

Họ, tên thí sinh:
Số báo danh:

Mã đề thi 010

Câu 1. Hình chóp lục giác đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 12. B. 6. C. 10. D. 11.

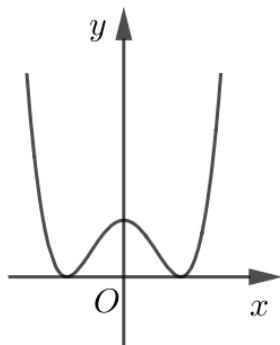
Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 15. Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 10.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và thể tích bằng 8. Thể tích của khối chóp $S.BCD$ bằng.

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh ?

- A. A_8^2 . B. P_2 . C. P_8 . D. C_8^2 .

Câu 7. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-1}{x-3}$?

- A. $y = 3$. B. $y = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Câu 8. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 64, độ dài đường chéo AC' bằng:

- A. $4\sqrt{3}$. B. 8. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$-\infty$			
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	-

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 10. Giá trị của phép tính $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 9 B. 3 C. 6 D. 81

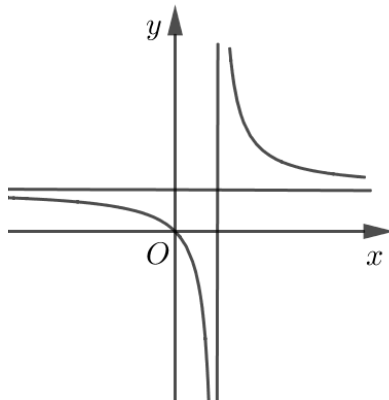
Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = 3x - 1$.

Câu 12. Đường thẳng $d: y = x + 1$ và đường cong $(C): y = x^3 - x^2 - x + 1$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

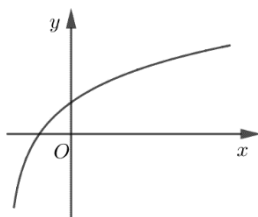


- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 17$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{15}{2}$. B. 5. C. 3. D. 15.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \log_2(x+2)$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = 2^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x \ln x$. Kí hiệu x_0 là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x_0 \in (-2; 0)$. B. $x_0 \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $x_0 \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $x_0 \in (2; +\infty)$.

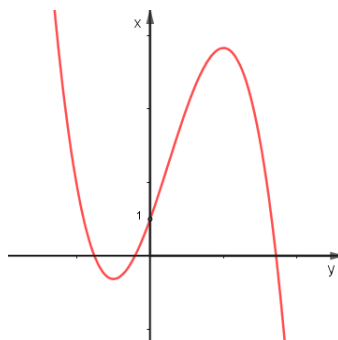
Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $BC = AA' = \sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(-3x^2 + 23x - 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 6. B. 4. C. 7. D. 5.

Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(|x|) + 1 = 0$ là



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 20. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $|f(x)| = 2$ có số nghiệm là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		-5		-5	

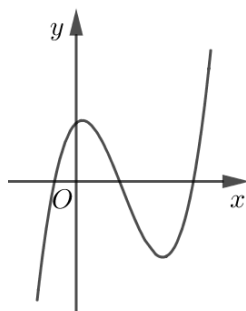
A. 5.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Câu 21. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là



A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Câu 22. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

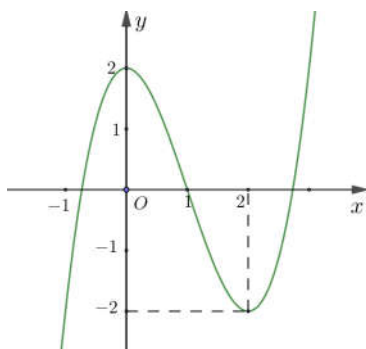
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 4.

C. -2.

D. 0.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 25. Một hình chóp có 22 cạnh. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

- A. 12. B. 10. C. 11. D. 13

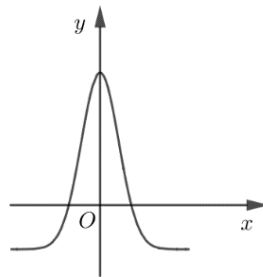
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
			+	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$

Câu 27. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = 2^{x^2} + 1$. B. $y = \ln(x-2)$. C. $y = \log(x-1)$. D. $y = 2^{3-x^2} - 2$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc mặt phẳng đáy, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ bằng

- A. 0. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 30. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 48. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC . Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng

- A. 12. B. 8. C. 6. D. 10.

Câu 31. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = 2AB = 4$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng

- A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Biết bất phương trình $f(x) < x^2 - x + m$ có nghiệm thuộc đoạn $[2; 4]$, trong đó m là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m > f(4) - 12$. B. $m > f(2) - 2$. C. $m \geq f(2) - 2$. D. $m \geq f(4) - 12$.

Câu 33. Đồ thị của hàm số $y = \ln \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 34. Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 + (m^2 - 6m + 5)x - 2$. Gọi $S = (a; b)$ là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số có cực trị, giá trị của $a + b$ bằng:

A. 7

B. 6

C. 8

D. 9

Câu 35. Cho $a > b > 0$ thỏa mãn $ab = 1000$ và $\log a \cdot \log b = -4$. Giá trị của $\log \frac{a}{b}$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-3		0		6	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(-3x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.B. $(-1;0)$.C. $(0;+\infty)$.D. $(-1;1)$.

Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và mặt bên tạo với đáy 1 góc 60° . Gọi M là trung điểm SA , thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho $\log_{32} a + \log_8 b + \log_2 c = 11$ và $\sqrt[5]{a} = \sqrt[6]{b} = \sqrt[8]{c}$. Giá trị của $\log_2(abc)$ bằng

A. 2^{11} .

B. 19.

C. 11.

D. 2^{19} .

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết rằng thể tích khối chóp $ABCC'B'$ bằng 12. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 24.

B. 36.

C. 18.

D. 32.

Câu 40. Có bao nhiêu m nguyên dương để đường thẳng $d: y = -mx - 2$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 4x^2 - 2$ tại ba điểm phân biệt?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Câu 41. Chọn ngẫu nhiên 3 chữ số khác nhau từ 35 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tạo thành một cặp số cộng có công sai là số lẻ bằng

A. $\frac{9}{385}$.B. $\frac{8}{385}$.C. $\frac{17}{385}$.D. $\frac{30}{11209}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + mx^3 + (m^2 - 3m + 2)x^2 + 5$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại?

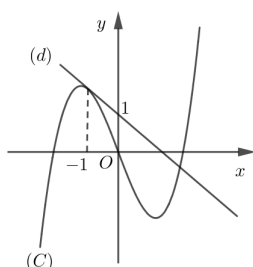
A. 28.

B. 27.

C. 25.

D. 26

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Đường thẳng $d: y = g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$. Hỏi phương trình $\frac{f(x)-1}{g(x)-1} - \frac{g(x)}{f(x)} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x^2+1}+3}{\sqrt{x^2+1}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(2\sqrt{2}; +\infty)$.

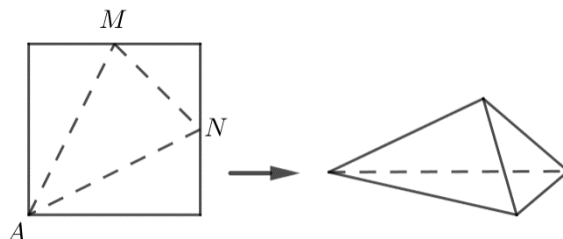
A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 45. Từ một tấm bìa hình vuông có độ dài cạnh bằng 10 với M, N là trung điểm của hai cạnh, người ta gấp theo các đường AM, MN và AN để được hình chóp (H) . Thể tích của khối chóp (H) bằng



A. $\frac{125}{4}$.

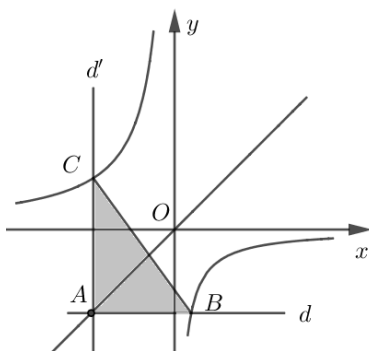
B. $\frac{125\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{125}{3}$.

D. $\frac{125\sqrt{2}}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ -\frac{8}{x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ có đồ thị (T) . Xét điểm A di động trên đường thẳng

$\Delta: y = x$. Hai đường thẳng d và d' qua A tương ứng song song Ox, Oy và cắt (T) tại lần lượt tại B, C . Tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất bằng



A. 16.

B. 9.

C. 18.

D. 8.

Câu 47. Xét các số nguyên dương a, b, c, d có tổng bằng 2020, giá trị lớn nhất của $ac + bc + ad$ bằng

A. 1020098.

B. 1020100.

C. 1020099.

D. 1020101.

Câu 48. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng ba điểm chung với trục hoành tại các điểm M, N, P có hoành độ lần lượt là m, n, p ($m < n < p$). Khi $f(1) = -\frac{3}{4}$ và $f'(-1) = 1$ thì $\max_{[m;p]} |f(x)|$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 49. Xét $a > b > 1$ và biểu thức $P = \log_{ab}^2(a^3) + \frac{16}{3} \log_a(a^2b)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $b = a^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m+n$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ A' đến BB' và CC' lần lượt bằng $\sqrt{3}$ và 2, góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ACC'A')$ bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{13}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt{26}$.

B. $\sqrt{39}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\frac{\sqrt{39}}{3}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1.A	2.A	3.A	4.A	5.B	6.D	7.B	8.A	9.D	10.B
11.D	12.B	13.C	14.B	15.A	16.C	17.D	18.D	19.C	20.D
21.D	22.B	23.D	24.D	25.A	26.C	27.D	28.A	29.B	30.C
31.D	32.A	33.C	34.C	35.D	36.B	37.B	38.B	39.C	40.A
41.A	42.B	43.C	44.D	45.C	46.B	47.C	48.D	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A

Hình chóp lục giác đều có đáy là lục giác đều nên có 6 cạnh đáy và 6 cạnh bên. Vậy hình chóp lục giác đều có tất cả 12 cạnh.

Câu 2: Chọn A

Hàm số lũy thừa $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là $D = (1; +\infty)$.

Câu 3: Chọn A

Do khối chóp $A'.ABC$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chung đường cao và đáy là tam giác ABC nên:

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}.15 = 5.$$

Câu 4: Chọn A

Hàm số chẵn và có đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 5: Chọn B

$$\text{Do } V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}.8 = 4.$$

Câu 6: Chọn D

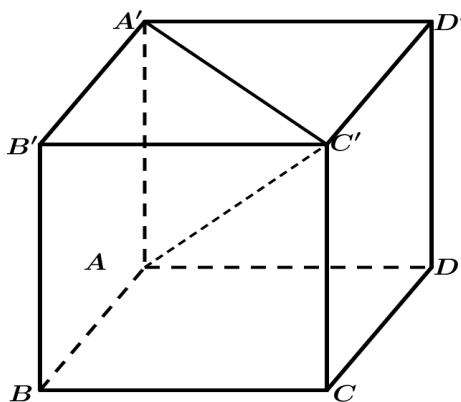
Số cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 8 phần tử.

Do đó có C_8^2 cách chọn.

Câu 7: Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 4$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4$ nên $y = 4$ là tiệm cận ngang.

Câu 8: Chọn A



Thể tích của hình lập phương $V = (AA')^3 = 64 \Rightarrow AA' = 4$

$A'B'C'D'$ là hình vuông $\Rightarrow A'C' = 4\sqrt{2}$

$$AC' = \sqrt{(AA')^2 + (A'C')^2} = \sqrt{16 + 32} = 4\sqrt{3}$$

Câu 9: Chọn D

Qua bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ - sang + khi qua điểm $x = 0$ nên hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 10: Chọn B**Câu 11: Chọn D**

Hàm số $y = 3x - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ vì đây là hàm số có dạng $y = ax + b$ với hệ số $a = 3 > 0$.

Câu 12: Chọn B

Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đường cong (C) là nghiệm phương trình

$$x^3 - x^2 - x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Từ đó đường thẳng d và đường cong (C) có 3 điểm chung có tọa độ là $(0;1)$, $(-1;0)$, $(2;3)$.

Câu 13: Chọn C

Đồ thị hàm số có 2 đặc điểm là đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và đường tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung nên chọn C, hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 14: Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_4 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 + 3d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$$

Vậy công sai của cấp số cộng đã cho bằng 5.

Câu 15: Chọn A

Theo hình vẽ ta có hàm số cần tìm xác định $\forall x > -2$ nên ta loại đáp án B, C và D.

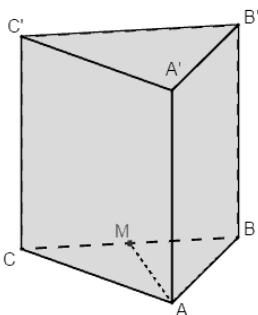
Câu 16: Chọn C

$$f(x) = x^2 - 2x \ln x$$

$$f'(x) = 2x - 2\left(\ln x + \frac{1}{x}x\right) = 2x - 2(\ln x + 1) = 2x - 2\ln x - 2$$

$$f''(x) = 2 - \frac{2}{x}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2}{x} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 17: Chọn D

Gọi M là trung điểm BC .

Do $\triangle ABC$ cân tại A :
 $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 30^\circ \Rightarrow AM = BM \cdot \tan \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{4}.$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3}{4}.$$

Câu 18: Chọn D

Điều kiện xác định: $-3x^2 + 23x - 20 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{20}{3} \Rightarrow$ tập xác định có 5 giá trị nguyên.

Câu 19: Chọn B

Dựa vào hình vẽ, ta có:

$$f(|x|) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(|x|) = -1 \Leftrightarrow |x| = a, a > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 20: Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

$$|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, a < -1 \\ x = b, 1 < b \\ x = c, a < c < 1 \\ x = d, 1 < d < b \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

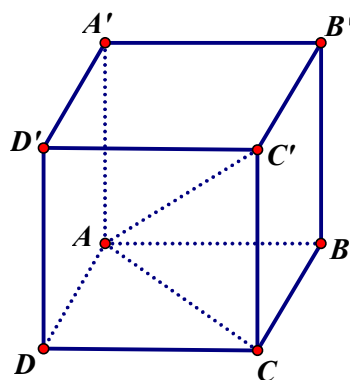
Câu 21: Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị không nằm trên Ox.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

Do đó hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 22: Chọn B



Ta có $CC' \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của AC' lên $(ABCD)$ là AC .

Do đó $(AC'; (ABCD)) = (AC'; AC) = \widehat{C'AC}$

$\triangle C'AC$ vuông tại A có: $AA' = a\sqrt{3}$; $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

$$\tan \widehat{A'CA} = \frac{CC'}{CA} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1$$

$$\Rightarrow \widehat{C'AC} = 45^\circ$$

$$\text{Vậy: } (AC'; (ABCD)) = 45^\circ$$

Câu 23: Chọn D

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có: $\max_{[0;2]} f(x) = 2$ và $\min_{[0;2]} f(x) = -2$.

$$\text{Vậy: } \max_{[0;2]} f(x) + \min_{[0;2]} f(x) = 0.$$

Câu 24: Chọn D

Tập xác định: $D = [2; 3) \cup (3; +\infty)$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = 0 \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là } y = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-2}}{(x-1)(x-3)} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x-2}}{(x-1)(x-3)} = -\infty \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có đường tiệm cận}$$

đứng $x = 3$.

Vậy: Đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 25: Chọn A

Do hình chóp có số cạnh đáy bằng số cạnh bên nên hình chóp có 11 cạnh đáy. Số cạnh đáy bằng số mặt bên nên hình chóp đó có 11 mặt bên, 1 mặt đáy.

Vậy tổng số mặt của hình chóp đó là 12.

Câu 26: Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy trong 4 đáp án trên thì đáp án C là đáp án đúng.

Câu 27: Chọn D

A. $y = 2^{x^2} + 1$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 2x2^{x^2} \ln 2$

Hàm số đồng biến $(0; +\infty)$. Hàm số nghịch biến $(-\infty; 0)$. Theo đồ thị loại A

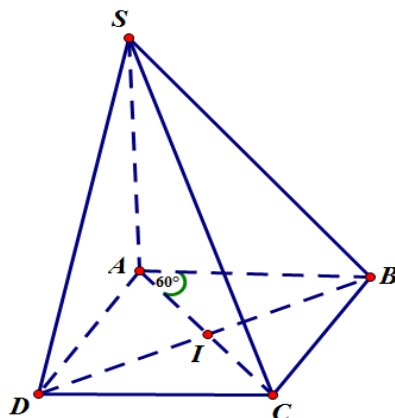
B. $y = \ln(x-2)$. Tập xác định $D = (2; +\infty)$. Theo đồ thị loại B

C. $y = \log(x-1)$. Tập xác định $D = (1; +\infty)$. Theo đồ thị loại C

D. $y = 2^{3-x^2} - 2$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -2x2^{3-x^2} \ln 2$

Hàm số đồng biến $(-\infty; 0)$. Hàm số nghịch biến $(0; +\infty)$

Câu 28: Chọn A



Gọi I là giao điểm AC và BD . Vì $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAC} = 60^\circ$ nên $\triangle BAC$ là tam giác đều do đó $AB = BC = AC = a$. Xét $\triangle ABI$ vuông tại I , theo hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông. Ta có $IB = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DB = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

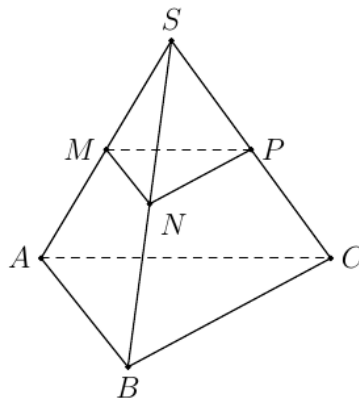
Câu 29: Chọn B

Đặt $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Do $a = 1 > 0$ nên giá trị cực đại của hàm số là $f(0) = 5$.

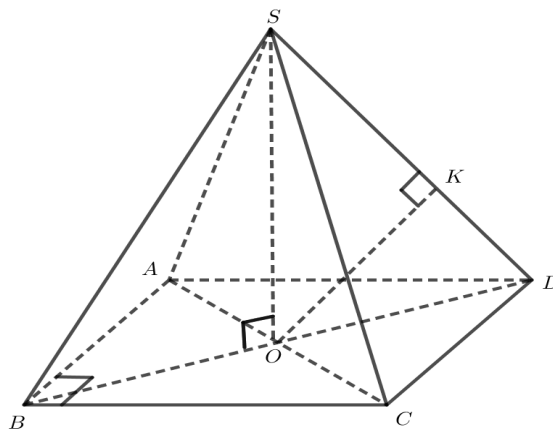
Câu 30: Chọn B



Do M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC nên áp dụng tỉ số thể tích ta có

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{8} V_{S.ABC} = \frac{1}{8} \cdot 48 = 6.$$

Câu 31: Chọn D



Vì hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên ta có:

$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$$

$$\text{Trong mặt phẳng } (SBD) \text{ kẻ } OK \perp SD \text{ mà } \begin{cases} AC \perp (SBD) \\ OK \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow OK \perp AC$$

$$\text{Vậy } d(AC, BD) = OK.$$

$$AB = \frac{4}{2} = 2$$

$$AO = OD = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Tam giác SAO vuông tại O suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{16 - 2} = \sqrt{14}$.

Tam giác SDO vuông tại O đường cao OK : $OK = \frac{SO \cdot OD}{\sqrt{SO^2 + OD^2}} = \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{14 + 2}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 32: Chọn A

$$f(x) < x^2 - x + m \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow m > f(x) - x^2 + x$$

Đặt $g(x) = f(x) - x^2 + x$. Vì (1) có nghiệm thuộc đoạn $[2; 4]$ nên $m > \min_{x \in [2; 4]} g(x)$.

$$g'(x) = f'(x) - 2x + 1.$$

$$f'(x) < 0 \quad \forall x \in [2; 4].$$

$$-2x + 1 < 0 \quad \forall x \in [2; 4].$$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2x + 1 < 0 \quad \forall x \in [2; 4].$$

$$\min_{x \in [2; 4]} g(x) = g(4) = f(4) - 12.$$

Do đó $m > f(4) - 12$.

Câu 33: Chọn C

$$\text{TXĐ: } \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{2} \\ x > \sqrt{2} \end{cases}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1} = \ln 2$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1} = \ln 2$$

Suy ra: $y = \ln 2$ là tiệm cận ngang

$$+ \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^+} y = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^+} \ln \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1} = -\infty.$$

Suy ra $x = -\sqrt{2}$ là tiệm cận đứng

$$+ \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^-} y = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^-} \ln \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1} = -\infty.$$

Suy ra $x = \sqrt{2}$ là tiệm cận đứng

Câu 34: Chọn C

$$y' = 3x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 6m + 5$$

Đề hàm số có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 3(m^2 - 6m + 5) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 16m - 14 > 0 \Leftrightarrow 1 < m < 7 \Rightarrow S = (1; 7). \text{ Vậy, } a + b = 8$$

Câu 35: Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} ab = 1000 \\ \log a \cdot \log b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log a + \log b = 3 \\ \log a \cdot \log b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log a = -1; \log b = 4 \\ \log a = 4; \log b = -1 \end{cases}$$

Theo bài $a > b > 0 \Leftrightarrow \log a > \log b$. Do đó ta chọn được $\begin{cases} \log a = 4 \\ \log b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10^4 \\ b = 10^{-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = 10^5$

Vậy $\log \frac{a}{b} = \log 10^5 = 5$.

Câu 36: Chọn B

Ghi nhớ công thức: $[f(u)]' = f'(u) \cdot u'$

Ta có $y' = (f(-3x))' = f'(-3x) \cdot (-3x)' = f'(-3x) \cdot (-3)$.

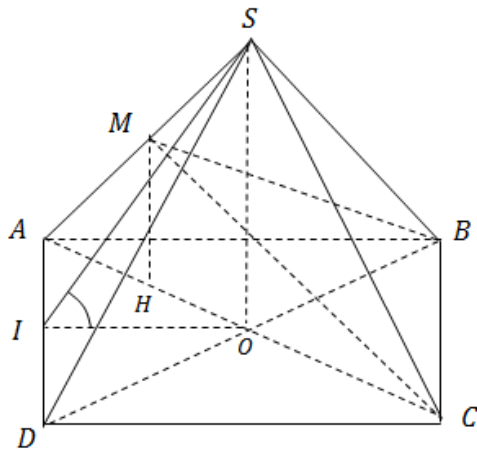
Kết hợp bảng xét dấu của $f'(x)$, được:

$$(f(-3x))' \leq 0 \Leftrightarrow f'(-3x) \cdot (-3) \leq 0 \Leftrightarrow f'(-3x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3x \leq -3 \\ 0 \leq -3x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = f(-3x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Vì khoảng $(-1; 0) \subset (-2; 0)$ nên **chọn B**.

Câu 37: Chọn B.



Chóp $S.ABCD$ là chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ (với O là giao điểm của AC và BD).

Kẻ $MH \perp AC \Rightarrow MH \parallel SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$

Gọi I là trung điểm cạnh AD

$$\Rightarrow \begin{cases} OI \perp AD \\ SI \perp AD \end{cases} \Rightarrow ((SAD); (ABCD)) = (\widehat{SI; IO}) = \widehat{SIO} = 60^\circ.$$

Ta dễ dàng chứng minh được: OI là đường trung bình của tam giác $ACD \Rightarrow OI = a$

Xét tam giác SIO vuông tại O :

$$\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} \Rightarrow SO = OI \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\text{Xét tam giác } SAO \text{ có } MH \text{ là đường trung bình} \Rightarrow MH = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2.$$

$$\text{Vậy thể tích } V_{M.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot MH = \frac{1}{3} 2a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 38: Chọn B.

Điều kiện: $a, b, c > 0$.

Đặt: $\sqrt[5]{a} = \sqrt[6]{b} = \sqrt[8]{c} = y$ (với $y > 0$). Ta có: $a = y^5$, $b = y^6$, $c = y^8$.

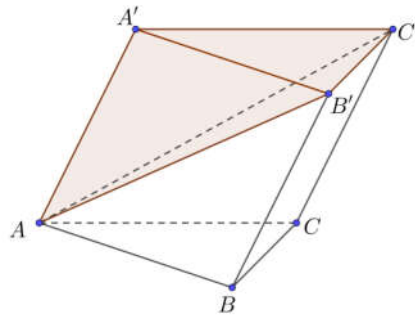
Khi đó:

$$11 = \log_{32} a + \log_8 b + \log_2 c = \frac{1}{5} \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b + \log_2 c = \log_2 \left(a^{\frac{1}{5}} b^{\frac{1}{3}} c \right)$$

$$= \log_2 \left[\left(y^5 \right)^{\frac{1}{5}} \left(y^6 \right)^{\frac{1}{3}} \left(y^8 \right) \right] = \log_2 y^{11} = 11 \cdot \log_2 y.$$

Suy ra $\log_2 y = 1 \Leftrightarrow y = 2$ (thỏa mãn).

Do đó $\log_2 (abc) = \log_2 \left[\left(y^5 \right) \cdot \left(y^6 \right) \cdot \left(y^8 \right) \right] = \log_2 \left(y^{19} \right) = 19 \cdot \log_2 y = 19 \cdot \log_2 2 = 19$.

Câu 39: Chọn C

Ta có: $V_{A.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.

Suy ra: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{A.BCC'B'} = \frac{3}{2} \cdot 12 = 18$ (đvtt).

Câu 40: Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là: $x^3 - 4x^2 - 2 = -mx - 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + mx = 0 (*)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4x + m = 0 (1) \end{cases}$$

Đề (*) có 3 nghiệm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 16 - 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = \{1; 2; 3\}$

Câu 41: Chọn A

Từ 1 đến 35 có 35 số nguyên dương

Số phần tử của không gian mẫu là: C_{35}^3

Gọi A là biến cố chọn được “ba số tự nhiên tạo thành một cấp số cộng có công sai là số lẻ”.

Giả sử ba số được chọn trong 35 chữ số đầu tiên là a, b, c

do a, b, c tạo thành một cấp số cộng nên ta có $a + c = 2b$; vì d là số lẻ nên

$d = 1$ thì a có thể chọn từ các số 1; 2; 3.... cho đến $35 - 1.2 = 33$ suy ra có 33 kết quả thuận lợi

$d = 3$ thì a có thể chọn từ các số 1; 2; 3.... cho đến $35 - 3.2 = 29$ suy ra có 29 kết quả thuận lợi

$d = 5$ thì a có thể chọn từ các số 1; 2; 3.... cho đến $35 - 5.2 = 25$ suy ra có 25 kết quả thuận lợi

....

$d = 17$ thì a có thể chọn từ các số 1; 2; 3.... cho đến $35 - 17.2 = 1$ suy ra có 1 kết quả thuận lợi

Vậy có: $33 + 29 + 25 + \dots + 1 = \frac{1+33}{2} \cdot 9 = 17 \cdot 9 = 153$ kết quả thuận lợi

Xác suất phải tìm là: $n(A) = \frac{153}{C_{35}^3} = \frac{9}{385}$.

Câu 42: Chọn B

Ta có $y' = x^3 + 3mx^2 + 2(m^2 - 3m + 2)x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 3mx + 2(m^2 - 3m + 2) = 0 (*) \end{cases}$$

YCBT $\Leftrightarrow$ PT (*) vô nghiệm hoặc pt (*) có nghiệm kép $x = 0$ hoặc pt (*) có 1 nghiệm là 0 và nghiệm còn lại khác 0

TH1: (*) có nghiệm kép $x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 8(m^2 - 3m + 2) = 0 \\ 2(m^2 - 3m + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -12 + 4\sqrt{10} \vee m = -12 - 4\sqrt{10} \\ m = 2 \vee m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

TH2: PT(*) vô nghiệm $\Leftrightarrow 9m^2 - 8(m^2 - 3m + 2) < 0 \Leftrightarrow -12 - 4\sqrt{10} < m < -12 + 4\sqrt{10}$

TH3: PT(*) có nghiệm $x = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \vee m = 2$

$$\text{Với } m = 1 \Rightarrow (*): x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}. \text{ Nhận } m = 1$$

$$\text{Với } m = 2 \Rightarrow (*): x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}. \text{ Nhận } m = 2$$

Vậy có 27 giá trị m

Câu 43: Chọn C

Xét phương trình $\frac{f(x)-1}{g(x)-1} - \frac{g(x)}{f(x)} = 0$ ($f(x) \neq 0; g(x) \neq 1$)

$$\Leftrightarrow f^2(x) - f(x) = g^2(x) - g(x)$$

$$\Leftrightarrow f^2(x) - g^2(x) = f(x) - g(x)$$

$$\Leftrightarrow [f(x) - g(x)][f(x) + g(x)] = f(x) - g(x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) & (1) \\ f(x) = 1 - g(x) & (2) \end{cases}$$

Xét phương trình (1): Từ đồ thị suy ra (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = -1 \\ x = \alpha > 0. \end{cases}$

Xét phương trình (2): Xét hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình vẽ và hàm số $y = -g(x) + 1$ có đồ thị là đường thẳng d' được xác định như sau:

+ Lấy đối xứng phần đồ thị đường thẳng d qua trục Ox .

+ Sau đó tịnh tiến đường thẳng trên theo phương Oy lên trên 1 đơn vị.

Khi đó số nghiệm của (2) bằng số giao điểm của (C) với d' . Từ đồ thị suy ra có 3 giao điểm, trong đó 1 giao điểm là gốc tọa độ O.

Do đó (2) có 3 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = 0$ (loại).

Kết luận: Phương trình đã cho có 4 nghiệm.

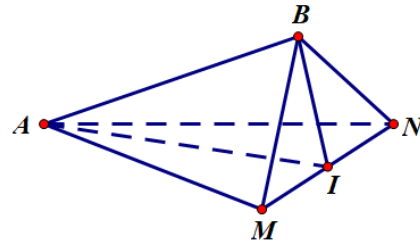
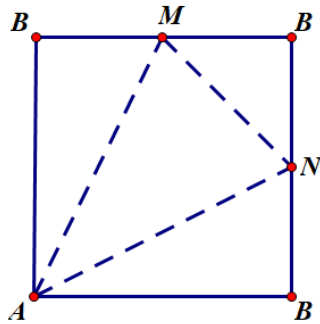
Câu 44: Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1}$. Nhận thấy hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$ đồng biến trên $(2\sqrt{2}; +\infty)$, do đó với $x \in (2\sqrt{2}; +\infty)$ thì $t \in (3; +\infty)$. Ta được hàm số $y = \frac{2t+3}{t-m}$.

Hàm số $y = \frac{2\sqrt{x^2+1}+3}{\sqrt{x^2+1}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(2\sqrt{2}; +\infty)$ khi và chỉ khi hàm số $y = \frac{2t+3}{t-m}$ nghịch

$$\text{biến trên } (3; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' = \frac{-2m-3}{(t-m)^2} < 0 \\ m \notin (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m \leq 3.$$

Do m là số nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có tất cả 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 45: Chọn C

Từ cách gấp ta có:

$$AB = 10, AM = AN = 5\sqrt{5}, BN = BM = 5$$

Gọi I là trung điểm của MN , khi đó ta có:

$$\begin{cases} MN \perp AI \\ MN \perp BI \end{cases} \Rightarrow MN \perp (ABI)$$

$$\text{Do đó } V_{ABMN} = V_{ABMI} + V_{ABNI} = \frac{1}{3} MI \cdot S_{\triangle ABI} + \frac{1}{3} NI \cdot S_{\triangle ABI} = \frac{1}{3} MN \cdot S_{\triangle ABI}$$

$$\text{Xét } \triangle ABI \text{ có } AB = 10, BI = \frac{1}{2} MN = \frac{5\sqrt{2}}{2}, AI = \sqrt{AM^2 - MI^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Áp dụng công thức Hê-rông ta có: } S_{\triangle ABI} = \frac{25\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABMN} = \frac{1}{3} MN \cdot S_{\triangle ABI} = \frac{1}{3} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{25\sqrt{2}}{2} = \frac{125}{3}$$

Câu 46: Chọn B

Gọi điểm $A(a; a) \in d$

Gọi d_1 đi qua điểm $A(a; a)$ và $\parallel Ox \Rightarrow d_1: y = a$

$$\text{Ta có tọa độ điểm B là nghiệm hệ phương trình: } \begin{cases} y = \frac{-2}{x} \\ y = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{a} \\ y = a \end{cases} \Rightarrow B(\frac{-2}{a}; a)$$

Gọi d_2 đi qua điểm $A(a; a)$ và $\parallel Oy \Rightarrow d_2: x = a$

$$\text{Ta có tọa độ điểm C là nghiệm hệ phương trình: } \begin{cases} x = a \\ y = \frac{-8}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a \\ y = \frac{-8}{a} \end{cases} \Rightarrow C(a; \frac{-8}{a})$$

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{\left(\frac{-2}{a} - a\right)^2 + (a - a)^2} = \left|\frac{-2}{a} - a\right| = \left|\frac{2}{a} + a\right| = \left|\frac{a^2 + 2}{a}\right|$$

$$AC = \sqrt{(a - a)^2 + \left(\frac{-8}{a} - a\right)^2} = \left|\frac{-8}{a} - a\right| = \left|\frac{8}{a} + a\right| = \left|\frac{a^2 + 8}{a}\right|$$

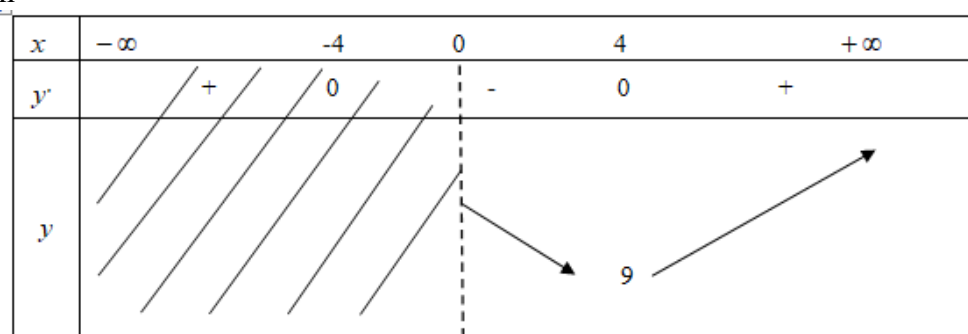
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{(a^2 + 2)(a^2 + 8)}{2a^2}$$

Đặt $t = a^2 \geq 0$, xét hàm số $f(t) = \frac{(t+2)(t+8)}{2t}$ trên $[0; +\infty)$

$$\text{Có } f(t) = \frac{(t+2)(t+8)}{2t} = \frac{t^2 + 10t + 16}{2t}$$

$$f'(t) = \frac{2t^2 - 32}{4t^2}, f'(t) = 0 \Rightarrow 2t^2 - 32 = 0 \Rightarrow t = \pm 4$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y						

Từ BBT suy ra $S_{\Delta ABC}$ nhỏ nhất bằng 9

Câu 47: Chọn C

$$P = ac + bc + ad = (a+b)(c+d) - bd \leq \frac{(a+b+c+d)^2}{4} - 1 = \frac{2020^2}{4} - 1 = 1020099$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = c = 1009, b = d = 1$.

Câu 48: Chọn D

$$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$$

Vì đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng ba điểm chung với trục hoành nên đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ suy ra $f(0) = 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(1) = -\frac{3}{4} \\ f'(-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = -\frac{3}{4} \\ -4a - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2.$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \text{ suy ra } m = -2, n = 0, p = 2.$$

$$\text{Vậy } \max_{[m;p]} |f(x)| = \max_{[-2;2]} |f(x)|.$$

Xét hàm số $g(x) = |f(x)| = \left| \frac{1}{4}x^4 - x^2 \right|$ trên $[-2; 2]$.

$$g'(x) = \frac{(x^3 - 2x) \left(\frac{1}{4}x^4 - x^2 \right)}{\left| \frac{1}{4}x^4 - x^2 \right|}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \text{ và } g'(x) \text{ không xác định tại các điểm } x = 0, x = \pm 2.$$

$$g(-2) = g(2) = g(0) = 0, g(\sqrt{2}) = g(-\sqrt{2}) = 1$$

$$\text{Suy ra } \max_{[-2; 2]} g(x) = 1$$

$$\text{Vậy } \max_{[m; p]} |f(x)| = 1.$$

Câu 49: Chọn A

$$\begin{aligned} P &= \log_{ab}^2(a^3) + \frac{16}{3} \log_a(a^2b) = \left[\frac{\log_a a^3}{\log_a(ab)} \right]^2 + \frac{16}{3} (\log_a a^2 + \log_a b) \\ &= \frac{9}{(1 + \log_a b)^2} + \frac{16}{3} (2 + \log_a b). \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \log_a b.$$

$$\text{Do } a > b > 1 \Rightarrow \log_a a > \log_a b > \log_a 1 \Rightarrow 0 < \log_a b < 1 \Rightarrow 0 < t < 1.$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{9}{(1+t)^2} + \frac{16}{3}(2+t) = \frac{9}{(1+t)^2} + \frac{8}{3}(1+t) + \frac{8}{3}(1+t) + \frac{16}{3} \quad \text{với } 0 < t < 1.$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho ba số dương, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{9}{(1+t)^2} + \frac{8}{3}(1+t) + \frac{8}{3}(1+t) &\geq 3 \sqrt[3]{\frac{9}{(1+t)^2} \cdot \frac{8}{3}(1+t) \cdot \frac{8}{3}(1+t)} \Rightarrow \frac{9}{(1+t)^2} + \frac{8}{3}(1+t) + \frac{8}{3}(1+t) \geq 12 \\ \Rightarrow P &\geq 12 + \frac{16}{3} \text{ hay } P \geq \frac{52}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \frac{9}{(1+t)^2} = \frac{8}{3}(1+t) \Leftrightarrow (1+t)^3 = \frac{27}{8} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Với } t = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } \log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = a^{\frac{1}{2}}.$$

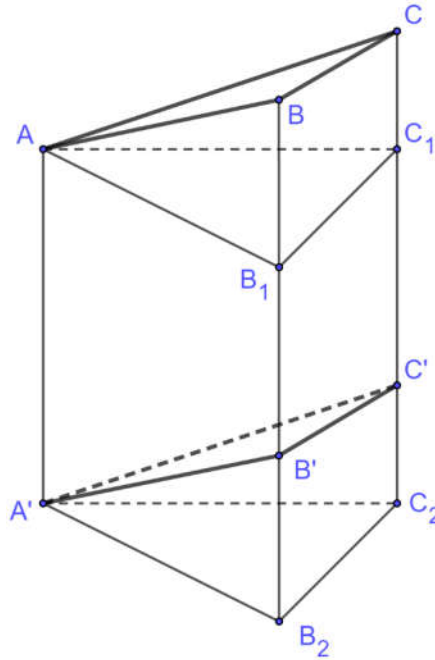
$$\text{Do đó } P \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } \frac{52}{3} \text{ khi } b = a^{\frac{1}{2}}, \text{ ta được } m = 1; n = 2.$$

$$\text{Vậy } m + n = 3.$$

Câu 50: Chọn C

* **Ta sử dụng bổ đề sau:** “Thể tích hình lăng trụ tam giác bất kỳ bằng tích của diện tích thiết diện vuông góc với cạnh bên và độ dài cạnh bên”.

Chứng minh bổ đề:



Xét lăng trụ hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên $AA' \parallel BB' \parallel CC'$.

Ta dựng hai mặt phẳng qua A và A' vuông góc với các cạnh bên và cắt hình chóp theo thiết diện AB_1C_1 và $A'B_2C_2$.

Do $ABB'A'$ và AB_1B_2A' là các hình bình hành nên $BB' = B_1B_2 = AA' \Rightarrow BB_1 = B'B_2$.

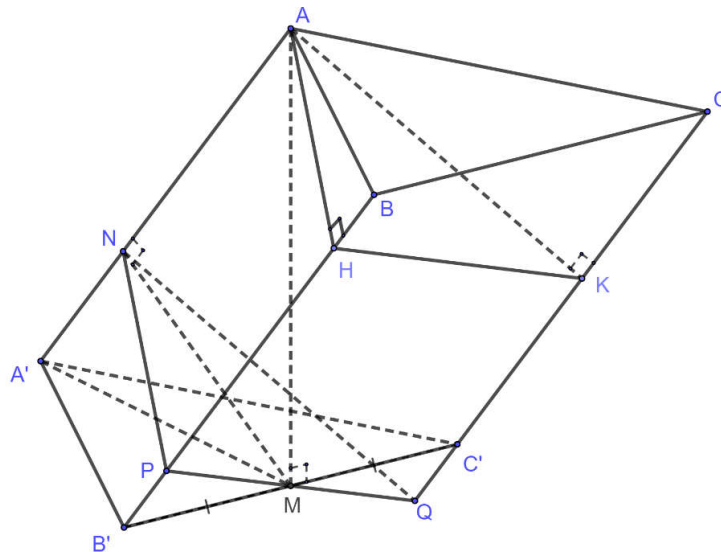
Tương tự $CC_1 = C'C_2$.

Từ đó suy ra $S_{BCC_1B_1} = S_{B'C'C_2B_2} \Rightarrow V_{A.BCC_1B_1} = V_{A'.B'C'C_2B_2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = V_{AB_1C_1.A'B_2C_2} = AA'.S_{AB_1C_1}$.

Vậy bổ đề được chứng minh.

*** Giải bài toán:**



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên BB' và CC' .

Theo giả thiết ta có $AH = \sqrt{3}$ và $AK = 2$.

Ta thấy AHK là thiết diện của mặt phẳng vuông góc với cạnh bên và lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Suy ra $HK \perp CC' \Rightarrow \widehat{AKH} = 60^\circ$.

Theo định lý cosin trong tam giác AHK : $AH^2 = AK^2 + HK^2 - 2AH.HK.\cos \widehat{AKH}$
 $\Leftrightarrow HK^2 - 2.2.HK.\cos 60^\circ + 4 = 3 \Leftrightarrow (HK - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow HK = 1$.

Tam giác AHK có $AH^2 + HK^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 2^2 = AK^2 \Leftrightarrow \Delta AHK$ vuông tại H .

Qua M dựng mặt phẳng song song với mặt phẳng (AHK) , cắt các cạnh bên AA', BB', CC' lần lượt tại N, P, Q .

Suy ra $\Delta NPQ = \Delta AHK$ và $(NPQ) \perp AA' \Rightarrow MN \perp AA'$.

Để thấy theo Talet thì M cũng là trung điểm PQ .

Xét tam giác NPM vuông tại P nên $NM = \sqrt{NP^2 + PM^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

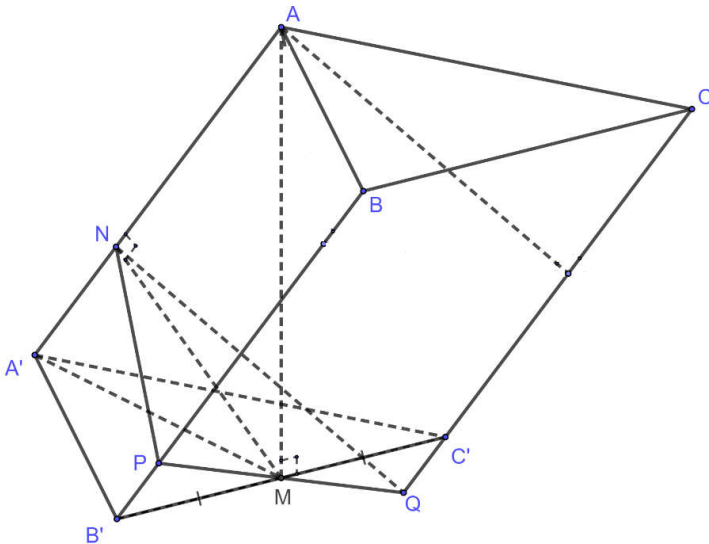
Do $AM \perp (A'B'C') \Rightarrow AM \perp MA' \Rightarrow \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{MA'^2}$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{MA^2} = \left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)^2 = \frac{3}{13} \Leftrightarrow MA = \frac{\sqrt{39}}{3}$.

Theo Pitago $AA' = \sqrt{MA'^2 + MA^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 + \left(\frac{\sqrt{39}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{39}}{3}$.

$S_{\Delta AHK} = \frac{1}{2} AH.HK = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Theo bổ đề : $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta AHK} = \frac{2\sqrt{39}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{13}$.

Lời giải 2:



Qua M dựng mặt phẳng vuông góc với các cạnh của lăng trụ, cắt các cạnh bên AA', BB', CC' lần lượt tại N, P, Q .

Theo giả thiết ta có: $NP = \sqrt{3}, NQ = 2$ và $\widehat{NPQ} = ((ACC'A'), (BCC'B')) = 60^\circ$.

Tương tự lời giải 1, tính được $PQ = 1$ và dẫn đến tam giác NPQ vuông tại P .

Mặt khác, do $BB' \parallel CC'$ và M là trung điểm của BC nên M cũng là trung điểm của PQ .

Từ đó tính được $MN = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

$$\text{Do } AM \perp (A'B'C') \Rightarrow AM \perp MA' \Rightarrow \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{MA'^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{MA^2} = \left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)^2 = \frac{3}{13} \Leftrightarrow MA = \frac{\sqrt{39}}{3}.$$

Ta lại có $AA' \perp (NPQ)$, $AM \perp (A'B'C')$ nên $\widehat{((A'B'C'), (NPQ))} = \widehat{(AA', AM)} = \widehat{A'AM}$.

$$\cos \widehat{A'AM} = \cos \widehat{A'MN} = \frac{MN}{MA'} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do vậy } S_{\Delta A'B'C'} = \frac{S_{\Delta NPQ}}{\cos \widehat{A'AM}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AM \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{\sqrt{39}}{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{13}.$$

----- HẾT -----