

Bài I (2 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \quad \text{với } x > 0 \text{ và } x \neq 4.$$

1. Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{4}$.
2. Rút gọn B.
3. Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị nguyên của x để $Px \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x} - 1)$.

Câu II (2 điểm): Giải các bài toán có ứng dụng thực tiễn

1. Một đội sản xuất phải làm 200 sản phẩm trong một thời gian qui định. Trong 4 ngày đầu họ đã thực hiện theo đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã làm vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đội phải làm bao nhiêu sản phẩm?
2. Một quả bóng đá hình cầu có đường kính bằng 24cm. Tính diện tích da dùng để khâu thành quả bóng đó, biết tỉ lệ da sử dụng làm bóng bị hao hụt 3%. (hình minh họa)



Câu III (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2x}{x-1} + \sqrt{y+1} = 7 \\ \frac{3x}{x-1} - 2\sqrt{y+1} = 0 \end{cases}$$
2. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 3)x - 2m - 4 = 0$ (1)
 - a) Giải phương trình khi $m = 2$.
 - b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 5$

Câu IV (3,0 điểm)

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng OA không chứa điểm B của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

1. Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh $AO \perp BC$ tại H và $AH \cdot AO = AD \cdot AE$.
3. Đường thẳng đi qua điểm D và song song với đường thẳng BE cắt AB, BC lần lượt tại I, K. Chứng minh tứ giác OHDE nội tiếp và D là trung điểm của IK.

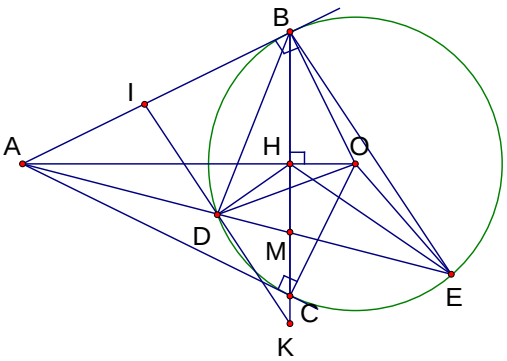
Câu V (0,5 điểm) Cho $1 < x < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(2-x)^2} + \frac{1}{(x-1)(2-x)}$$

-----Giám thị không giải thích gì thêm-----

ĐÁP ÁN + BIỂU ĐIỂM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1(2,0 đ)	1) Thay $x = \frac{1}{4}$ (TMĐK $x > 0$ và $x \neq 4$) vào A, ta được $A = \frac{2 + \sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 5$ KL:.....	0,25 0,25
	2) Biến đổi $B = \frac{x + (\sqrt{x} + 2) + (\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ Tìm được $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và kết luận.	0,5 0,5
	3) Tìm được $P = \frac{x - 4}{x}$. Biến đổi $Px \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x} - 1) \Leftrightarrow 2x - 3\sqrt{x} - 5 \leq 0$ Suy ra được $0 < x \leq \frac{25}{4}$.	0,25 0,25
	Kết luận hợp điều kiện thu được $x \in \{1; 2; 3; 5; 6\}$.	0,25
2 (2,5đ)	1. Gọi số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (sp; $x \in \mathbb{N}^*$; $x < 200$)	0,25
	Thời gian dự định làm xong 200 sản phẩm: $\frac{200}{x}$ (ngày)	0,25
	Số sản phẩm đã làm trong 4 ngày đầu là: $4x$ (sp)	
	Số sản phẩm cần làm tiếp là: $200 - 4x$ (sp)	0,25
	Những ngày còn lại mỗi ngày làm được: $x + 10$ (sp)	
	Thời gian làm hết số sản phẩm còn lại: $\frac{200 - 4x}{x + 10}$ (ngày)	0,25
	Vì đội sản xuất đã hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày nên, ta có phương trình:	
	$\frac{200}{x} - \left(4 + \frac{200 - 4x}{x + 10} \right) = 2$	0,25
	Biến đổi phương trình về dạng: $x^2 + 30x - 1000 = 0$	0,25
	Giải pt tìm được: $x_1 = -50$ (KTM), $x_2 = 20$ (TM)	0,25
	KL:	0,25
	2. Tính được bán kính quả bóng: $24 : 2 = 12$ (cm)	
	Diện tích bề mặt quả bóng: $4\pi R^2 = 4\pi 12^2 = 576\pi$ (cm ²)	0,25
	Diện tích da dùng dùng để khâu bóng: $576\pi + 3\%.576\pi = 593,28\pi$ (cm ²)	0,25

	1.ĐKXĐ: $x \neq 1; y \geq -1$	0,25
	Giải hpt, tìm được: $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = 2 \\ \sqrt{y+1} = 3 \end{cases}$	0,25
	 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (TM)}$	0,25
	KL:	0,25
3(2đ)	2.a) Khi $m = 2$, ta được phương trình: $x^2 - 7x - 8 = 0$	0,25
	Do $a - b + c = 0$, nên $x_1 = -1; x_2 = 8$ KL:	0,25
	b) Do $a - b + c = 0$, nên $x_1 = -1; x_2 = 2m + 4$ Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì $x_1 \neq x_2$ $\Leftrightarrow 2m + 4 \neq -1 \Leftrightarrow m \neq -\frac{5}{2}$	0,25
	$ x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow 1 + 2m + 4 = 5$ Từ: $\Leftrightarrow 2m + 4 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 4 = 4 \\ 2m + 4 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases} \text{ (TM)}$ KL: (HS có thể giải theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)	0,25
4(3,0đ)		0,25
	a) Xét (O) có AB, AC là hai tiếp tuyến cắt nhau (B, C là các tiếp điểm) $\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$	0,5
	$\Rightarrow B, C \text{ thuộc đường tròn đường kính } OA$	0,25
	$\Rightarrow \text{Bốn điểm } A, B, O, C \text{ cùng thuộc đường tròn đường kính } OA.$	
	b) Xét (O) có AB, AC là hai tiếp tuyến cắt nhau $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow A \text{ thuộc trung trực của đoạn } BC$ Có $OB = OC (= R) \Rightarrow O \text{ thuộc trung trực của đoạn } BC$ Do đó OA là trung trực của đoạn BC $\Rightarrow OA \perp BC$ tại H. + Xét $\triangle ABO$ có $\widehat{ABO} = 90^\circ, BH \perp OA$ $\Rightarrow AH \cdot AO = AB^2 \text{ (hệ thức lượng) } \quad (1)$	0,25

	+ Xét (O) có $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn $\widehat{BD}$) $\Rightarrow$ C/m được: $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ (g-g) $\Rightarrow AD \cdot AE = AB^2$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot AO = AD \cdot AE$	0,25
	+) Có $AH \cdot AO = AD \cdot AE \Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{AE}{AO}$ $\Rightarrow$ C/m được: $\triangle ADH \sim \triangle AOE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ADH} = \widehat{AOE}$ $\Rightarrow$ C/m được tg DHOE nội tiếp +) Có tg DHOE nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{OED}$ - Xét (O) có $OD = OE$ (=R) $\Rightarrow \triangle ODE$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OED} = \widehat{ODE}$ Lại có tg DHOE nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{ODE} = \widehat{OHE}$ $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{OHE}$ - Gọi M là giao điểm của BC và AE C/m được HM là phân giác của $\widehat{DHE}$ Lại có $HA \perp HM$ (vì $OA \perp BC$) $\Rightarrow HA$ là phân giác của góc ngoài tại H của $\triangle HDE$ $\Rightarrow \frac{MD}{ME} = \frac{AD}{AE} \left(= \frac{DH}{EH} \right)$ Có $IK \parallel BE$ (gt) $\Rightarrow DK \parallel BE \Rightarrow \frac{DK}{BE} = \frac{DM}{ME}$ Có $IK \parallel BE$ (gt) $\Rightarrow DI \parallel BE \Rightarrow \frac{DI}{BE} = \frac{AD}{AE}$ $\Rightarrow \frac{DK}{BE} = \frac{DI}{BE} \Rightarrow DK = DI$ hay D là trung điểm của IK	0,25 0,25 0,25 0,25
5 (0,5đ)	Đặt $a = x - 1, b = 2 - x \Rightarrow a, b > 0, a + b = 1$ $M = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{ab} = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)^2 + \frac{3}{ab}$ Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có: $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{ab}$ $\Rightarrow 1 \geq 4ab \Rightarrow \frac{1}{ab} \geq 4 \Rightarrow \frac{3}{ab} \geq 12$ Mà: $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)^2 \geq 0$ nên $M \geq 12$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = \frac{1}{2}$ Vậy $\text{Min} A = 12$ khi $x - 1 = 2 - x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$	0,25 0,25