



Bài I (2,0 điểm). Với $x \geq 0, x \neq 9$, cho hai biểu thức:

$$A = \frac{7}{\sqrt{x}+8} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{18}{x-9}.$$

1) Tính giá trị của A khi $x = 36$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B . Biết rằng quãng đường AB dài 60 km và vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 15 km/giờ nên ô tô đến B sớm hơn xe máy là 40 phút. Tìm vận tốc của mỗi xe.

Bài III (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2x}{x-1} + \sqrt{y+1} = 7 \\ \frac{3x}{x-1} - 2\sqrt{y+1} = 0 \end{cases}$$

2) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx + 4$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm số dương m để $|x_1| + 2|x_2| = 8$.

Bài IV (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cùng đi qua trực tâm H .

1) Chứng minh tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $HA.HD = HB.HE = HC.HF$.

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF cắt cạnh BC tại giao điểm thứ hai là I . Chứng minh DH là tia phân giác của góc $\widehat{EDF}$ và I là trung điểm của BC .

4) Hai tia BE, CF cắt (O) tại các giao điểm thứ hai lần lượt là M và N . Chứng minh nếu

$\frac{MN}{OI} = 2\sqrt{2}$ thì MN là đường kính của (O) .

Bài V (0,5 điểm).

Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = ab + bc + ca - abc$.

----- HẾT -----

Ghi chú:

- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên làm nhiệm vụ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Số báo danh: Trường THCS