

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$, công sai $d = 2$. Khi đó u_4 bằng:

- A. 5 B. -1 C. 9 D. 7

Câu 2: Hàm số nào dưới đây **không** có điểm cực trị?

- A. $y = x^3 - 3x$ B. $y = -x^4 + 2$ C. $y = 3x - 4$ D. $y = x^2 - 2x$

Câu 3: Thể tích của khối cầu bán kính R bằng:

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$ B. $\frac{3}{4}\pi R^3$ C. $2\pi R^3$ D. $4\pi R^2$

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

Câu 5: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.
Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp.

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

Câu 6: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

- A. $120\pi \text{ cm}^2$ B. $95\pi \text{ cm}^2$ C. $60\pi \text{ cm}^2$ D. $175\pi \text{ cm}^2$

Câu 7: Cho khối chóp có thể tích bằng 32cm^3 và diện tích đáy bằng 16cm^2 . Tính chiều cao của khối chóp.

- A. 2cm B. 4cm C. 3cm D. 6cm

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại:

- A. $x = 2$ B. $x = -1$ C. $x = 3$ D. $x = 1$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-\infty; -1)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-2x}$.

- A. $y' = \frac{3^{x^2-2x}(2x-2)}{\ln 3}$ B. $y' = 3^{x^2-2x} \ln 3$
C. $y' = \frac{3^{x^2-2x}}{\ln 3}$ D. $y' = 3^{x^2-2x}(2x-2) \ln 3$

Câu 11: Tích các nghiệm của phương trình $3^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{3}$ là:

- A. 2 B. 0 C. -2 D. $\frac{5}{2}$

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{16-x^2}$ là:

- A. 16 B. 4 C. 0 D. 1

Câu 13: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ tương ứng có phương trình là:

- A. $x = 2$ và $y = 1$ B. $x = 1$ và $y = -3$ C. $x = -1$ và $y = 2$ D. $x = 1$ và $y = 2$

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y	1		$+\infty$		1

- A. $y = \frac{2x-1}{x-2}$ B. $y = \frac{x+4}{x-2}$ C. $y = \frac{x-1}{x-2}$ D. $y = \frac{x-3}{x-2}$

Câu 15: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là:

- A. 3 B. 1 C. 0 D. 2

Câu 16: Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 8 và độ dài đường sinh bằng 10.

- A. 256π B. 288π C. 96π D. 384π

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^\pi$ là:

- A. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $\mathbb{R}$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ D. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		+		+	0	-
y	2		4		3	-1

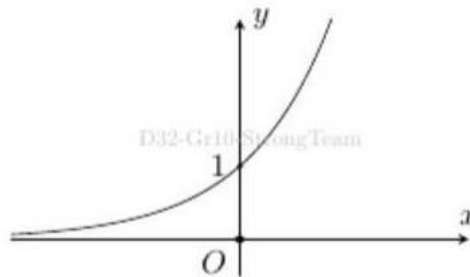
Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 19: Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a \left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$ B. $\log_a (b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$
 C. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$

Câu 20: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \log_3 x$ B. $y = 3^x$ C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ D. $y = x^3$

Câu 21: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(a^2 \sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a^2 = b$ B. $a = b$ C. $a^3 = b$ D. $a = b^2$

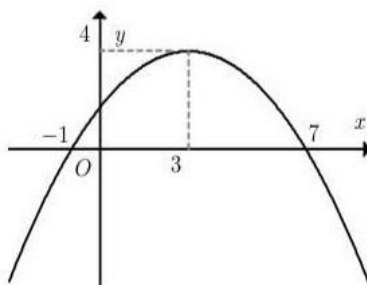
Câu 22: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm xuất hiện trong 3 lần gieo là một số lẻ.

- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Các mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° , $BC = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{6\sqrt{5}a}{5}$

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 3)$ B. $(0; 7)$ C. $(-\infty; -1)$ D. $(3; +\infty)$

Câu 25: Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng a . Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng a . Khoảng cách từ tâm của đáy tới mặt phẳng (P) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ C. $\frac{\sqrt{7}}{7}a$ D. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$

Câu 26: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2022. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh AA' , BB' , CC' lần lượt tại M, N, P sao cho $MA = MA'$, $NB = 2NB'$, $PC = 3PC'$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

- A. 1348 B. $\frac{7751}{6}$ C. $\frac{13480}{9}$ D. $\frac{10784}{9}$

Câu 27: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là:

- A. Vô số B. 4 C. 5 D. 3

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC cân tại A , $BAC = 120^\circ$, $AB = a$, $SA = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A. $2a^3$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 29: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - 2mx^2 + (m-5)x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 30: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực, $a \neq 0$. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2$, $ASB = 90^\circ$, $BSC = 60^\circ$, $CSA = 120^\circ$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

- A. 4π B. $\frac{16\pi}{3}$ C. 16π D. 8π

Câu 32: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$ B. $\frac{16\pi}{3}$ C. $\frac{16\pi}{9}$ D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{9}$

Câu 33: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/ m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến triệu đồng).

- A. 75 triệu đồng B. 36 triệu đồng C. 46 triệu đồng D. 51 triệu đồng

Câu 34: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $4a^3$ B. $24a^3$ C. $8a^3$ D. a^3

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết SA vuông góc với đáy, $AB = BC = 2a$; $AD = 4a$; góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$ C. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{15}$ D. $4\sqrt{6}a^3$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2; $SA = \sqrt{2}$; tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

Câu 37: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} x^2 - 1 < \log_{\frac{1}{5}} 3x - 3$.

- A. $S = 2; +\infty$ B. $S = -\infty; 1 \cup 2; +\infty$

C. $S = 1;2$

D. $S = -1;2$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-2; 4]$ như hình dưới.

x	-2	0	2	4	
y'	+	0	-	0	+
y	-19	1	-3	17	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-2; 4]$ bằng:

A. 3

B. 4

C. 19

D. 17

Câu 39: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{18} trong khai triển biểu thức $\left(x^4 - \frac{2}{x^2}\right)^{12}$.

A. -25344

B. 126720

C. 0

D. 25344

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $25^x - 6.5^x + 5 \leq 0$ là:

A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

B. $(0; 1)$

C. $[0; 1]$

D. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn $e^a = 3^b$ và $a^2 + b^2 < 9$?

A. Vô số

B. 5

C. 6

D. 4

Câu 42: Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $2^{2x^2+2x-2} - 2^{x^2+4x+m} - 2^{x^2-2x-m} + 4 < 0$ có không quá 6 nghiệm nguyên là:

A. 7

B. 4

C. 10

D. 9

Câu 43: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

A. 288

B. 2880

C. 1728

D. 2736

Câu 44: Biết phương trình $2022^x - 2022^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$ có một nghiệm dạng $x = a + \sqrt{b}$ (trong đó a, b là các số nguyên). Tính $a + b^3$.

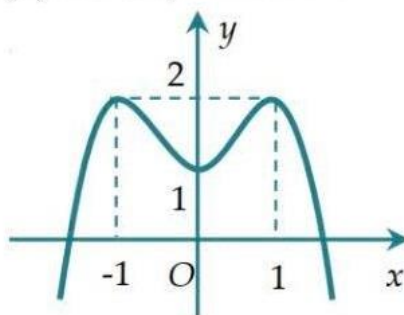
A. 3

B. 10

C. 7

D. 9

Câu 45: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x)|f'(x)| - 3f'(x) = 0$ là:

A. 8

B. 7

C. 6

D. 9

Câu 46: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{4}$

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

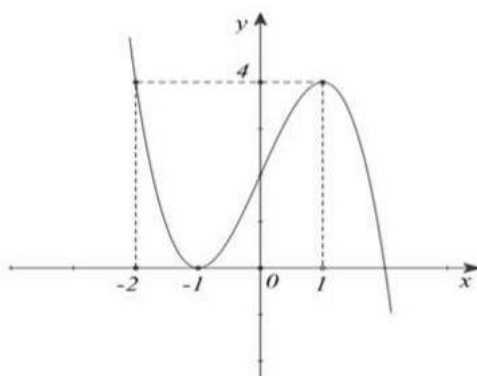
Câu 47: Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẽ hai đường kính MN, PQ lần lượt trên hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đẽo cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết rằng $MN = 80 \text{ cm}$ và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 64 dm^3 . Tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

- A. $86,8 \text{ dm}^3$ B. $237,6 \text{ dm}^3$ C. $338,6 \text{ dm}^3$ D. $109,6 \text{ dm}^3$

Câu 48: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BAD = 120^\circ$. Biết $A'BA = C'A'C = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'AD)$ và $(ABB'A')$ bằng α với $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

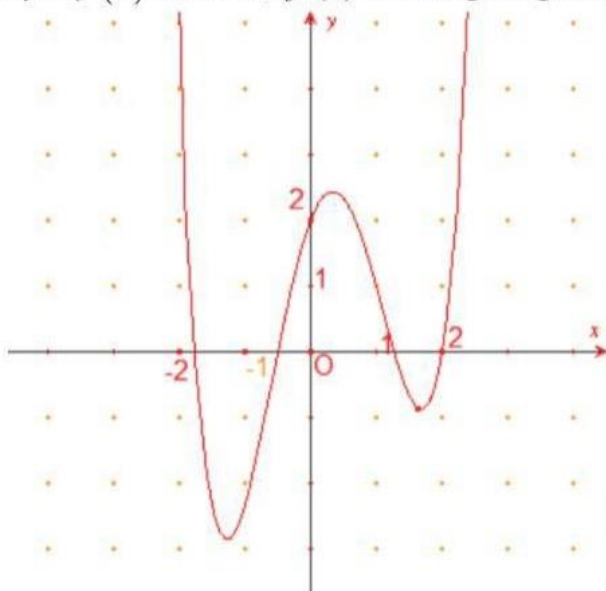
- A. $\sqrt{2} a^3$ B. a^3 C. $\frac{\sqrt{2} a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-2022; 2022)$ để hàm số $g(x) = f(2x-3) - \ln(1+x^2) - 2mx$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$?



- A. 2020 B. 2021 C. 2018 D. 2019

Câu 50: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^3 - 3x^2\right) - \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 + 2022$ là:

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 10

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
D	C	A	A	A	A	D	D	B	D	B	B	C	D	B	C	D	A	B	B	A	D	A	B	D
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	D	B	C	A	C	A	D	B	D	A	A	C	A	C	B	B	C	D	C	C	B	A	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$, công sai $d = 2$. Khi đó u_4 bằng

- A. 5. B. -1. C. 9. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$u_1 = u_2 - d = 3 - 2 = 1 \Rightarrow u_4 = u_1 + 3d = 1 + 3 \cdot 2 = 7.$$

Câu 2: Hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^4 + 2$. C. $y = 3x - 4$. D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Chọn C

$$y = 3x - 4 \Rightarrow y' = 3 > 0. \text{ Suy ra hàm số không có cực trị.}$$

Câu 3: Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $\frac{3}{4}\pi R^3$. C. $2\pi R^3$. D. $4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

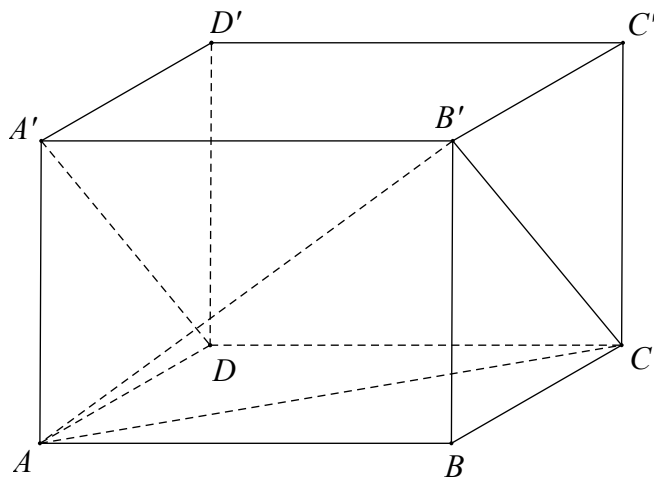
Lý thuyết.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $(AC, A'D) = (AC, B'C) = \widehat{ACB'}$.

$\Delta ACB'$ đều suy ra $\widehat{ACB'} = 60^\circ$.

Câu 5: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp.

A. 60° .

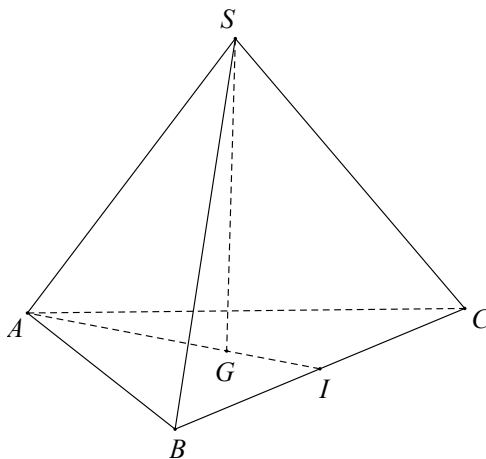
B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm ΔABC . $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AG = \frac{2}{3} AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔSAG ta có:

$$\cos \widehat{SAG} = \frac{AG}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SAG} = 60^\circ.$$

Câu 6: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{ cm}$, chiều cao $h = 7\text{ cm}$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $120\pi\text{ cm}^2$.

B. $95\pi\text{ cm}^2$.

C. $60\pi\text{ cm}^2$.

D. $175\pi\text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

$$S_p = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 + 2\pi \cdot 5^2 = 120\pi \text{ cm}^2 \dots$$

Câu 7: Cho khối chóp có thể tích bằng 32 cm^3 và diện tích đáy bằng 16 cm^2 . Tính chiều cao của khối chóp.

A. 2 cm .

B. 4 cm .

C. 3 cm .

D. 6 cm .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có; } V = \frac{1}{3} S \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 32}{16} = 6 \text{ cm} \dots$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại:

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2, \text{ trong đó } x = 2 \text{ là nghiệm kép.} \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Vậy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-2x}$.

A. $y' = \frac{3^{x^2-2x}(2x-2)}{\ln 3}$. **B.** $y' = 3^{x^2-2x} \ln 3$.

C. $y' = \frac{3^{x^2-2x}}{\ln 3}$.

D. $y' = 3^{x^2-2x} (2x-2) \ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = 3^{x^2-2x} \Rightarrow y' = (2x-2) \cdot 3^{x^2-2x} \cdot \ln 3$.

Câu 11: Tích các nghiệm của phương trình $3^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{3}$ là

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^{2x^2-5x-1} = 3^{-1} \Leftrightarrow 2x^2 - 5x = 0$.

Theo Viet, ta có tích các nghiệm bằng 0.

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{16-x^2}$ là

A. 16.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \sqrt{16-x^2} \leq 4$, dấu “=” khi $x = 0$.

Vậy $\max_{[-4;4]} y = 4$.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ tương ứng có phương trình là

A. $x = 2$ và $y = 1$.

B. $x = 1$ và $y = -3$.

C. $x = -1$ và $y = 2$.

D. $x = 1$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

A. $y = \frac{2x-1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x+4}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

- Câu 15:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình

$$x^3 - 2x^2 + x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy hai đồ thị hàm số có một giao điểm.

- Câu 16:** Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 8 và độ dài đường sinh bằng 10.
A. 256π . **B.** 288π . **C.** 96π . **D.** 384π .

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều cao, độ dài đường sinh, bán kính đáy của khối nón lần lượt là h, l, r .

$$\text{Bán kính đáy của khối nón là } r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6.$$

$$\text{Thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi.$$

- Câu 17:** Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^\pi$ là

- A.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

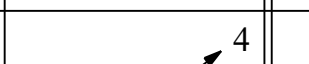
Chọn D

$$\text{Điều kiện } 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{Tập xác định của hàm số } y = (2x-1)^\pi \text{ là: } D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

- Câu 18:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$+$	0	$-$
y	2	4	3	-1	



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1.$$

Do đó đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$; $y = -1$.

Lại có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -1$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.

Câu 19: Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \left(\frac{1}{b} \right) = -\log_a b$. **B.** $\log_a (b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$.

C. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$.

D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức về logarit ta thấy:

• $\log_a \left(\frac{1}{b} \right) = \log_a (b)^{-1} = -\log_a b$.

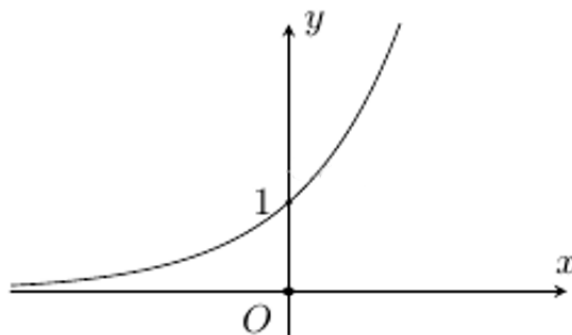
• $\log_a (b+c) \neq \log_a b \cdot \log_a c$.

• $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$.

• $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Nên mệnh đề B sai.

Câu 20: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \log_3 x$.

B. $y = 3^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3} \right)^x$.

D. $y = x^3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy, đây là đồ thị hàm số mũ dạng $y = a^x$ với $a > 1$.

Câu 21: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 = b$.

B. $a = b$.

C. $a^3 = b$.

D. $a = b^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b}) \Leftrightarrow \log_{27} a^3 = \log_{27} (a^2 \sqrt{b}) \Leftrightarrow a^3 = a^2 \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2 = b.$$

Câu 22: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm xuất hiện trong 3 lần gieo là một số lẻ.

A. $\frac{7}{8}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Số kết quả của việc gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần là $6^3 = 216$
 $\Rightarrow n(\Omega) = 216$.

Gọi A là biến cố: “tích số chấm xuất hiện trong 3 lần gieo là một số lẻ”.

A xảy ra khi kết quả của cả ba lần gieo đều là số lẻ $\Rightarrow n(A) = 3^3 = 27$.

Vậy, $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Các mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° , $BC = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

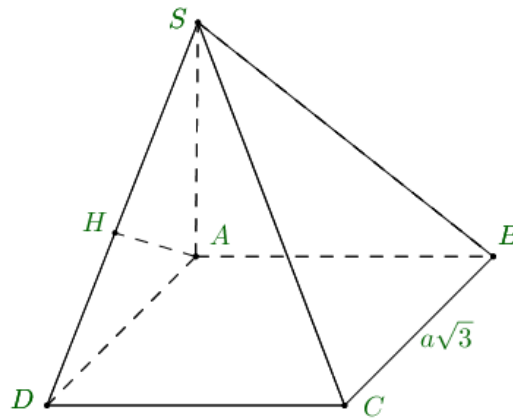
B. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{6\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn A



(SAB) và (SAD) vuông góc với đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

Ta có: $(SCD) \cap (ABCD) = CD$, $CD \perp (SAD)$, $(SAD) \cap (ABCD) = AD$,

$(SAD) \cap (SCD) = SD$. Suy ra, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$. Vậy $\widehat{SDA} = 60^\circ$.

$$\begin{cases} AB \parallel (SCD) \\ SC \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)).$$

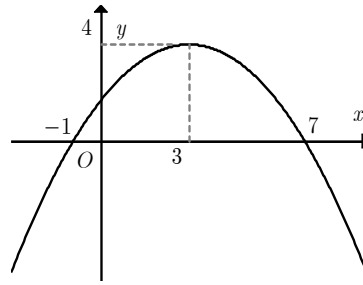
Gọi H là hình chiếu của A trên SD .

Ta có: $AH \perp SD$; $AH \perp CD$ do $CD \perp (SAD) \Rightarrow AH \perp (SCD)$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = AD \sin \widehat{ADS} = \frac{3a}{2}.$$

Vậy $d(AB, SC) = \frac{3a}{2}$.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 3)$. **B.** $(0; 7)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x) = f'(x) + \frac{1}{x^2}$.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 7)$. Suy ra $g'(x) > 0, \forall x \in (0; 7)$.

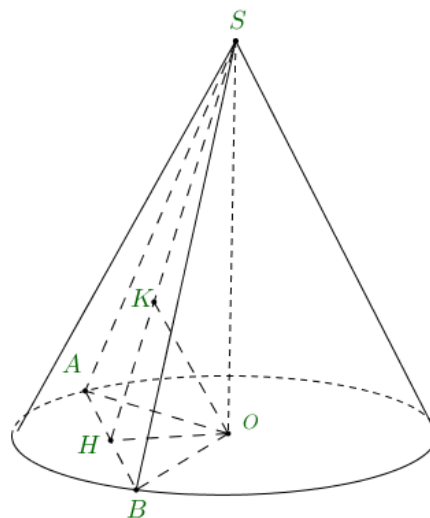
Vậy hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng $(0; 7)$.

Câu 25: Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng a . Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng a . Khoảng cách từ tâm của đáy tới mặt phẳng (P) bằng

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{7}a$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử hình nón đã cho có đỉnh là S , tâm của đáy là O và (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung AB .

Gọi H là trung điểm của đoạn AB và K là hình chiếu của O trên SH .

Ta có: $AB \perp SO, OH \Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow AB \perp OK$, mà $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (P)) = OK$.

Xét tam giác vuông SOH có $OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do tam giác OAB đều có cạnh bằng a), $SO = a$.

$$\text{Suy ra: } OK = \frac{OS.OH}{\sqrt{OS^2 + OH^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(O, (P)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 26: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2022. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh AA' , BB' , CC' lần lượt tại M, N, P sao cho $MA = MA'$, $NB = 2NB'$, $PC = 3PC'$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

A. 1348.

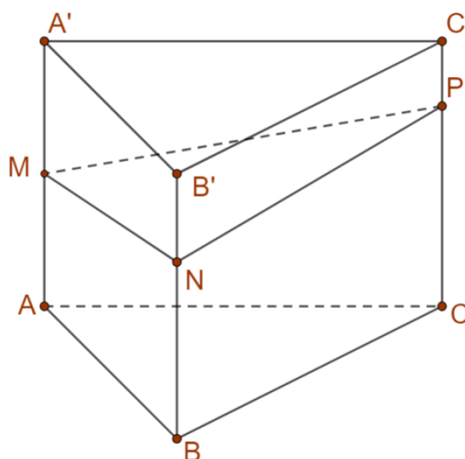
B. $\frac{7751}{6}$.

C. $\frac{13480}{9}$.

D. $\frac{10784}{9}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } \frac{MA}{AA'} = \frac{1}{2}; \frac{NB}{BB'} = \frac{2}{3}; \frac{PC}{CC'} = \frac{3}{4} \text{ suy ra } \frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{MA}{AA'} + \frac{NB}{BB'} + \frac{PC}{CC'}}{3} = \frac{23}{36}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.MNP} = \frac{23}{36}.2022 = \frac{7751}{6}.$$

Câu 27: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là:

A. Vô số.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ mx-8 > 0 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} \end{cases}$$

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 9}{x}$ trên $(1; +\infty)$, ta có

$$y' = \frac{x^2 - 9}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Bảng biến thiên

x	1	3	$+\infty$
y'	-	0	+
y	8	4	$+\infty$

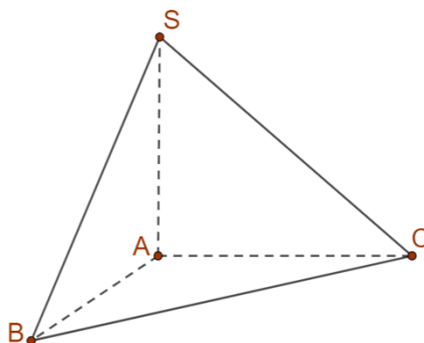
Để thỏa mãn yêu cầu thì $4 < m < 8$ nên các giá trị nguyên của tham số m là 5, 6, 7.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = a$, $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối chóp đã cho là: $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - 2mx^2 + (m-5)x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $D = \mathbb{R}$, $y' = mx^2 - 4mx + m - 5$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: $m = 0$: $y' = -5 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $m = 0$ thỏa mãn.

$$\text{TH2: } m \neq 0: \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 3m^2 + 5m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq m < 0.$$

$$\text{Vậy } -\frac{5}{3} \leq m \leq 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-1; 0\}.$$

Câu 30: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực $a \neq 0$. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Ta lại có hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vì nhánh cuối của đồ thị đi lên mà phương trình $y = 0$ vô nghiệm nên đồ thị nằm hoàn toàn trên $Ox \Rightarrow c > 0$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{CSA} = 120^\circ$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

A. 4π .

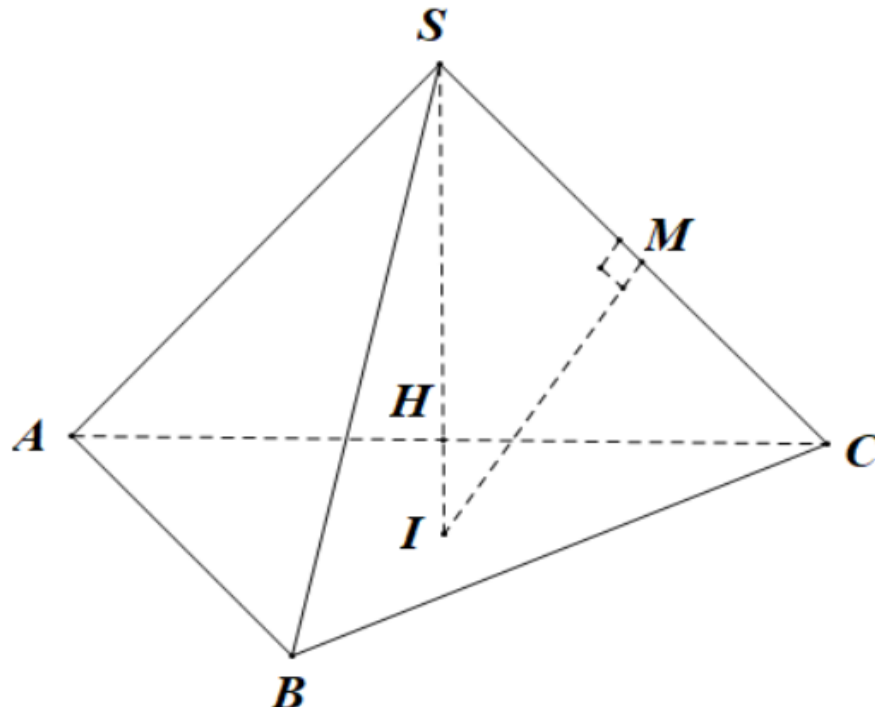
B. $\frac{16\pi}{3}$.

C. 16π .

D. 8π .

Lời giải

Chọn C



Ta có $SB = SC = 2$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$ suy ra tam giác BSC đều $\Rightarrow BC = 2$.

Lại có $SA = SC = 2$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$ suy ra tam giác ASB vuông cân tại $S \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$.

Mặt khác, $SA = SC = 2$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$, áp dụng định lý cosin cho tam giác ASC , ta được:

$$AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2SA \cdot SC \cdot \cos \widehat{ASC} = 3 \cdot 2^2 \Leftrightarrow AC = 2\sqrt{3}.$$

Xét tam giác ABC có $BC^2 + AB^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 = 12 = AC^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại B .

Gọi H là trung điểm của cạnh AC suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà $SA = SB = SC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) kẻ đường trung trực cạnh SC cắt đường thẳng SH tại I suy ra là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{Xét tam giác vuông } ASH \text{ vuông tại } H \text{ có } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1.$$

$$\text{Ta có } \triangle SHC \sim \triangle SMI \Rightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{SM}{SH} \Leftrightarrow SI = \frac{SM \cdot SC}{SH} = 2$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp là. $S = 4\pi R^2 = 16\pi$.

Câu 32: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$.

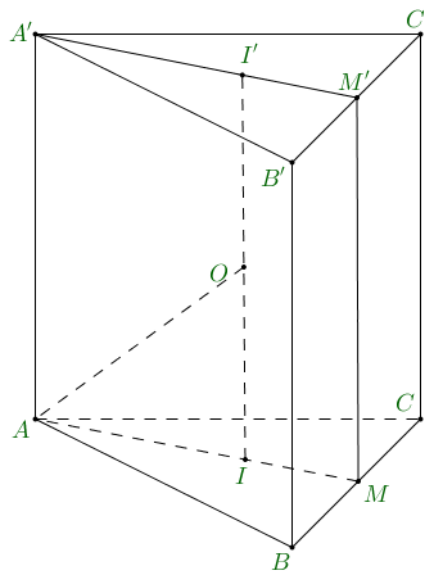
B. $\frac{16\pi}{3}$.

C. $\frac{16\pi}{9}$.

D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, I' lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$, O là trung điểm của II' . Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

$$\text{Ta có } AI = \frac{2}{3} AM = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad OI = 1.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ } R = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = \sqrt{(1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{32\pi}{9\sqrt{3}} = \frac{32\pi\sqrt{3}}{27}.$$

Câu 33: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/ m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến triệu đồng).

- A.** 75 triệu đồng. **B.** 36 triệu đồng. **C.** 46 triệu đồng. **D.** 51 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi độ dài chiều rộng, chiều cao hình hộp lần lượt là: x, h (m) $\Rightarrow$ Chiều dài của hình hộp là: $2x$.

$$\text{Thể tích khối hộp chữ nhật là: } V = x \cdot 2x \cdot h \Leftrightarrow 200 = 2x^2 h \Leftrightarrow h = \frac{100}{x^2}.$$

Chi phí xây bể thấp nhất khi $S = S_{xq} + S_{\text{đáy}}$ nhỏ nhất

$$\text{Ta có } S = 2x \cdot h + 2 \cdot 2x \cdot h + x \cdot 2x = 6xh + 2x^2 = \frac{600}{x} + 2x^2.$$

$$S = \frac{600}{x} + 2x^2 = \frac{300}{x} + \frac{300}{x} + 2x^2 \geq 3\sqrt{180.000}$$

$$S \text{ nhỏ nhất bằng } 169,3864852 \text{ khi } \frac{300}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}$$

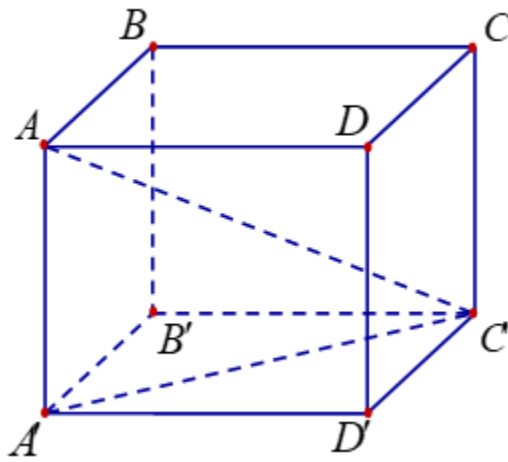
Tổng chi phí thấp nhất mà anh Tiến phải trả là: $300000 \cdot 169,3864852 \approx 51000000$ đ.

Câu 34: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A.** $4a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** a^3 .

Lời giải

Chọn B



Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta có:

$$\begin{aligned} AC'^2 &= AA'^2 + A'C'^2 = AA'^2 + A'B'^2 + A'D'^2 \\ &= AA'^2 + 2A'B'^2 \Leftrightarrow 9a^2 + 2A'B'^2 = 25a^2 \Leftrightarrow A'B'^2 = 8a^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.S_{A'B'C'D'} = 3a.8a^2 = 24a^3.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết SA vuông góc với đáy, $AB = BC = 2a$; $AD = 4a$; góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}.$

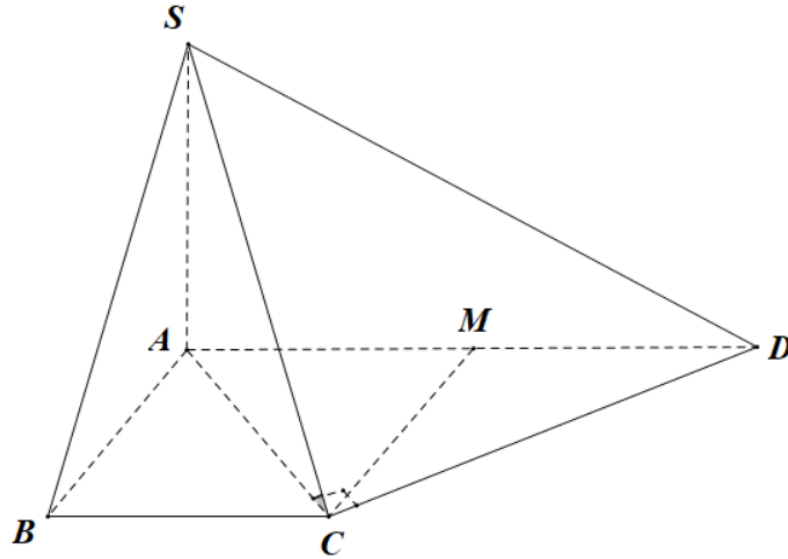
B. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}.$

C. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{15}.$

D. $4\sqrt{6}a^3.$

Lời giải

Chọn D



Tam giác ACD vuông tại $C \Rightarrow DC \perp AC, DC \perp SA \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp SC$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SCA} = 60^\circ$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{6}a$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}2\sqrt{6}a \cdot \frac{(4a+2a).2a}{2} = 4\sqrt{6}a^3..$$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2; $SA = \sqrt{2}$; tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}.$

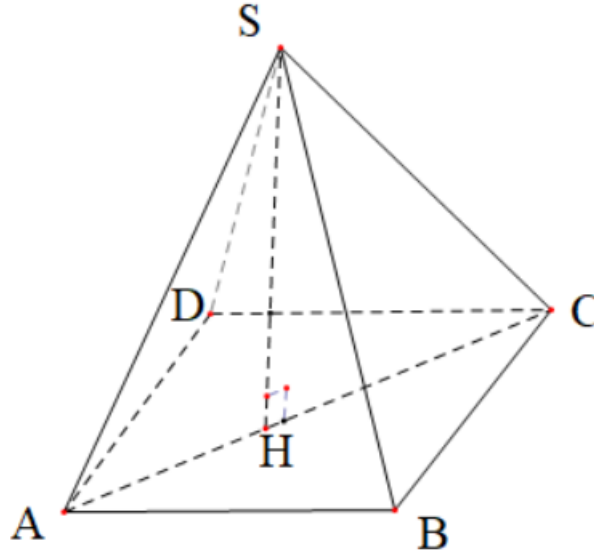
B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}.$

C. $2\sqrt{6}.$

D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $SH \perp (ABCD)$

Tam giác SAC vuông tại $S \Rightarrow SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{2+6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{ABCD} = 4$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD: V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 37: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$.

- A.** $S = (2; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $S = (1; 2)$. **D.** $S = (-1; 2)$

Lời giải

Chọn A

ĐK: $3x - 3 > 0 \Rightarrow x > 1$

BPT tương đương

$$\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 > 3x - 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được $x > 2$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-2; 4]$ như hình dưới.

x	-2	0	2	4	
y'	+	0	-	0	+
y	-19	1	-3	17	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-2; 4]$ bằng

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 19. **D.** 17

Lời giải

Chọn C

x	-2	0	2	4			
y'	+	0	-	0	+		
y	19	0	1	0	3	0	17

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-2; 4]$ bằng: 19 xảy ra khi $x = -2$.

Câu 39: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{18} trong khai triển biểu thức $\left(x^4 - \frac{2}{x^2}\right)^{12}$.

- A.** -25344. **B.** 126720. **C.** 0. **D.** 25344.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai triển là: $T_{k+1} = C_{12}^k (x^4)^{12-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{12}^k (-2)^k x^{48-6k}$

Ta có số hạng chứa x^{18} nên $48 - 6k = 18 \Leftrightarrow k = 5$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{18} trong khai triển biểu thức $\left(x^4 - \frac{2}{x^2}\right)^{12}$ là: $C_{12}^5 (-2)^5 = -25344$.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $25^x - 6.5^x + 5 \leq 0$ là:

- A.** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $[0; 1]$. **D.** $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$25^x - 6.5^x + 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} - 6.5^x + 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 5^x \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$$

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn $e^a = 3^b$ và $a^2 + b^2 < 9$?

- A.** Vô số. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$e^a = 3^b \Leftrightarrow b = a \cdot \log_3 e \Rightarrow a^2 + a^2 \cdot (\log_3 e)^2 < 9 \Leftrightarrow a^2 < \frac{9}{1 + (\log_3 e)^2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{1 + (\log_3 e)^2}} < a < \frac{3}{\sqrt{1 + (\log_3 e)^2}}.$$

Do $a \in \mathbb{Z}$ nên: $a \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 42: Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $2^{2x^2+2x-2} - 2^{x^2+4x+m} - 2^{x^2-2x-m} + 4 < 0$ có không quá 6 nghiệm nguyên là:

A. 7.

B. 4.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

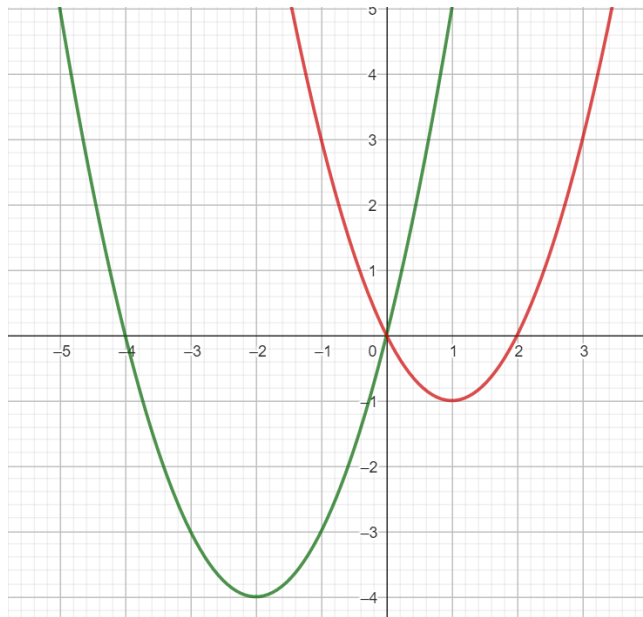
Chọn B

$$\text{Đặt: } \begin{cases} x^2 + 4x + m = a \\ x^2 - 2x - m = b \end{cases} \Rightarrow 2x^2 + 2x - 2 = a + b - 2$$

Ta có:

$$\begin{aligned} 2^{a+b-2} - 2^a - 2^b + 4 < 0 &\Leftrightarrow 2^{a+b} - 2^{a+2} - 2^{b+2} + 2^4 < 0 \\ &\Leftrightarrow 2^a (2^b - 2) - 2^2 (2^b - 2^2) < 0 \\ &\Leftrightarrow (2^a - 2^2)(2^b - 2^2) < 0 \end{aligned}$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} a > 2 \\ b < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + m > 2 \\ x^2 - 2x - m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x > 2 - m \\ x^2 - 2x < 2 + m \end{cases}$$



Để phương trình có không quá 6 nghiệm nguyên thì: $-1 < 2 + m < 2 \Leftrightarrow -3 < m < 0$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a < 2 \\ b > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + m < 2 \\ x^2 - 2x - m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x < 2 - m \\ x^2 - 2x > 2 + m \end{cases}$$

Để phương trình có không quá 6 nghiệm nguyên thì:

$$-4 < 2 - m < -1 \Leftrightarrow 1 < m - 2 < 4 \Leftrightarrow 3 < m < 6$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có: 4 giá trị m thỏa mãn.

Câu 43: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

A. 288.. B. 2880.. C. 1728.. D. 2736.

Lời giải

Chọn C

Giả sử số cần tìm có dạng: $\overline{abcdefg}$.

TH1: Ba chữ số lẻ ở hai vị trí đầu: abc, efg thì có $2.A_4^3$ cách.

Do chỉ có đúng ba chữ số lẻ đứng cạnh nhau nên 4 vị trí còn lại có: $3.3!$ cách.

$\Rightarrow$ Có: $2.A_4^3.3.3! = 864$ số thỏa mãn.

TH2: Ba chữ số lẻ ở các vị trí giữa thì có: $3.A_4^3$ cách.

Do chỉ có đúng ba chữ số lẻ đứng cạnh nhau nên 4 vị trí còn lại có: $2!.A_3^2$ cách.

$\Rightarrow$ Có: $3.A_4^3.2!.A_3^2 = 864$ số thỏa mãn.

Vậy có 1728 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44: Biết phương trình $2022^x - 2022^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$ có một nghiệm dạng $x = a + \sqrt{b}$ (trong đó a, b là các số nguyên). Tính $a + b^3$.

A. 3. B. 10. C. 7. D. 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$2022^x - 2022^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow 2022^x + x^2 + 2x + 1 = 2x + 2 + 2\sqrt{2x+1} + 2022^{\sqrt{2x+1}}$$

$$\Leftrightarrow 2022^x + (x+1)^2 = (\sqrt{2x+1} + 1)^2 + 2022^{\sqrt{2x+1}}.$$

Xét hàm số $f(t) = 2022^t + (t+1)^2, t \in [0; +\infty)$.

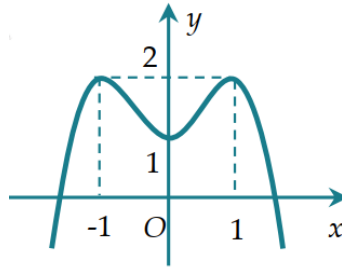
Ta có $f'(t) = 2022^t \ln 2022 + 2(t+1) > 0, \forall t \in [0; +\infty)$ nên hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên khoảng $[0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó } f(x) = f(\sqrt{2x+1}) \Leftrightarrow x = \sqrt{2x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}.$$

Suy ra $a = 1$ và $b = 2$.

Vậy $a + b^3 = 1 + 2^3 = 9$.

Câu 45: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x)|f'(x)| - 3f'(x) = 0$ là:

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

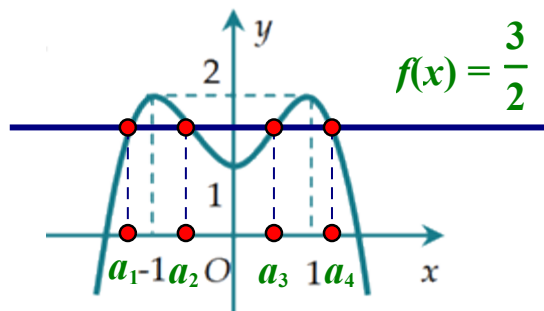
Chọn C

Trường hợp 1: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = \pm 1$.

Trường hợp 2: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee 0 < x < 1$.

Khi đó:

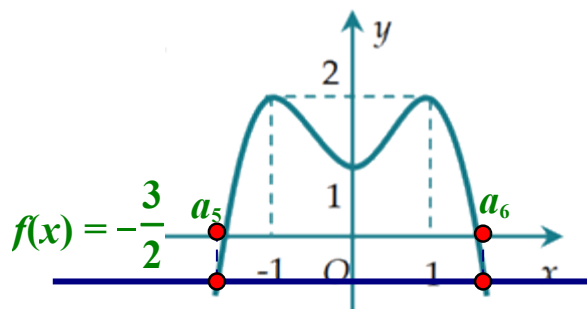
$$2f(x)|f'(x)| - 3f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f(x) \cdot f'(x) - 3f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a_1 \ (a_1 < -1) \\ x = a_2 \ (-1 < a_2 < 0) \\ x = a_3 \ (0 < a_3 < 1) \\ x = a_4 \ (a_4 > 1) \end{cases}.$$



So với điều kiện, ta nhận: $x = a_1$ và $x = a_3$.

Trường hợp 3: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0 \vee x > 1$.

$$2f(x)|f'(x)| - 3f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2f(x) \cdot f'(x) - 3f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a_5 \ (a_5 < -1) \\ x = a_6 \ (a_6 > 1) \end{cases}.$$



So với điều kiện, ta nhận: $x = a_6$.

Nhận thấy các nghiệm trên phân biệt nên phương trình $2f(x)|f'(x)| - 3f'(x) = 0$ có 6 nghiệm.

Câu 46: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{4}$.

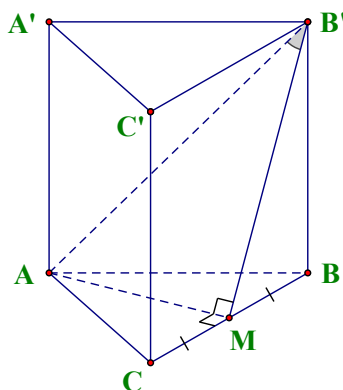
B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC suy ra $AM \perp BC$.

Khi đó $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases}$ nên $AM \perp (BCC'B')$ do đó $(AB', (BCC'B')) = (AB', MB') = \widehat{AB'M}$.

Theo đề bài, ta có $\widehat{AB'M} = 30^\circ$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $BM = \frac{AM}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3a}{2}$.

Ta có $BB' = \sqrt{B'A'^2 - BM^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 47: Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PQ lần lượt trên hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết rằng $MN = 80 \text{ cm}$ và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 64 dm^3 . Tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

A. $86,8 \text{ dm}^3$.

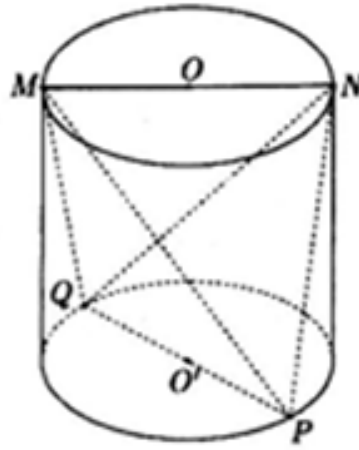
B. $237,6 \text{ dm}^3$.

C. $338,6 \text{ dm}^3$.

D. $109,6 \text{ dm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} PQ \perp MN \\ PQ \perp OO' \end{cases} \Rightarrow PQ \perp (O'MN)$. Do đó thể tích khối tứ diện MNPQ là:

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNO'} \cdot PQ = \frac{1}{6} \cdot OO' \cdot MN \cdot PQ.$$

$$\text{Trong đó } d(MN, PQ) = OO' = h \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot 80^2 \cdot h \cdot 1 = 64 \cdot 10^3 \Leftrightarrow h = 60 \text{ cm.}$$

Vậy thể tích của lượng đá bị cắt bỏ bằng:

$$V = V_t - V_{MNPQ} = \pi R^2 \cdot h - 64 = \frac{\pi}{10^3} \cdot (40)^2 \cdot 60 - 64 \approx 237,6 \text{ dm}^3.$$

Câu 48: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Biết $\widehat{A'BA} = \widehat{C'A'C} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'AD)$ và $(ABB'A')$ bằng α với $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\sqrt{2} a^3$.

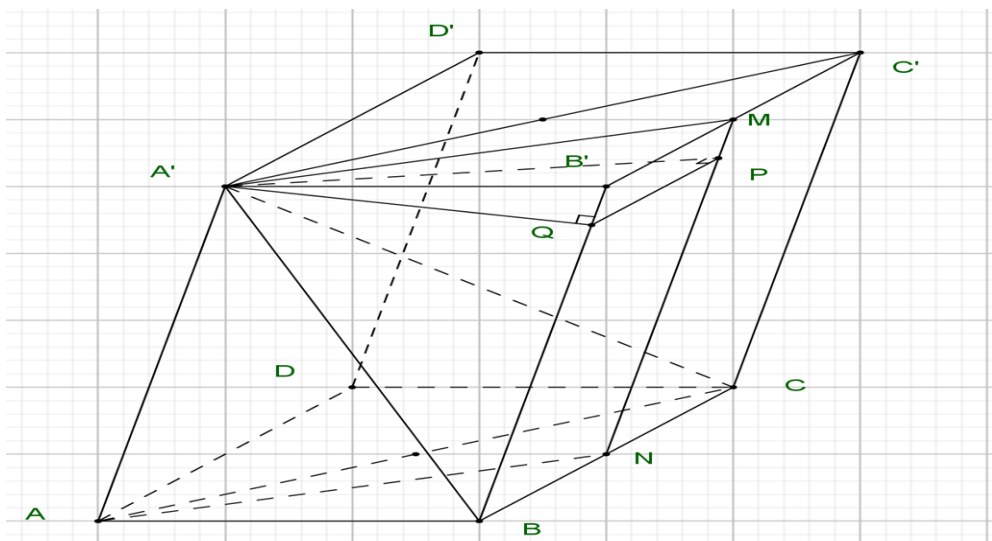
B. a^3 .

C. $\frac{\sqrt{2} a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C', BC$.

$$\widehat{A'BA} = \widehat{C'A'C} = 90^\circ \Rightarrow A'B = A'C \Rightarrow A'N \perp BC \quad (1).$$

$$\text{Theo bài ra } \widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \Delta A'B'C', \Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow BC \perp AN \quad (2).$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (AA'MN) \Rightarrow (AA'MN) \perp (BCC'B')$

Kẻ $A'P \perp (BB'C'C) \Rightarrow P \in MN$. Gọi Q là hình chiếu vuông góc của A' lên BB' .

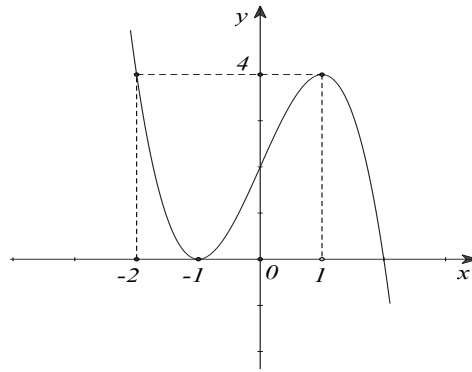
$$\Rightarrow ((A'AD), (AA'B'B)) = ((BB'C'C), (AA'B'B)) = \widehat{A'QP} = \alpha.$$

$$\tan \alpha = \frac{A'P}{QP} = \sqrt{2} \Rightarrow A'P = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \Rightarrow A'Q = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'B = a\sqrt{3} \Rightarrow A'B = a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = 2a.$$

$$BB'C'C \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow V_{A'ABCC'B'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 2a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{A'BB'C'} = V_{B.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \Rightarrow V = 6 \cdot V_{B.A'B'C'} = 6 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = a^3\sqrt{2}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-2022; 2022)$ để hàm số $g(x) = f(2x-3) - \ln(1+x^2) - 2mx$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$?



A. 2020.

B. 2021.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } g'(x) = 2f'(2x-3) - \frac{2x}{1+x^2} - 2m$$

$$\text{Để hàm số } g(x) = f(2x-3) - \ln(1+x^2) - 2mx \text{ nghịch biến trên } \left(\frac{1}{2}; 2\right)$$

$$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \Leftrightarrow m \geq f'(2x-3) - \frac{x}{1+x^2}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = f'(2x-3) - \frac{x}{1+x^2}, x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right). \text{ Đặt } t = 2x-3 \Rightarrow t \in (-1; 1)$$

$$\text{Khi đó ta xét hàm số } g(t) = f'(t) - \frac{\frac{t+3}{2}}{1+\left(\frac{t+3}{2}\right)^2} = f'(t) - \frac{2t+6}{t^2+6t+13}$$

$$\text{Ta có } g'(t) = f''(t) + \frac{2t^2+12t+14}{(t^2+6t+13)^2}.$$

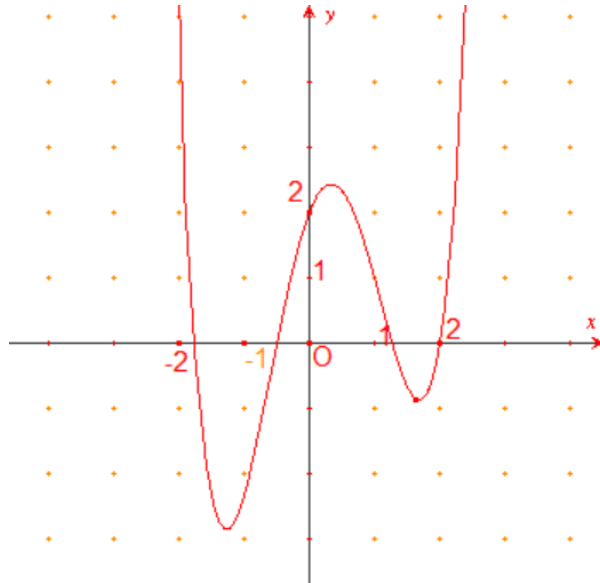
Từ đồ thị ta thấy được $f'(t)$ đồng biến trên $(-1;1)$ nên $f''(t) > 0, \forall t \in (-1;1)$ nên

$$g'(t) = f''(t) + \frac{2t^2 + 12t + 14}{(t^2 + 6t + 13)^2} > 0, \forall t \in (-1;1). \text{ Nên } g(t) \text{ đồng biến trên } (-1;1).$$

$$\text{Nên } m \geq f'(2x-3) - \frac{x}{1+x^2}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \Leftrightarrow m \geq f'(t) - \frac{2t+6}{t^2+6t+13}, \forall t \in (-1;1)$$

$$\Leftrightarrow m \geq g(t), \forall t \in (-1;1) \Leftrightarrow m \geq g(1) = \frac{18}{5}.$$

Câu 50: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^3 - 3x^2) - \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 + 2022$ là:

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 10

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = (3x^2 - 6x)f'(x^3 - 3x^2) - 3x^3 + 6x^2 = (3x^2 - 6x)[f'(x^3 - 3x^2) - x]$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = f'(x^3 - 3x^2)$$

$$\text{Ta có } h'(x) = (3x^2 - 6x)f''(x^3 - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x = 0 \\ x^3 - 3x^2 = a \quad (-2 < a < -1) \\ x^3 - 3x^2 = b \quad (0 < b < 1) \\ x^3 - 3x^2 = c \quad (1 < c < 2) \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^3 - 3x^2.$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy được:

$$\left[\begin{array}{l} 3x^2 - 6x = 0 \\ x^3 - 3x^2 = a \quad (-2 < a < -1) \\ x^3 - 3x^2 = b \quad (0 < b < 1) \\ x^3 - 3x^2 = c \quad (1 < c < 2) \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = a_1 \quad (a_1 < 0) \\ x = a_2 \quad (0 < a_2 < 2) \\ x = a_3 \quad (2 < a_3) \\ x = b_1 \quad (a_3 < b_1) \\ x = c_1 \quad (b_1 < c_1) \end{array} \right]$$

Khi đó ta có được bảng biến thiên của $h(x) = f'(x^3 - 3x^2)$:

x	$-\infty$	a_1	0	a_2	2	a_3	b_1	c_1	$+\infty$		
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$f'(a)$	2	$f'(a)$	$f'(-4)$	$f'(a)$	$f'(b)$	$f'(c)$	$+\infty$		

Khi đó phương trình $f'(x^3 - 3x^2) - x = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 - 3x^2) = x$ có 5 nghiệm phân biệt khác 0 và 2 nên phương trình $y' = (3x^2 - 6x)[f'(x^3 - 3x^2) - x]$ có 7 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = f(x^3 - 3x^2) - \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 + 2022$ có 7 điểm cực trị.

----- **HẾT** -----