

Bài 1 (2 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-5\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- 1) Khi $x = 81$, tính giá trị biểu thức A .
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Với $x > 9$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A.B$.

Bài 2 (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tính kích thước của một HCN biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 3m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích không đổi; Nếu giảm chiều dài đi 3m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích cũng không đổi?

Bài 3 (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-3} - \frac{2}{y+1} = -4 \\ -2\sqrt{x-3} + \frac{3}{y+1} = 5 \end{cases}$$

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 6$

a) Vẽ parabol $(P): y = x^2$

b) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phương pháp đại số.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) , đường kính AB . Gọi I là điểm cố định trên đoạn OB .

Dựng đường thẳng d qua I , vuông góc với AB . Điểm C di động trên đường thẳng d sao cho C nằm ngoài (O) . BC cắt (O) tại điểm thứ hai E . AE cắt d tại F .

- 1) Chứng minh tứ giác $AIEC$ nội tiếp.
- 2) Chứng minh $IF.IC = IA.IB$.
- 3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF cắt AC tại điểm thứ hai là N . Chứng minh: N thuộc đường tròn $(O;R)$ và EA là tia phân giác của góc IEN .
- 4) Gọi T là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACF . Chứng minh: khi C di động trên đường thẳng d như đề bài, điểm T luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 5 (0,5 điểm)

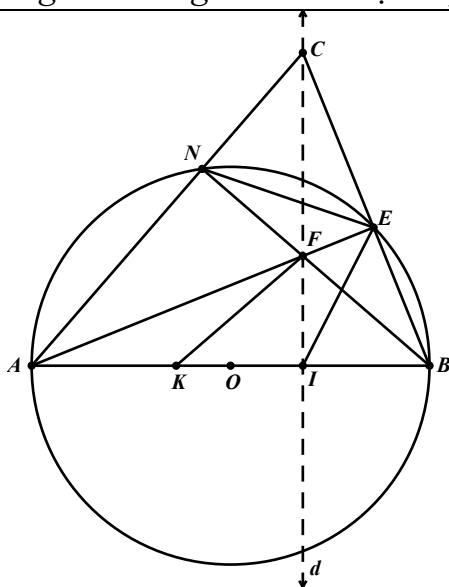
Cho hai số $a, b > 0$ thỏa mãn: $(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{b} + 2) = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T = \frac{a^4}{b} + \frac{b^4}{a}$$

..... Hết

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài 1 2,0 điểm	1)	$x = 81$ (TM ĐKXĐ) suy ra $\sqrt{x} = 9$.	0,25
		Thay vào biểu thức A tính được $A = 12$.	0,5
	2)	Biến đổi $B = \frac{3(\sqrt{x}+3)+2(\sqrt{x}-3)+x-5\sqrt{x}-3}{x-9}$	0,25
		Rút gọn về được $B = \frac{x}{x-9}$.	0,5
	3)	Biến đổi $A.B = \frac{x}{\sqrt{x}-3} = \sqrt{x}+3 + \frac{9}{\sqrt{x}-3} = (\sqrt{x}-3) + \frac{9}{\sqrt{x}-3} + 6$	0,25
		Đánh giá được $(\sqrt{x}-3) + \frac{9}{\sqrt{x}-3} \geq 2 \cdot \sqrt{(\sqrt{x}-3) \cdot \frac{9}{\sqrt{x}-3}} = 6$ (vì $x > 9$) Từ đó $\min A = 12 \Leftrightarrow x = 36$ (TM ĐKXĐ)	0,25
Bài 2 2,0 điểm		Gọi chiều dài, chiều rộng của hcn là x, y (m), $x > 3; y > 2; x > y$	0,25
		Lập được phương trình : $(x+3)(y-2) = xy$	0,25
		Lập được phương trình : $(x-3)(y+3) = xy$	0,25
		Đưa về hpt và giải ra được $x = 15; y = 12$	0,75
		Kết luận:	0,25
Bài 3 2,0 điểm	1)	ĐKXĐ : $x \geq 3; y \neq -1$.	0,25
		HPT $\begin{cases} \sqrt{x-3} - \frac{2}{y+1} = -4 \\ -2\sqrt{x-3} + \frac{3}{y+1} = 5 \end{cases}$	0,5
		Giải được $\sqrt{x-3} = 2; \frac{1}{y+1} = 3$.	
		Vậy HPT có nghiệm $x = 7; y = \frac{-2}{3}$ (TM ĐKXĐ)	0,25
	2a	HS lập được bảng giá trị	0,25
		Vẽ được Parabol	0,25
	2b	Tìm được tọa độ 2 giao điểm A(-2;4) ; B(3;9)	0,5

Bài 4 3,5 điểm	1)	Chứng minh tứ giác AIEC nội tiếp. (1,0 điểm)		
			Vẽ hình đúng câu a)	0,25
		$\widehat{AEC} = 90^0$ (kề bù với $\widehat{AEB} = 90^0$)		0,25
		$\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{AIC} = 90^0$ Mà I, E là hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh AC		0,25
		Suy ra tứ giác AIEC nội tiếp.		0,25
	2)	Chứng minh: $IF.IC = IA.IB$. (1,0 điểm)		
		Chứng minh $\widehat{IAF} = \widehat{ICB}$ (tứ giác AIEC nội tiếp)	0,25	
		Suy ra $\triangle IAF$ đồng dạng với $\triangle ICB$ (g-g)	0,25	
		Từ đó $\frac{IA}{IC} = \frac{IF}{IB}$.	0,25	
		Cuối cùng $IF.IC = IA.IB$. (đpcm)	0,25	
	3)	N thuộc đường tròn $(O;R)$ và CA là tia phân giác của góc ICN . (1 điểm)		
		Chứng minh F là trực tâm tam giác ABC (1)	0,25	
		Tứ giác $CEFN$ nội tiếp nên $NF \perp AC$. (2). Từ (1), (2) suy ra B, F, N thẳng hàng, dẫn đến $BN \perp AN$ và $N \in (O)$.	0,25	
		Chứng minh $\widehat{NEA} = \widehat{NCF} = \widehat{NBA} = \widehat{IEN}$	0,25	
		Suy ra EA là tia phân giác của $\widehat{IEN}$.	0,25	
	4)	Chứng minh điểm T luôn thuộc một đường thẳng cố định. (0,5 điểm)		
		Lấy điểm K sao cho I là trung điểm của $BK \Rightarrow K$ là điểm cố định. Chứng minh tứ giác $ACFK$ nội tiếp ($\widehat{ACF} = \widehat{ABN} = \widehat{FKB}$)	0,25	
		Suy ra tâm T của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACF luôn thuộc một đường thẳng cố định là đường trung trực của AK .	0,25	
Bài 5 0,5 điểm		Ta có $9 = \sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 4 \leq \frac{a+b}{2} + (a+1) + (b+1) + 4 \Rightarrow a+b \geq 2$. (1)	0,25	
	Áp dụng bất đẳng thức Cô si: $T = \left(\frac{a^4}{b} + b\right) + \left(\frac{b^4}{a} + a\right) - (a+b) \geq 2a^2 + 2b^2 - (a+b)$ Vì $a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2}$ nên $T \geq (a+b)^2 - (a+b) = (a+b)(a+b-1)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\min T = 2 \Leftrightarrow a = b = 1$.		0,25	

Lưu ý: - Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.