

Bài I. (2 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$.

c) Tìm số nguyên x để $P = A : B$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài II. (2,5 điểm).

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một công ty dự định điều động một số xe để chuyển 180 tấn hàng từ Hải Phòng về Hà Nội, mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau. Do nhu cầu thực tế cần chuyển thêm 28 tấn hàng nên công ty đó phải điều động thêm 1 xe cùng loại và mỗi xe bây giờ phải chở thêm 1 tấn hàng mới đáp ứng được nhu cầu đặt ra. Hỏi theo dự định, công ty đó cần điều động bao nhiêu xe, biết rằng mỗi xe chở không quá 15 tấn.

2. Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường

kính của đường tròn đáy là 6cm, chiều dài trục lăn là

25cm (hình bên). Sau khi lăn tròn 18 vòng thì trục lăn tạo trên tường phẳng lớp sơn có diện tích là bao nhiêu?



Bài III. (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \frac{5}{2y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{9}{5} \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d):

$$y = 3x + m^2 - 1$$

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1; 5).

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1| + 2|x_2| = 3$.

Bài 4(3 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) lấy điểm M. Vẽ cát tuyến MCD tới đường tròn (O) (C nằm giữa M và D, tia MD nằm giữa hai tia MO và MA). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD.

a) Chứng minh tứ giác MAIO nội tiếp.

b) Chứng minh $MC \cdot MD = AM^2$

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BD, cắt AB tại H. Tia MO cắt các đoạn thẳng BC và BD lần lượt tại E, F. Chứng minh $CH \parallel EF$ và O là trung điểm của EF.

Bài V. (0,5 điểm). Với $x, y \geq 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 + y^2 + \frac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}}$

----Hết----

Bài	Nội dung	Điểm
1	a) Tính giá trị của $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ khi $x = 9$.	2
a	Thay $x = 9$ (tmđkxđ) vào A có: $A = \frac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$	0,5
b	$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$	1
	$B = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$	0,5
	$B = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$	0,5
c	Tìm số nguyên x để $P = A : B$ đạt giá trị lớn nhất.	0,5
	Với $x > 0$, $x \neq 1$, ta có $P = A : B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} : \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	Vì $x > 0$, $x \neq 1$ và x là số nguyên nên $x \geq 2$	0,25
	$\Rightarrow \sqrt{x}-1 \geq \sqrt{2}-1 \Rightarrow P = \frac{1}{\sqrt{x}-1} \leq \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$	
	$P_{\max} = \sqrt{2}+1 \Leftrightarrow x = 2$	
2		2,5
	<i>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</i>	2
	Gọi số xe công ty dự định điều động là x (xe); $x \in \mathbb{N}^*$	0,25
	Số xe thực tế đã điều động là: $x+1$ (xe)	0,25
	Theo dự định mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{180}{x}$ (tấn)	
	Thực tế công ty cần phải chuyển tổng số tấn hàng là: $180 + 28 = 208$ (tấn)	0,25
	Khi đó thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{208}{x+1}$ (tấn)	
a)	Vì thực tế mỗi xe chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng nên ta có phương trình: $\frac{208}{x+1} - \frac{180}{x} = 1$	0,5
	Biến đổi đưa về phương trình: $x^2 - 27x + 180 = 0$	0,25
	Giải phương trình được: $(x-12)(x-15) = 0 \Leftrightarrow x = 12; x = 15$	0,25
	Nếu số xe dự định là 12 xe thì thực tế mỗi xe chở số tấn hàng là: $208 : (12 + 1) = 16$ (tấn), loại. Nếu số xe dự định là 15 xe thì thực tế mỗi xe chở số tấn hàng là: $208 : (15 + 1) = 13$ (tấn), tmđk. Vậy số xe dự định cần điều động là 15 xe.	0,25
b)	Chu vi đáy là: 6π Diện tích xung quanh trục lăn sơn là: $6\pi \cdot 25 = 150\pi$ (cm^2)	0,5

	Diện tích tường sơn được là: $150\pi.18 = 2700\pi \text{ (cm}^2\text{)} \approx 8478 \text{ (cm}^2\text{)}$ Thiếu đơn vị đo (cả 2 bước) trừ 0,25 đ	
3		2
1	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \frac{5}{2y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{9}{5} \end{cases}$	1
	Điều kiện: $y \neq -\frac{1}{2}; x \geq 1$ Đặt $a = \sqrt{x-1}, b = \frac{1}{2y+1}$ (đk: $a \geq 0, b \neq 0$)	0,25
	Ta có hệ PT $\begin{cases} a + 5b = 2 \\ 2a - b = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{5} \end{cases} \text{ (TM)}$	0,5
	$\begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ \frac{1}{2y+1} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ 2y+1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$ Vậy hệ PT cho có nghiệm là $(x; y) = (2; 2)$	0,25
2	(P): $y = x^2$ và (d): $y = 3x + m^2 - 1$	1
a	Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1; 5).	0,5
	$A(-1; 5) \in d \Leftrightarrow 3(-1) + m^2 - 1 = 5$	0,25
	$m = \pm 3$	0,25
b	Tìm m .. thỏa mãn: $ x_1 + 2 x_2 = 3$	0,5
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0$ (1) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$ Ta có: $\Delta = 4m^2 + 5 > 0 \forall m$ Hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$ Vì $x_1 + x_2 = 3 > 0$ nên trong hai nghiệm của PT(1) phải có 1 nghiệm dương	0,25
	TH1: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$ nên $x_1 + 2 x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 + 2x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 0; x_1 = 3$ (TM) $\Leftrightarrow -m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$ TH2: $x_1 > 0; x_2 < 0 \Leftrightarrow x_1 - 2x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 0; x_1 = 3$ (KTM) TH3: $x_1 < 0; x_2 > 0 \Leftrightarrow -x_1 + 2x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 2; x_1 = 1$ (KTM) \	0,25

	Vậy $m = \pm 1$	
4		3,0
a	Chứng minh tứ giác MAIO nội tiếp.	1,0
	C/m $OI \perp CD$ tại I $\Rightarrow$ góc MIO = 90°	0,25
	C/m MA là tiếp tuyến tại A của (O) $\Rightarrow MA \perp OA$ tại A (t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow$ góc MAO = 90°	0,25
	C/m tứ giác MAIO có: góc MIO = MAO = 90° Mà hai đỉnh A và I kề nhau Tứ giác MAIO nội tiếp (BT quỹ tích cung chứa góc)	0,5
b	Chứng minh $MC \cdot MD = AM^2$	1,0
	C/m (O) có: $\widehat{MAC} = \widehat{MDC} \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AC} \right)$	0,25
	Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có: Góc AMD chung $\widehat{MAC} = \widehat{MDC}$ (cmt)	0,25
	$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA}$ (tỉ số đồng dạng) $\Rightarrow AM^2 = MC \cdot MD$ (đpcm)	0,25
c	Qua I kẻ đường thẳng song song với BD, cắt AB tại H. Tia MO cắt các đoạn thẳng BC và BD lần lượt tại E, F. Chứng minh $CH \parallel EF$ và O là trung điểm của EF.	1,0
	Chứng minh $CH \parallel EF$	0,5
	Ta có $IH \parallel BD$ (gt) $\Rightarrow \widehat{CIH} = \widehat{CDC}$ (2 góc đồng vị) Xét (O): Có $\widehat{CDB} = \widehat{CAH} \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BC} \right)$	

	Suy ra $\widehat{CIH} = \widehat{CAH}$ Tứ giác c/m tứ giác ACHI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IAH} = \widehat{ICH}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IH)	0,25
	C/m $\widehat{IAH} = \widehat{IMO}$ (do tứ giác MAIO nội tiếp) Suy ra $\widehat{ICH} = \widehat{IMO}$ Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị Suy ra $CH \parallel MO$ $\Rightarrow CH \parallel EF$ (vì E, F, M, O thẳng hàng)	0,25
	Chứng minh O là trung điểm của EF.	0,5
	Kéo dài CH cắt BD tại K ΔCDK có I là trung điểm của CD, $IH \parallel DK$ $\Rightarrow H$ là trung điểm của CK ΔBCH có $EO \parallel CH \Rightarrow \frac{OE}{CH} = \frac{BO}{BH}$ (Hệ quả Ta - lét) ΔBKH có $OF \parallel KH \Rightarrow \frac{OF}{KH} = \frac{BO}{BH}$ (Hệ quả Ta - lét)	0,25
	$\Rightarrow \frac{OE}{CH} = \frac{OF}{KH}$ Mà $CH = KH$ (vì H là trung điểm của CK) Suy ra $OE = OF$ Mà O, E, F thẳng hàng Suy ra O là trung điểm của EF	0,25
5		0,5
	Ta có: $\sqrt{(x+1)(y+1)} \leq \frac{x+y+2}{2} \Rightarrow \frac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}} \geq \frac{32}{x+y+2}$ $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$ Khi đó $2P \geq (x+y)^2 + \frac{64}{x+y+2}$ Lại có $(x+y)^2 + 4 \geq 4(x+y)$ $\Rightarrow (x+y)^2 + 4 \geq 4(x+y+2) - 8$ $\Rightarrow 2P + 12 \geq 4(x+y+2) + \frac{64}{x+y+2} \geq 2\sqrt{4(x+y+2) \cdot \frac{64}{x+y+2}} = 32 \Rightarrow P \geq 10$ $P_{\min} = 10 \Leftrightarrow x = y = 1$	0,25
	Mọi cách làm đúng đều cho điểm tối đa.	0,25