

Câu 1 (2,0 điểm). Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $\frac{2x-1}{2} = \frac{x}{3} + 1$

2) $\begin{cases} 2x = y + 3 \\ 2y = 8 - 3x \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức: $A = 1 : \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-x} \right)$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$)

2) Cho $m \neq \frac{1}{2}$, tìm giá trị của m để đường thẳng $y = (2m - 1)x - m + 3$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\sqrt{2} - 1$

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định trước. Nếu ô tô đi với vận tốc 60 km/h thì đến B sớm hơn dự định 20 phút. Nếu ô tô đi với vận tốc 40 km/h thì đến B muộn hơn dự định 30 phút. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi.

2) Cho phương trình: $x^2 - 3x - m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $3x_1 + x_2^2 = 14$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Tia AD cắt đường tròn (O) ở K (với K khác A). Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt đường thẳng FD tại M.

1) Chứng minh tứ giác ACDF nội tiếp.

2) AM cắt đường tròn (O) tại I (với I khác A). Chứng minh $MC^2 = MI \cdot MA$ và tam giác CMD cân.

3) MD cắt BI tại N. Chứng minh ba điểm C, K, N thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm).

Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = abc$.

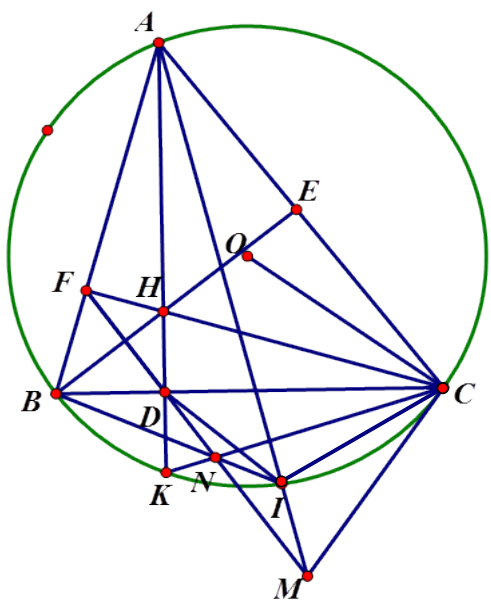
Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{1+a^2}}{a} + \frac{\sqrt{1+b^2}}{b} - \sqrt{1+c^2} < 1$.

—Hết—

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
MÔN: TOÁN (THÁNG 5.2023)
(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Câu	Ý	Đáp án	Biểu điểm
1	1)	$\frac{2x-1}{2} = \frac{x}{3} + 1$ $\Leftrightarrow 3(2x-1) = 2x+6$	0,25
		$\Leftrightarrow 6x-3 = 2x+6$	0,25
		$\Leftrightarrow 4x = 9$	0,25
		$\Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$	0,25
		Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $x = \frac{9}{4}$	
	2)	$\begin{cases} 2x = y+3 \\ 2y = 8-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y=6 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ 7x=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2.x-y=3 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2.2-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x; y)= (2; 1)	0,25
2	1)	$A=1: \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-x} \right)$	0,25
		$A=1: \left[\frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{-(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right]$	
		$A=1: \left[\frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{-1}{(\sqrt{x}-1)} \right]$	
		$A=1: \left[\frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{-1(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \right]$	0,25
		$A=1: \frac{x+2+x-1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = 1: \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$A=1: \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$	0,25

	2)	2) Đường thẳng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\sqrt{2} - 1$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ y = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow (2m - 1)(\sqrt{2} - 1) - m + 3 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow m(2\sqrt{2} - 3) = \sqrt{2} - 4$	0,25
		$\Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{2} - 4}{2\sqrt{2} - 3}$	0,25
		$m = 8 + 5\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy $m = 8 + 5\sqrt{2}$	0,25
3	1)	Đổi $30' = \frac{1}{2}h$; $20' = \frac{1}{3}h$ Gọi quãng đường AB có độ dài là: x (km) ĐK $x > 0$ Thời gian dự định của ô tô đi hết AB là: y (h) ($y > 0$) Nếu ô tô đi với vận tốc 60 km/h thì thời gian đi hết AB là: $\frac{x}{60}$ (h) Nên ta có phương trình: $y - \frac{x}{60} = \frac{1}{3}$ (1)	0,25
		Nếu ô tô đi với vận tốc 40 km/h thì thời gian đi hết AB là: $\frac{x}{40}$ (h) Nên ta có phương trình: $\frac{x}{40} - y = \frac{1}{2}$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x}{40} - y = \frac{1}{2} \\ y - \frac{x}{60} = \frac{1}{3} \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x}{40} - y = \frac{1}{2} \\ y - \frac{x}{60} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{Tìm được } \begin{cases} x = 100 \\ y = 2 \end{cases} \quad (\text{Thỏa mãn})$	0,25
		Vậy quãng đường AB là 100km và thời gian dự định đi là 2 giờ	0,25
	2)	$\Delta = 9 - 4(-m - 2) = 4m + 17 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-17}{4}$ Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m - 2 \end{cases}$	0,25

		Ta có: $3x_1 + x_2^2 = 14 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) + x_2^2 = 14$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 14$	0,25
		$\Leftrightarrow 3^2 - (-m - 2) = 14 \Leftrightarrow m + 11 = 14$	0,25
		$\Leftrightarrow m = 3$ (tmđk) Vậy $m = 3$	0,25
Câu 4 (3 điểm)		 Vẽ hình đúng đến phần a cho điểm tối đa	0,25
	1	Chứng minh tứ giác ACDF nội tiếp Ta có $\widehat{ADC} = 90^\circ$ (AD là đường cao của tam giác ABC) $\widehat{AFC} = 90^\circ$ (CF là đường cao của tam giác ABC)	0,25
		Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{AFC}$ ($= 90^\circ$).	0,25
		Xét tứ giác ACDF có 2 đỉnh D, F kề nhau cùng nhìn cạnh AC dưới 1 góc không đổi, do đó tứ giác ACDF nội tiếp	0,25
	2	Chứng minh $MC^2 = MI \cdot MA$ và tam giác CMD cân. Xét $\triangle MIC$ và $\triangle MCA$ có: $\widehat{IMC}$ chung $\widehat{MCI} = \widehat{MAC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung IC) $\Rightarrow \triangle MIC \sim \triangle MCA$ (g.g)	0,25
		$\Rightarrow \frac{MI}{MC} = \frac{MC}{MA}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow MC^2 = MI \cdot MA$.	0,25
		Ta có $\widehat{CAB} = \widehat{MCB}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC) Ta lại có $\widehat{CAB} = \widehat{CDM}$ (Do tứ giác ACDF nội tiếp)	0,25

3	$\Rightarrow \widehat{MCD} = \widehat{CDM} \Rightarrow$ Tam giác CMD cân tại M	0,25
	Chứng minh ba điểm K, N, C thẳng hàng. Xét tứ giác CIND có: $\widehat{NIC} + \widehat{NDC} = \widehat{NIC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ tứ giác CIND nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NCI} = \widehat{NDI}$	0,25
	Chứng minh được $\Delta MDI \Leftrightarrow \Delta MAD$ (c.g.c) vì: $\widehat{IMD}$ chung $MD^2 = MC^2 = MI \cdot MA$ (tam giác CMD cân tại M) $\Rightarrow \widehat{MDI} = \widehat{DAM}$ hay $\widehat{KAI} = \widehat{NDI}$	0,25
	$\widehat{KAI} = \widehat{KCI}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung KI) $\Rightarrow \widehat{KCI} = \widehat{NDI}$ Mà $\widehat{NCI} = \widehat{NDI}$ $\Rightarrow \widehat{KCI} = \widehat{NCI}$	0,25
	$\Rightarrow$ Hai tia KC và NC trùng nhau $\Rightarrow$ Ba điểm K, N, C thẳng hàng.	0,25
Câu 5 (1 điểm)	Ta có $a+b+c=abc \Leftrightarrow \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab} = 1$. Đặt $\frac{1}{a} = x, \frac{1}{b} = y, \frac{1}{c} = z$ Khi đó $x, y, z > 0$ và $xy + yz + zx = 1$. Vì vậy $\frac{\sqrt{1+a^2}}{a} + \frac{\sqrt{1+b^2}}{b} - \sqrt{1+c^2} < 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} - \frac{\sqrt{1+z^2}}{z} < 1$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+y^2} - 1) - \sqrt{1+x^2}\sqrt{1+y^2} + \frac{\sqrt{1+z^2}}{z} > 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+y^2} - 1) + \frac{\sqrt{1+z^2} - z\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+y^2}}{z} > 0$ (4)	0,25
	Ta có $\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+y^2} = \sqrt{1+x^2+y^2+x^2y^2} = \sqrt{(1-xy)^2 + (x+y)^2} = (x+y)\sqrt{1+z^2}$ $(4) \Leftrightarrow (\sqrt{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+y^2} - 1) + \frac{\sqrt{1+z^2} - z(x+y)\sqrt{1+z^2}}{z} > 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+y^2} - 1) + \frac{\sqrt{1+z^2} - (xz + yz)\sqrt{1+z^2}}{z} > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+y^2} - 1) + \frac{\sqrt{1+z^2} - (1-xy)\sqrt{1+z^2}}{z} > 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+y^2} - 1) + \frac{xy\sqrt{1+z^2}}{z} > 0, \forall x, y, z > 0$. Ta có điều phải chứng minh.	0,25

(Học sinh làm cách khác vẫn cho điểm tối đa)