

Câu 1 (2,0 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{12-3x} = x+2$;

b)
$$\begin{cases} x = 6 - 4y \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} - \frac{a\sqrt{a}-2a+4\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+8} \right) : \left(3 - \frac{4}{\sqrt{a}+2} \right)$, với $a \geq 0, a \neq 4$.

b) Cho hai đường thẳng (d): $y = 2x - 3m - 1$ và (d'): $y = 5x - 9m + 2$.

Tìm các số nguyên m để hai đường thẳng (d), (d') cắt nhau tại $A(x; y)$ nằm trong góc phần tư thứ IV.

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Hai bến sông A và B cách nhau 60 km. Lúc 8 giờ sáng một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B. Tại B canô nghỉ 2 giờ rồi ngược dòng từ B trở về A. Canô trở về đến bến A lúc 19 giờ cùng ngày. Tính vận tốc của canô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 5 km/h.

2) Cho phương trình: $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < x_2 < 5$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Lấy điểm C thuộc cung nhỏ AB sao cho cung CA nhỏ hơn cung CB, MC cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D. Gọi H là trung điểm của CD.

a) Chứng minh tứ giác MAHO nội tiếp;

b) Gọi K là giao điểm của AB và CD, chứng minh $MH \cdot MK = MC \cdot MD$;

c) Đường thẳng qua C song song với MB cắt AB tại E, DE cắt MB tại F, chứng minh F là trung điểm của BM.

Câu 5 (1,0 điểm).

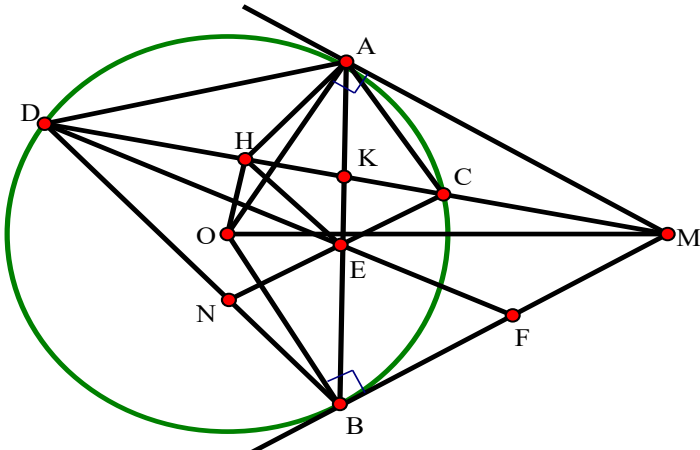
Xét các số thực a, b thỏa mãn $1 \leq a \leq 2$ và $1 \leq b \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0 đ)	a)	$\sqrt{12-3x} = x+2$ (1)	
		ĐK: $-2 \leq x \leq 4$	0,25
		Bình phương 2 vế của (1) ta được $(\sqrt{12-3x})^2 = (x+2)^2 \Leftrightarrow 12-3x = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 8 = 0$ (2)	0,25
		Vì $a+b+c = 1+7+(-8) = 0$ nên $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a} = -8$	0,25
		So sánh điều kiện Vậy phương trình (1) có nghiệm là: $x=1$	0,25
	b)	$\begin{cases} x = 6 - 4y \\ 4x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y = 6 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 12y = 18 \\ 16x - 12y = 20 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 19x = 38 \\ x + 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 4y = 6 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
Câu 2 (2,0 đ)	a)	$P = \left[\frac{2+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}(a-2\sqrt{a}+4)}{(\sqrt{a}+2)(a-2\sqrt{a}+4)} \right] : \left(\frac{3\sqrt{a}+6-4}{\sqrt{a}+2} \right)$	
		$P = \left(\frac{2+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{a}+2}{3\sqrt{a}+2}$	0,25
		$P = \frac{a+4\sqrt{a}+4-a+2\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \cdot \frac{\sqrt{a}+2}{3\sqrt{a}+2}$	0,25
		$P = \frac{6\sqrt{a}+4}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \cdot \frac{\sqrt{a}+2}{3\sqrt{a}+2}$	0,25
		$P = \frac{2}{\sqrt{a}-2}$ Vậy $P = \frac{2}{\sqrt{a}-2}$, với $a \geq 0, a \neq 4$.	0,25

		Tìm các số nguyên m để hai đường thẳng (d): $y = 2x - 3m - 1$ và (d'): $y = 5x - 9m + 2$ cắt nhau tại $A(x; y)$ nằm trong góc phần tư thứ IV	
		Hệ số góc của (d) và (d') là: $a = 2$; $a' = 5 \Rightarrow a \neq a'$ Chứng tỏ (d) và (d') luôn cắt nhau. Học sinh không nêu nội dung trên vẫn cho điểm tối đa Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d') ta có: $2x - 3m - 1 = 5x - 9m + 2 \Leftrightarrow x = 2m - 1$	
		b) Thay $x = 2m - 1$ vào $y = 2x - 3m - 1$ $\Rightarrow y = m - 3 \Rightarrow A(2m - 1; m - 3)$	
		Để A nằm trong góc phần tư thứ IV thì $\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 1 > 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 3$	
		Vì m là số nguyên nên $m \in \{1; 2\}$ Vậy giá trị cần tìm là $m \in \{1; 2\}$	
Câu 3 (2,0 đ)	1)	Hai bến sông A và B cách nhau 60 km. Lúc 8 giờ sáng một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B. Tại B canô nghỉ 2 giờ rồi ngược dòng từ B trở về A. Canô trở về đến bến A lúc 19 giờ cùng ngày. Tính vận tốc của canô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 5 km/h	
		Gọi vận tốc của canô khi nước yên lặng là x (km/h) ($x > 5$) Vận tốc của canô khi xuôi dòng là: $x + 5$ (km/h) Vận tốc của canô khi ngược dòng là: $x - 5$ (km/h)	
		Thời gian để canô xuôi dòng từ A đến B là: $\frac{60}{x+5}$ (h) Thời gian để canô ngược dòng từ B về A là: $\frac{60}{x-5}$ (h) Thời gian canô xuôi dòng, ngược dòng và thời gian nghỉ tổng cộng là: $19 - 8 = 11$ giờ.	
		Do đó ta có phương trình: $\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} + 2 = 11$	
		$\begin{aligned} \Rightarrow 60(x-5) + 60(x+5) - 9(x+5)(x-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow 60(x-5) + 60(x+5) - 9(x+5)(x-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow 60x - 300 + 60x + 300 - 9x^2 + 225 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 40x - 75 &= 0 \end{aligned}$	
		$\Delta' = (-20)^2 - 3 \cdot (-75) = 625 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{625} = 25$ $\Rightarrow x_1 = \frac{20+25}{3} = 15$ (t / m); $x_2 = \frac{20-25}{3} = -\frac{5}{3}$ (loại)	
	2)	Vậy vận tốc của canô khi nước yên lặng là 15 km/h.	
		b) Cho phương trình: $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < x_2 < 5$	

		Xét phương trình: $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$ $\Delta = 4m^2 - 12m + 9 - 4m^2 + 12m = 9 > 0$ $\Rightarrow$ PT luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m	0,25
		Nghiệm của pt là: $\frac{2m-3+\sqrt{9}}{2.1} = m; \frac{2m-3-\sqrt{9}}{2.1} = m-3$	0,25
		$x_1 < x_2$ nên $x_1 = m-3; x_2 = m$	0,25
		Ta có: $0 < x_1 < x_2 < 5 \Leftrightarrow 0 < m-3 < m < 5 \Rightarrow 3 < m < 5$ Vậy $3 < m < 5$ là những giá trị cần tìm	0,25
Câu 4 (3,0 đ)	a)	Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
			
		Có H là trung điểm của dây CD nên suy ra $OH \perp CD$ (đường kính đi qua trung điểm của dây) $\Rightarrow \widehat{OHM} = 90^\circ$	
		Lại có $\widehat{OAM} = 90^\circ$ (Tính chất của tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{OHM} = \widehat{OAM} = 90^\circ$ Mà H và A là 2 đỉnh kề của tứ giác MAOH $\Rightarrow$ Tứ giác MAHO nội tiếp (đpcm)	
	b)	Có $\widehat{OHM} = 90^\circ$ (cmt); $\widehat{OAM} = \widehat{OBM} = 90^\circ$ (gt) Suy ra 5 điểm M; A; B; O; H cùng thuộc đường tròn đường kính OM Lại có $MA = MB$ (T/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{MBH}$ $\Rightarrow \widehat{MHA} = \widehat{MAK}$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)	0,25
		Tam giác MAK và MHA có $\widehat{HMA}$ là góc chung $\Rightarrow \Delta MAK \sim \Delta MHA$ (g, g) $\Rightarrow \frac{MA}{MH} = \frac{MK}{MA} \Rightarrow MA^2 = MH.MK$ (1)	0,25
		$\Delta MAC \sim \Delta MDA$ vì $\widehat{AMC}$ chung; $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (Góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\widehat{AC}$) $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC.MD$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có: $MH.MK = MC.MD$	0,25

		Gọi CE cắt BD tại N c) Có $\widehat{HCE} = \widehat{HMB}$ (2 góc đồng vị), mà $\widehat{HAE} = \widehat{HMB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HB của đường tròn đường kính OM $\Rightarrow \widehat{HAE} = \widehat{HCE}$ Mà A và C là 2 đỉnh liên tiếp của tứ giác AHEC $\Rightarrow$ Tứ giác AHEC nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{CHE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EC) mà $\widehat{CHE} = \widehat{CDB} \Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{CDB}$ $\Rightarrow \widehat{CHE} = \widehat{CDB}$ suy ra $HE \parallel DB$, mà $HC = HD$ (gt) nên $EC = EN$ (3) Ta có $CN \parallel BM$ (gt) $\Rightarrow \frac{EC}{FM} = \frac{DE}{DF} = \frac{EN}{FB}$ (Ta lét) (4) Từ (3) và (4) ta có $FM = FB$ Suy ra F là trung điểm của BM.	0,25
		$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{CHE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EC) mà $\widehat{CHE} = \widehat{CDB} \Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{CDB}$ $\Rightarrow \widehat{CHE} = \widehat{CDB}$ suy ra $HE \parallel DB$, mà $HC = HD$ (gt) nên $EC = EN$ (3)	0,25
		Ta có $CN \parallel BM$ (gt) $\Rightarrow \frac{EC}{FM} = \frac{DE}{DF} = \frac{EN}{FB}$ (Ta lét) (4)	0,25
		Từ (3) và (4) ta có $FM = FB$ Suy ra F là trung điểm của BM.	0,25
Câu 5 (1,0 đ)		Vì $1 \leq a \leq 2$ và $1 \leq b \leq 2$ nên : $\begin{cases} (a-1)(a-2) \leq 0 \\ (b-1)(b-2) \leq 0 \\ (a-2)(b-2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 \leq 3a-2 \\ b^2 \leq 3b-2 \\ -ab \leq 4-2a-2b \end{cases}$ $\Rightarrow a^2 + b^2 - ab \leq a + b$.	0,25
		Do $a^2 + b^2 - ab = (a-b)^2 + ab > 0$ nên $\frac{a+b}{a^2 + b^2 - ab} \geq 1$ hay $P \geq 1$.	0,25
		Ta thấy $P = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-2) = 0 \\ (b-1)(b-2) = 0 \\ (a-2)(b-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (a,b) \in \{(1;2);(2;1);(2;2)\}$.	0,25
		Do đó giá trị nhỏ nhất của P là 1 khi $(a,b) \in \{(1;2);(2;1);(2;2)\}$.	0,25

Ghi chú: Học sinh có cách làm khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.

----- **HẾT** -----