

Mã đề 184

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Đề thi có 06 trang

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....Lớp:.....

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [4x+1-f(x)]dx$.

- A. $I = 4x+1-F(x)+C$. B. $I = 2x^2+x-F(x)$. C. $I = 2x^2+x-F(x)+C$. D. $I = (2x^2+x)F(x)+C$.

Câu 2. Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(2;4)$. C. $(-2;0)$. D. $(4;+\infty)$.

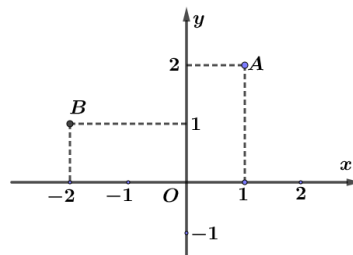
Câu 3. Trong các dãy số có công thức số hạng tổng quát sau, dãy nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = n^2 + 1$. B. $u_n = n$. C. $u_n = 2^n - 1$. D. $u_n = \frac{1}{4^n}$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos 3x$ là

- A. $F(x) = -6\sin 3x + C$. B. $F(x) = 6\sin 3x + C$. C. $F(x) = -\frac{2}{3}\sin 3x + C$. D. $F(x) = \frac{2}{3}\sin 3x + C$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ, các điểm A và B trong hình vẽ dưới đây lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1 và z_2 . Modul của số phức $z_1 - z_2$ bằng



- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[-3;1]$, $f(-3) = 2021$, $\int_{-3}^1 f'(x)dx = 2020$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = 4041$. B. $f(1) = -1$. C. $f(1) = 1$. D. $f(1) = -4041$.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3(x+2) = 1$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

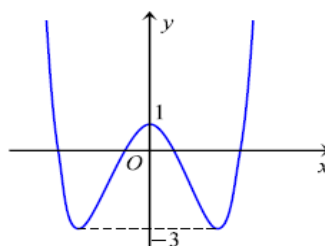
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 9)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.
C. Hàm số có 3 điểm cực trị. D. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 9. Từ thành phố A đến thành phố B có 5 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 6 con đường đi. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B?

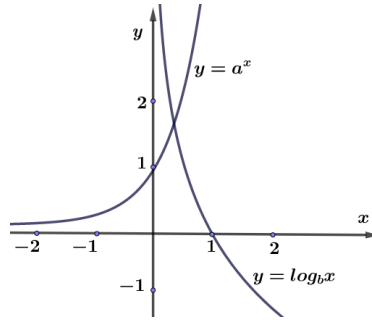
- A. 5^6 . B. 30. C. 11. D. $5! \cdot 6!$.

Câu 10. Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



- A. $m = 1$. B. $m > -1$. C. $-3 < m < 1$. D. $m < 1$.

Câu 11. Cho đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a > 1, b > 1$. B. $a > 1, 0 < b < 1$. C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1, b > 1$.

Câu 12. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- i) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. ii) $z + \bar{z}$ là số thuần ảo.
iii) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. iv) số 0 vừa là số thực, vừa là số ảo.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m thỏa mãn $\int_0^m (3x^2 - 2x) dx = 0$.

- A. $m = 0$ hoặc $m = 2$. B. $m = 1$ hoặc $m = 2$. C. $m = 0$ hoặc $m = \frac{2}{3}$. D. $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Câu 14. Cho $a, b > 0$, m, n là các số nguyên dương, $m \geq 2$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{ab}$. B. $\sqrt[m]{a} + \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a+b}$. C. $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$. D. $(\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a^n}$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3x-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 16. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
B. Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
D. Đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ với $(0 < a < 1)$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 17. Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x$ là:

- A. $2y_{CT} = 3y_{CD}$. B. $y_{CT} + y_{CD} = 0$. C. $y_{CT} = 2y_{CD}$. D. $y_{CT} = y_{CD}$.

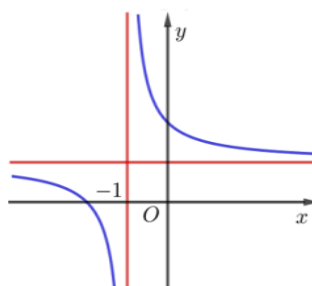
Câu 18. Cho số phức $z = a + bi$ với $(a, b \in \mathbb{R})$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt{a^2 + b^2}$ là môđun của z . B. $a - bi$ là số phức liên hợp của z .
C. $-a - bi$ là số phức đối của z . D. bi là phần ảo của z .

Câu 19. Phương trình $\log_2 (9 - 2^x) = 3 - x$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

- A. $x^2 - 3x = 0$. B. $x^2 + 3x = 0$. C. $9 - 2^x = 3 + 2^{-x}$. D. $9 - 2^x = (3 - x)^2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



- A. $0 < a < b$. B. $b < 0 < a$. C. $0 < b < a$. D. $a < b < 0$.

Câu 21. Cho một khối trụ (T) có bán kính đáy $R=1$, thể tích $V=4\pi$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. $S=10\pi$. B. $S=9\pi$. C. $S=6\pi$. D. $S=5\pi$.

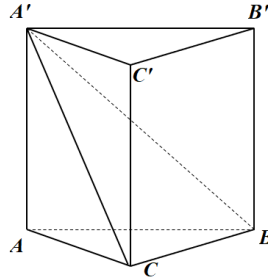
Câu 22. Một hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a , có thể tích V , chiều cao h . Khi đó h được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A. $h=\frac{a^2}{3V}$. B. $h=\frac{3V}{a^2}$. C. $h=\frac{V}{a^2}$. D. $h=\frac{V}{3a^2}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $\overrightarrow{ON}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. Trọng tâm G của tam giác OMN là

- A. $G(2;0;0)$. B. $G(2;1;-1)$. C. $G\left(\frac{4}{3};-1;\frac{5}{3}\right)$. D. $G\left(3;\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) . Tính $\cos \alpha$.



- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2+y^2+z^2+2xy+6z+4=0$. B. $x^2-y^2+z^2+2x-2y+4z+5=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z+15=0$. D. $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z-1=0$.

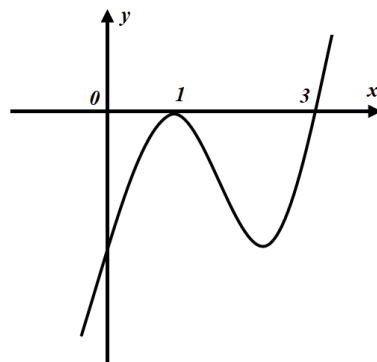
Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào dưới đây?

- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=3+4t \end{cases}$. C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{3}$. D. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 27. Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+x^2-5x+m$ (m là tham số) trên đoạn $[1;2]$. Khi đó $M-N$ có giá trị bằng

- A. 19. B. -19. C. 9. D. -9.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-1;6;-5)$, $C(2;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;-8)$. B. $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;5;8)$. C. $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;5;4)$. D. $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;8)$.

Câu 30. Một hộp đựng 21 tấm thẻ được đánh số liên tục 1 đến 21. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố “hai tấm thẻ đều được đánh số chẵn”. Tính xác suất của biến cố A .

- A. $P(A) = \frac{3}{14}$. B. $P(A) = \frac{3}{7}$. C. $P(A) = \frac{10}{21}$. D. $P(A) = \frac{11}{21}$.

Câu 31. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{3}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 32. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

- A. $S_{xq} = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. B. $S_{xq} = \pi r \sqrt{h^2 - r^2}$. C. $S_{xq} = \pi rh$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi rh$.

Câu 33. Tìm phần thực của số phức $w = (1+z)\bar{z}$, biết rằng số phức z thỏa mãn biểu thức $(3+2i)z = 4-6i$.

- A. 2. B. -2. C. 4. D. -4.

Câu 34. Biết $D=(a;b)$ là tập xác định của hàm số $y=(2-x)^e + \log_2 \left(-1 + \log_{\frac{1}{5}} x \right)$. Tính giá trị $a+b$.

- A. $\frac{11}{5}$. B. $\frac{9}{5}$. C. 2. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 35. Nếu $f(2)=1$ và $\int_0^1 xf(2x)dx=1$ thì $\int_0^2 x^2 f'(x)dx$ bằng

- A. -4. B. 0. C. 8. D. 4.

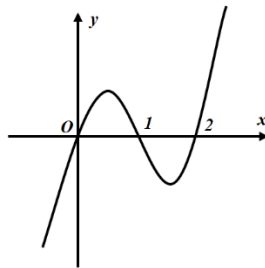
Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\log_3 \left(\frac{x^2 + 2x - m}{2x^2 - x + 1} \right) + x^2 + 7x - 3m = 0$ có nghiệm $x > -1$?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i) + (i-1)z = 5-4i$. Mô đun của z bằng

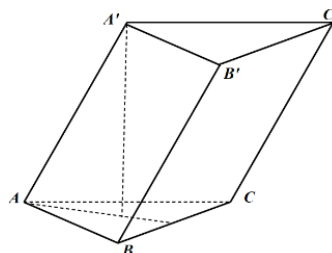
- A. $|z| = \sqrt{10}$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = 7$. D. $|z| = \sqrt{14}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(1-x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng



- A. $(-2;-1)$. B. $(0;1)$. C. $(-1;0)$. D. $(-3;-2)$.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết cạnh bên hợp với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .



- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;4;4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4;2;1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (10; a; b)$. Khi đó, $2a + b$ bằng

- A. -6. B. 18. C. 8. D. 6.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB' và BC' . Tính thể tích khối $AMNC'$ theo V .

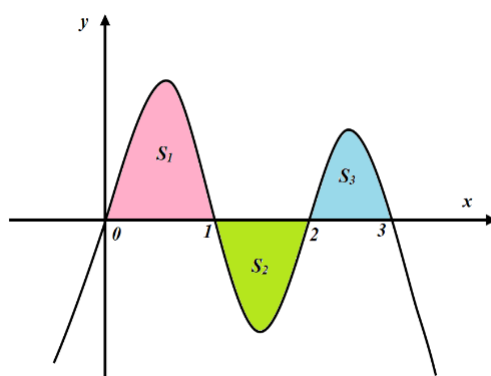
- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{12}$. C. $\frac{V}{24}$. D. $\frac{V}{6}$.

Câu 42. Biết $\int_1^e \frac{x-2}{x^2-2x \ln x} dx = \ln(ae-b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị biểu thức $T = 2\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ, biết diện tích $S_1 = 4$, $S_2 = 3$, $S_3 = 2$. Tích

phân $\int_{-4}^1 [f(|x+1|) + x + 1] dx$ bằng



- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{13}{2}$. C. 4. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(4;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$, $D(4;-3;2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\sqrt{29}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\sqrt{11}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$.

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

- A. $d: \begin{cases} x = 1 + 18t \\ y = -1 \\ z = 3 + 9t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^{2020x}$ và $f(0) = \frac{1}{2021}$.

Tính $f(1)$.

- A. $\frac{e^{2021}}{2020}$. B. $\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2020}}{2020}$. C. $\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2021}}{2021}$. D. $\frac{e^{2020}}{2021}$.

Câu 47. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m) \geq 1$ và $x+3y-2z-1=0$ (với m là số thực dương). Khi $m = m_0$ có duy nhất bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn các điều kiện trên thì m_0 thuộc khoảng nào?

- A. $(1;6)$. B. $(11;14)$. C. $(13;17)$. D. $(5;13)$.

Câu 48. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{64}{9}$. Trên tia Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C thỏa mãn $\frac{1}{OA} + \frac{2}{OB} + \frac{2}{OC} = 9$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Thể tích khối chóp $OABC$ là

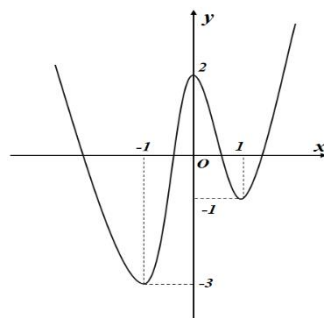
- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 49. Cho các số phức $z; z_1; z_2$ thay đổi thỏa mãn $|3-4i-z \cdot i^{2021}| = 2$, phần thực của z_1 bằng phần ảo của z_2 và bằng -1 . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z-z_1|^2 + |z-z_2|^2$ bằng

- A. 9. B. 3. C. 7. D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số

$$y = f(4x^2 - 4x) - \frac{8}{3}x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$



- A. 6. B. 8. C. 9. D. 7.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [184]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	D	D	B	A	C	D	B	C	B	C	D	B	C	D	B	D	A	A	A	B	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	C	A	C	A	C	D	A	C	A	C	D	D	B	A	A	B	B	B	C	B	A	D

Mã đề [348]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	B	C	A	B	A	D	A	B	A	D	B	B	B	D	C	D	D	B	B	D	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	C	C	A	D	A	A	A	C	C	C	B	A	B	B	C	C	C	C	D	A	A	C	D

Mã đề [552]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	C	D	A	C	C	C	A	B	B	A	B	B	A	D	D	A	D	C	B	A	B	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	B	A	B	D	D	A	A	A	D	C	B	D	D	A	A	C	A	D	D	B	B	B

Mã đề [774]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	D	D	B	A	D	D	D	C	C	C	C	A	B	D	D	A	B	D	B	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	C	A	C	A	B	C	B	B	C	D	B	A	A	B	C	C	D	D	B	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU

Câu 1. Nếu $f(2) = 1$ và $\int_0^1 xf(2x)dx = 1$ thì $\int_0^2 x^2 f'(x)dx$ bằng

- A. -4. B. 0. C. 8. D. 4.

HDG. Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$ đổi cận... $\int_0^1 xf(2x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^2 \frac{t}{2} f(t) \frac{dt}{2} = 1 \Leftrightarrow \int_0^2 f(t)dt = 4.$

Tính $\int_0^2 x^2 f'(x)dx$: Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = 2xdx \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow I = x^2 f(x) \Big|_0^2 - 2 \int_0^2 xf(x)dx = 2^2 f(2) - 2.4 = -4$

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\log_3 \left(\frac{x^2 + 2x - m}{2x^2 - x + 1} \right) + x^2 + 7x - 3m = 0$ có nghiệm $x > -1$?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

HDG. Ptr $\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{x^2 + 2x - m}{2x^2 - x + 1} \right) = -x^2 - 7x + 3m \Leftrightarrow \log_3 \frac{3x^2 + 6x - 3m}{2x^2 - x + 1} = (2x^2 - x + 1) - (3x^2 + 6x - 3m)$

$2x^2 - x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. ĐKXD $x^2 + 2x - m > 0$

$\Leftrightarrow \log_3 (3x^2 + 6x - 3m) + (3x^2 + 6x - 3m) = \log_3 (2x^2 - x + 1) + (2x^2 - x + 1)$

Xét hs $f(t) = \log_3 t + t$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$

mà $f(3x^2 + 6x - 3m) = f(2x^2 - x + 1) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 3m = 2x^2 - x + 1 \Leftrightarrow 3m = x^2 + 7x - 1$

Lập bbt của hs $g(x) = x^2 + 7x - 1$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ suy ra $m > -\frac{7}{3}$

Suy ra có 2 giá trị $m \in \{-2; -1\}$ thỏa mãn.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) + (i - 1)z = 5 - 4i$. Mô đun của z bằng

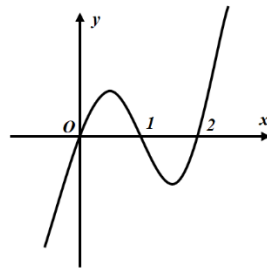
- A. $|z| = \sqrt{10}$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = 7$. D. $|z| = \sqrt{14}$.

HDG. Đặt $z = x + yi$ ta có $3(x - yi - i) + (i - 1)(x + yi) = 5 - 4i \Leftrightarrow 3x - 3yi - 3i + xi - x + yi^2 - yi = 5 - 4i$

$$\Leftrightarrow (2x - y) + (x - 4y - 3)i = 5 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 4y - 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Số phức } z = 3 + i \text{ có mô đun } |z| = \sqrt{10}$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(1 - x)$ như hình vẽ bên dưới.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng



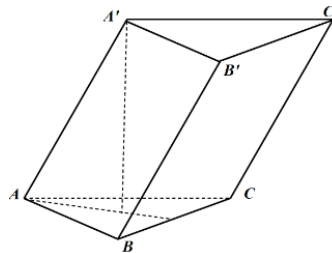
- A. $(-2; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-3; -2)$.

HDG. Đặt $x = 1 - t \Leftrightarrow t = 1 - x$ Ta có: $y = f(x) = f(1 - t) \Rightarrow y' = -f'(1 - t)$.

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ đồng biến} \Leftrightarrow y' = -f'(1 - t) > 0 \Leftrightarrow f'(1 - t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < 0 \\ 1 < t < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x < 0 \\ 1 < 1 - x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết cạnh bên hợp với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .



- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

HDG. Gọi I là trung điểm BC . Dễ thấy mp $(A'AI) \perp BC$, kẻ $IK \perp AA'$ suy ra $d(AA', BC) = IK$.

$$\Delta IKA \text{ vuông tại } K \text{ và có } \angle IAK = 30^\circ \Rightarrow IK = \frac{1}{2} AI = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 3)$ và $B(1; 4; 4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4; 2; 1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (10; a; b)$. Khi đó, $2a + b$ bằng

- A. -6 . B. 18 . C. 8 . D. 6 .

HDG. Ta có: $d(A, (\Delta)) \leq AM$; $d(B, (\Delta)) \leq BM$. Do đó tổng $d(A, (\Delta)) + d(B, (\Delta)) \leq AM + BM$. đạt giá trị lớn nhất khi $AM \perp \Delta$; $BM \perp \Delta$. Khi đó $\vec{VTCP}_{\vec{u}_\Delta} \perp \vec{AM}$; $\vec{VTCP}_{\vec{u}_\Delta} \perp \vec{BM}$ suy ra: $\vec{u}_\Delta = [\vec{AM}, \vec{BM}] = (-10; 3; -12)$

Vậy $a = -3$; $b = 12 \Rightarrow 2a + b = 6$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB' và BC' . Tính thể tích khối $AMNC'$ theo V .

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{12}$

C. $\frac{V}{24}$

D. $\frac{V}{6}$

HDG. Gọi E là trung điểm AC' . $V_{A.C'MN} = 2V_{A.MNE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S_{\Delta MNE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta ABC} = \frac{V}{12}$

Câu 8. Biết $\int_1^e \frac{x-2}{x^2-2x \ln x} dx = \ln(ae-b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị biểu thức $T = 2\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.

A. 3.

B. 4.

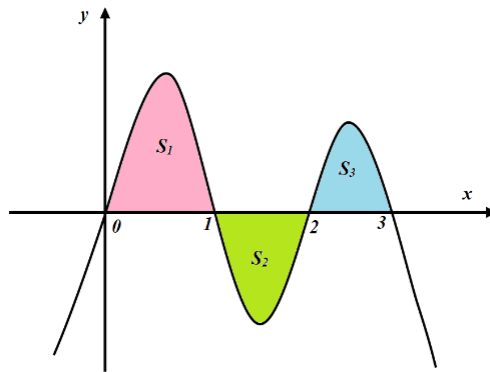
C. 5.

D. 6.

HDG. $\int_1^e \frac{x-2}{x^2-2x \ln x} dx = \int_1^e \frac{x-2}{x(x-2 \ln x)} dx = \int_1^e \frac{1-\frac{2}{x}}{x-2 \ln x} dx = \int_1^e \frac{d(x-2 \ln x)}{x-2 \ln x} = \ln(x-2 \ln x) \Big|_1^e$
 $= \ln(e-2) = \ln(ae-b)$ Vậy $a=1; b=2$ nên $T = 2\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{1} = 3$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây, biết diện tích $S_1 = 4, S_2 = 3, S_3 = 2$.

Tích phân $\int_{-4}^1 [f(|x+1|) + x+1] dx$ bằng



A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. 4.

D. $-\frac{3}{2}$.

HDG. $\int_{-4}^1 [f(|x+1|) + x+1] dx = \int_{-4}^1 f(|x+1|) dx + \int_{-4}^1 (x+1) dx = \int_{-4}^{-1} f(-x-1) dx + \int_{-1}^1 f(x+1) dx - \frac{5}{2}$
 $= \int_0^3 f(t) dt + \int_0^2 f(u) du - \frac{5}{2} = S_1 - S_2 + S_3 + S_1 - S_2 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$ (với $t = -x-1$ và $u = x+1$).

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(4;0;0), B(0;0;2), C(0;-3;0), D(4;-3;2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\sqrt{29}$.

B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

C. $\sqrt{11}$.

D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

HDG. Dễ thấy tâm mặt cầu $I\left(2; -\frac{3}{2}; 1\right); R = OI = ID = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$.

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x=1+18t \\ y=-1 \\ z=3+9t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=-1 \\ z=2-t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=3-t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1+3t \end{cases}$

HDG. Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên đt Δ Tọa độ $N(3-t; -1+2t; 2-2t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2-t; 2t; -1-2t)$
 $\overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_{\Delta} = (-1; 2; -2) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow -1(2-t) + 2(2t) - 2(-1-2t) = 0 \Leftrightarrow t = 0. \overrightarrow{MN} = (2; 0; -1)$

Suy ra một VTCP của đt d là $\vec{u}_d = (2; 0; -1)$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^{2020x}$ và $f(0) = \frac{1}{2021}$.

Tính $f(1)$.

- A. $\frac{e^{2021}}{2020}$. B. $\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2020}}{2020}$. C. $\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2021}}{2021}$. D. $\frac{e^{2020}}{2021}$.

HĐG Ta có: $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^{2020x} \Leftrightarrow (x+2)f(x) \cdot e^x + (x+1) \cdot f'(x) \cdot e^x = e^{2021x}$

$$\Leftrightarrow [(x+1) \cdot f(x) \cdot e^x]' = e^{2021x} \Rightarrow (x+1)f(x)e^x = \int e^{2021x} dx = \frac{1}{2021} e^{2021x} + C, \text{ với } f(0) = \frac{1}{2021} \text{ suy ra } C = 0$$

Do đó $f(x) = \frac{e^{2020x}}{2020(x+1)}$ Vậy $f(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2020}}{2020}$.

Câu 13. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m) \geq 1$ và $x+3y-2z-1=0$ (với m là số thực dương). Khi $m = m_0$ có duy nhất bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn các điều kiện trên thì m_0 thuộc khoảng nào?

- A. $(1; 6)$. B. $(11; 14)$. C. $(13; 17)$. D. $(5; 13)$.

HĐG. Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 21 \leq 2x + 4y - 8z + m \\ x + 3y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 \leq m(1) \\ x + 3y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$

Bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn bất phương trình (1) là các phần khối cầu (S) tâm $I(1; 2; -4)$ bán kính $R = \sqrt{m}$

Mặt khác tập hợp điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn phương trình (2) là mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - 2z - 1 = 0$.

Do đó để hệ có duy nhất bộ số $(x; y; z) \Leftrightarrow$ mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -4)$ và

$$\text{bán kính } R = \sqrt{m} \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 + 3 \cdot 2 - 2 \cdot (-4) - 1|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2}} = \sqrt{m} \Leftrightarrow m = 14.$$

Câu 14. Trong không gian hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{64}{9}$. Trên tia

Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C thỏa mãn $\frac{1}{OA} + \frac{2}{OB} + \frac{2}{OC} = 9$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S). Thể tích khối chóp OABC là

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

HĐG. Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$; $C(0; 0; c)$ suy ra phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$\text{Mp (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên } d(I, (ABC)) = R \Leftrightarrow \frac{\left| \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{8}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{8}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 9 \quad (1). \text{ Mà theo giả thiết ta có } \frac{1}{OA} + \frac{2}{OB} + \frac{2}{OC} = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 9 \quad (2)$$

$$\text{Xét hệ (1) và (2) Đặt } x = \frac{1}{a}; y = \frac{1}{b}; z = \frac{1}{c} \text{ ta được } \begin{cases} x + 2y + 2z = 9 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 9 \end{cases}$$

$$\text{Nhận thấy } (x + 2y + 2z) \leq \sqrt{(1^2 + 2^2 + 2^2)} \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} = \sqrt{9 \cdot 9} = 9 \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2} = 1$$

$$\text{Ta được } x = 1; y = 2; z = 2 \text{ suy ra } a = 1; b = \frac{1}{2}; c = \frac{1}{2}. \text{ Ta được } A(1; 0; 0), B(0; \frac{1}{2}; 0), C(0; 0; \frac{1}{2}).$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp OABC là: } V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}.$$

Câu 14. Cho các số phức $z; z_1; z_2$ thay đổi thỏa mãn $|3-4i-z.i^{2021}|=2$, phần thực của z_1 bằng phần ảo của z_2 và bằng -1 . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-z_1|^2+|z-z_2|^2$ bằng

A. 9.

B. 3.

C. 7.

D. 4.

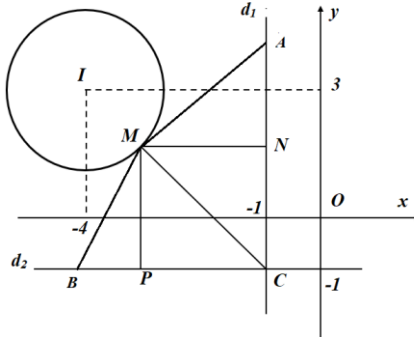
HDG. Đặt $z=x+yi; x, y \in \mathbb{R}$, ta có điểm $M(z)=M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z

Khi đó $|3-4i-z.i^{2021}|=2 \Leftrightarrow |3-4i-(x+yi).i|=2 \Leftrightarrow |(3-y)-(4+x)i|=2 \Leftrightarrow (x+4)^2+(y-3)^2=4$

Tập hợp điểm M là đường tròn $(I; R)$ tâm $I(-4; 3)$ và bán kính $R=2$.

Số phức $z_1=-1+bi \Rightarrow A(z_1)=A(-1; b)$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng $d_1: x=-1$.

Số phức $z_2=a-i \Rightarrow B(z_2)=B(a; -1)$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng $d_2: y=-1$.



Dễ thấy $C=d_1 \cap d_2 \Rightarrow C(-1; -1)$

Gọi N, P lần lượt là hình chiếu của điểm M trên $d_1; d_2$.

Ta có: $T=|z-z_1|^2+|z-z_2|^2=MA^2+MB^2 \geq MN^2+MP^2=MC^2$.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi: $A \equiv N; B \equiv P$ và I, M, C theo thứ tự thẳng hàng.

Phương trình đường thẳng $IC: \begin{cases} x=-1+3t \\ y=-1-4t \end{cases} M \in IC \Rightarrow M(-1+3t; -1-4t)$

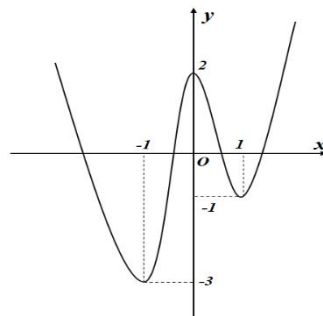
Mặt khác $M \in (C) \Rightarrow (-1+3t+4)^2+(-1-4t-3)^2=4 \Leftrightarrow 25(t+1)^2=4 \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{3}{5} \\ t=-\frac{7}{5} \end{cases}$

+) Với $t=-\frac{7}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{26}{5}; \frac{23}{5}\right)$ (loại)

+) Với $t=-\frac{3}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{14}{5}; \frac{7}{5}\right)$ Số phức $z=-\frac{14}{5}+\frac{7}{5}i; z_1=-1+\frac{7}{5}i; z_2=-\frac{14}{5}-i$.

Suy ra $MC_{\min}=IC-IM=IC-R=5-2=3$. Vậy $T_{\min}=3^2=9$ khi $z=-\frac{14}{5}+\frac{7}{5}i; z_1=-1+\frac{7}{5}i; z_2=-\frac{14}{5}-i$

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(4x^2-4x)-\frac{8}{3}x^3+6x^2-4x+1$ là



A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

HĐG. Giải: Xét hàm số $y = f(4x^2 - 4x) - \frac{8}{3}x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ có

$$y' = (4x^2 - 4x)' \cdot f'(4x^2 - 4x) - 8x^2 + 12x - 4$$

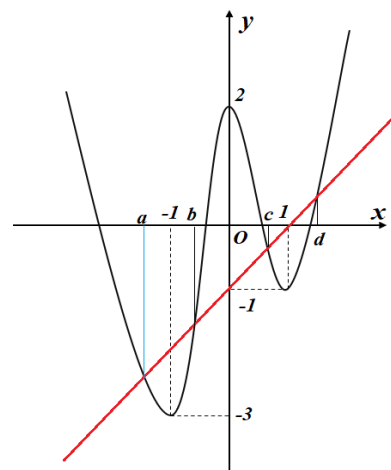
$$\Leftrightarrow y' = 4(2x - 1) \cdot f'(4x^2 - 4x) - 4(2x - 1)(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow y' = 4(2x - 1) [f'(4x^2 - 4x) - (x - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ f'(4x^2 - 4x) = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x = a \in (-\infty; -1) \quad (1) \\ 4x^2 - 4x = b \in (-1; 0) \quad (2) \\ 4x^2 - 4x = c \in (0; 1) \quad (3) \\ 4x^2 - 4x = d \in (1; 2) \quad (4) \end{cases}$$

Phương trình $4x^2 - 4x = m \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - m = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 4 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$
 $m = -1$ phương trình có nghiệm kép, tuy nhiên a, b, c, d khác -1

Do đó, các phương trình (2); (3); (4) luôn có 2 nghiệm phân biệt. Phương trình (1) vô nghiệm do đó hàm số đã cho có 7 cực trị.



----- HẾT -----