xét (O) ta có: $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BC \perp AF$ hay $\widehat{ECF} = 90^\circ$ $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AD \perp BF$ hay $\widehat{EDF} = 90^\circ$ Xét tứ giác CEDF ta có: $\widehat{ECF} + \widehat{EDF} = 180^\circ$ mà mà hai góc nằm tại hai đỉnh đối nhau Nên tứ giác CEDF nội tiếp	0.25 0.25 0.25
	4.b	Xét $\triangle FCB$ và $\triangle FDA$ có $\begin{cases} \widehat{F} \text{ chung} \\ \widehat{FCB} = \widehat{FDA} = 90^\circ \end{cases}$ $\Rightarrow \triangle FCB \sim \triangle FDA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{FC}{FD} = \frac{FB}{FA} \Rightarrow FC \cdot FA = FB \cdot FD$	0.5 0.5
	4.c	Xét $\triangle ECF$ vuông tại C có I là trung điểm của EF suy ra $CI = IF$ $\Rightarrow \triangle CIF$ cân tại I suy ra $\widehat{CFI} = \widehat{FCI}$ (1)	

	Xét $\triangle AOC$ cân tại O suy ra $\widehat{ACO} = \widehat{CAO}$ (2) Xét $\triangle ABF$ ta có: AD và BC là hai đường cao cắt nhau tại E nên E là trực tâm của $\triangle ABF$ nên $EF \perp AB$ suy ra: $\widehat{CFI} + \widehat{CAO} = 90^\circ$ (3) Từ (1), (2) và (3) ta suy ra: $\widehat{FCI} + \widehat{ACO} = 90^\circ$ hay $\widehat{OCI} = 90^\circ$ $\Rightarrow OC \perp CI$ Vậy CI là tiếp tuyến của (O)	0.25	
4.d	Ta có: $\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = 180^\circ \\ \widehat{O}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O}_1 + \widehat{O}_3 = 90^\circ$ Xét (O) ta có: $\left. \begin{array}{l} \widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{O}_1 \\ \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{O}_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{DAB} + \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$ Xét $\triangle AEB$ ta có: $\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 45^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AEB} = 135^\circ$ Qua A kẻ $Ax \perp AE$ Qua B kẻ $By \perp BE$, $By \cap Ax = K$ Xét tứ giác EAKB ta có: $\widehat{KAE} + \widehat{KBE} = 180^\circ$ mà hai góc nằm tại hai đỉnh đối nhau nên EAKB nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{AKB} + \widehat{AEB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AKB} = 45^\circ$ Gọi H là trung điểm của EK $\Rightarrow HA = HE = HK$ ($\triangle AEK$ vuông tại A). Suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác EAKB. Xét (H) ta có: $\widehat{AKB} = \frac{1}{2} \widehat{AHB} \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$ Xét $\triangle AHB$ vuông tại H có $HA = HB$ suy ra $\triangle AHB$ vuông cân tại H. Mà AB không đổi nên H cố định. Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle AHB$ ta có: $HA^2 + HB^2 = AB^2 \Leftrightarrow 2HA^2 = 4R^2 \Leftrightarrow HA^2 = 2R^2 \Leftrightarrow HA = \sqrt{2}R$ Khi C thay đổi E chạy trên đường tròn (H; $\sqrt{2}R$) cố định.		0.25
		0.25	

5	$P = \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} + \left(\frac{3}{x} + \frac{3x}{4}\right) + \left(\frac{9}{2y} + \frac{y}{2}\right) + \left(\frac{4}{z} + \frac{z}{4}\right)$ Ta có: $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} = \frac{x+2y+3z}{4} \geq 5$; $\frac{3}{x} + \frac{3x}{4} \geq 2\sqrt{\frac{3}{x} \cdot \frac{3x}{4}} = 3$; $\frac{9}{2y} + \frac{y}{2} \geq 2\sqrt{\frac{9}{2y} \cdot \frac{y}{2}} = 3$; $\frac{4}{z} + \frac{z}{4} \geq 2\sqrt{\frac{4}{z} \cdot \frac{z}{4}} = 2$ $\Rightarrow P \geq 13$ Vậy giá trị nhỏ nhất $P = 13$ dấu “=” xảy ra khi $x = 2$; $y = 3$; $z = 4$.	0.25 0.25
---	---	-------------------------

Lưu ý: HS làm đúng cách khác vẫn cho điểm