

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI THCS
HUYỆN Ý YÊN

NĂM HỌC 2015 - 2016

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN – LỚP 8

Thời gian làm bài: 150 phút

Đề gồm 01 trang

Bài 1. (3 điểm)

- 1) Chứng minh : $(x+y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3) = x^4 - y^4$.
- 2) Phân tích đa thức thành nhân tử : $x(x+2)(x^2 + 2x + 2) + 1$.
- 3) Tìm a, b, c biết : $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ và $a^8 + b^8 + c^8 = 3$.

Bài 2. (4 điểm) Cho biểu thức :

$$P = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} + \frac{y^2 - x^2}{xy} - \frac{y^2}{xy + y^2} \right) \cdot \frac{x+y}{x^2 + xy + y^2} \text{ với } x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y.$$

- 1) Rút gọn biểu thức P.
- 2) Tính giá trị của biểu thức P biết x, y thỏa mãn đẳng thức:
$$x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y).$$

Bài 3. (4 điểm)

- 1) Giải phương trình: $(6x + 8)(6x + 6)(6x + 7)^2 = 72$.
- 2) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + x + 3 = y^2$.

Bài 4. (2 điểm) Cho các số a, b, c thỏa mãn $1 \geq a, b, c \geq 0$. Chứng minh rằng :

$$a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1.$$

Bài 5. (5,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a, biết hai đường chéo cắt nhau tại O. Lấy điểm I thuộc cạnh AB, điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\widehat{IOM} = 90^\circ$ (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông). Gọi N là giao điểm của AM và CD, K là giao điểm của OM và BN.

- 1) Chứng minh $\triangle BIO = \triangle CMO$ và tính diện tích tứ giác BIOM theo a.
- 2) Chứng minh $\widehat{BKM} = \widehat{BCO}$.
- 3) Chứng minh $\frac{1}{CD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$.

Bài 6. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$), trọng tâm G. Qua G vẽ đường thẳng d cắt các cạnh AB, AC thứ tự ở D và E. Tính giá trị biểu thức $\frac{AB}{AD} + \frac{AC}{AE}$.

Họ và tên thí sinh: Họ, tên chữ ký GT 1:

Số báo danh: Họ, tên chữ ký GT 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 8

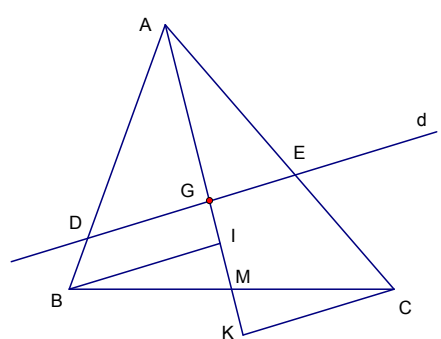
I. Hướng dẫn chung:

- 1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì vẫn cho điểm tối đa.
- 2) Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm:

Bài	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1. (3đ)	1) (0,5đ)	Chứng minh : $(x + y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3) = x^4 - y^4$.	
		Ta có: $(x + y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)$ $= x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + x^3y - x^2y^2 + xy^3 - y^4$	0,25
		$= x^4 - y^4$ Vậy đẳng thức được chứng minh.	0,25
	2) (1đ)	Phân tích đa thức thành nhân tử : $x(x + 2)(x^2 + 2x + 2) + 1$.	
		Ta có: $x(x + 2)(x^2 + 2x + 2) + 1 = (x^2 + 2x)(x^2 + 2x + 2) + 1$	0,25
		$= (x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 1$	0,25
		$= (x^2 + 2x + 1)^2$	0,25
		$= (x + 1)^4$	0,25
	3) (1,5đ)	Tìm a, b, c biết : $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ và $a^8 + b^8 + c^8 = 3$.	
		Biến đổi $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ về $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$	0,5
		Lập luận suy ra $a = b = c$	0,25
		Thay vào $a = b = c$ vào $a^8 + b^8 + c^8 = 3$ ta có $3a^8 = 3 \Leftrightarrow a^8 = 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$.	0,5
		Vậy $a = b = c = 1$ và $a = b = c = -1$.	0,25
2. (4đ)	1) (2đ)	Với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$ ta có:	
		$P = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2y - (x^2 - y^2)(x + y) - xy^2}{xy(x + y)} \right) \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
		$= \frac{2}{x} - \frac{xy(x - y) - (x - y)(x + y)^2}{xy(x + y)} \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
		$= \frac{2}{x} + \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{xy(x + y)} \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
		$= \frac{2}{x} + \frac{x - y}{xy}$	0,25
		$= \frac{x + y}{xy}$	0,25
	2) (2đ)	Ta có: $x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y)$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 0$	0,5
		Lập luận suy ra $x = 1; y = -3$	0,5
		Ta thấy $x = 1; y = -3$ thỏa mãn điều kiện: $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$	1,0

		nên thay $x = 1; y = -3$ vào biểu thức $P = \frac{x+y}{xy}$ ta có: $P = \frac{1+(-3)}{1.(-3)} = \frac{2}{3}$	
3. (4đ)	1) (2đ)	Giải phương trình: $(6x+8)(6x+6)(6x+7)^2 = 72$	
		Đặt $6x+7 = t$. Ta có $(t+1)(t-1)t^2 = 72 \Leftrightarrow (t^2-1)t^2 = 72 \Leftrightarrow t^4 - t^2 - 72 = 0$	0,5
		$\Leftrightarrow t^4 - 9t^2 + 8t^2 - 72 = 0 \Leftrightarrow t^2(t^2 - 9) + 8(t^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow (t^2 - 9)(t^2 + 8) = 0$	0,5
		Mà $t^2 + 8 > 0$ nên $t^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 3$	0,5
		Từ đó tìm được $x = -\frac{2}{3}$ hoặc $x = -\frac{5}{3}$. Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{5}{3} \right\}$.	0,5
	2) (2đ)	$x^2 + x + 3 = y^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 12 = 4y^2 \Leftrightarrow (2x+1)^2 - 4y^2 = -11$	0,25
		$\Leftrightarrow (2x+2y+1)(2x-2y+1) = -11$	0,25
		Do x, y nguyên nên $2x+2y+1$ và $2x-2y+1$ là các số nguyên	0,25
		Do đó xảy ra các trường hợp sau $2x+2y+1=1$ và $2x-2y+1=-11$. Tìm được $x=-3$ và $y=3$	0,25
		$2x+2y+1=-1$ và $2x-2y+1=11$. Tìm được $x=2$ và $y=-3$	0,25
		$2x+2y+1=11$ và $2x-2y+1=-1$. Tìm được $x=2$ và $y=3$	0,25
		$2x+2y+1=-11$ và $2x-2y+1=1$. Tìm được $x=-3$ và $y=-3$	0,25
		KL:.....	0,25
4. (2đ)	Cho các số $a, b, c \in [0; 1]$. Chứng minh rằng: $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$.		
	Vì $b, c \in [0; 1]$ nên suy ra $b^2 \leq b; c^3 \leq c$.		0,25
	Do đó: $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq a + b + c - ab - bc - ca$ (1).		0,5
	Lại có: $a + b + c - ab - bc - ca = (a-1)(b-1)(c-1) - abc + 1$ (2)		0,5
	Vì $a, b, c \in [0; 1]$ nên $(a-1)(b-1)(c-1) \leq 0; -abc \leq 0$		0,25
	Do đó từ (2) suy ra $a + b + c - ab - bc - ca \leq 1$ (3).		0,25
	Từ (1) và (3) suy ra $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$.		0,25
	Hình vẽ:		
	1)	Xét $\triangle BIO$ và $\triangle CMO$ có:	1,0

5. (5,5đ)	(2đ)	$\widehat{IBO} = \widehat{MCO} (= 45^0)$ (tính chất đường chéo hình vuông) $BO = CO$ (tính chất đường chéo hình vuông) $\widehat{BOI} = \widehat{COM}$ (cùng phụ với $\widehat{BOM}$) $\Rightarrow \Delta BIO = \Delta CMO$ (g.c.g)	
		$\Rightarrow S_{BIO} = S_{CMO}$ mà $S_{BMOI} = S_{BOI} + S_{BMO}$ Do đó $S_{BMOI} = S_{CMO} + S_{BMO} = S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} a^2$	1,0
	2) (1,5đ)	Ta có $\Delta BIO = \Delta CMO$ (cmt) $\Rightarrow CM = BI$ (cặp cạnh tương ứng) $\Rightarrow BM = AI$ Vì $CN \parallel AB$ nên $\frac{BM}{CM} = \frac{AM}{MN} \Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{AM}{MN}$. Từ đó suy ra $IM \parallel BN$	1,0
		Ta có $OI = OM$ (vì $\Delta BIO = \Delta CMO$) $\Rightarrow \Delta IOM$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{IMO} = \widehat{MIO} = 45^0$ Vì $IM \parallel BN \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{IMO} = 45^0 \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BCO}$	0,5
	3) (2đ)	Qua A kẻ tia Ax vuông góc AN cắt CD tại E. Chứng minh $\Delta ADE = \Delta ABM$ (g.c.g) $\Rightarrow AE = AM$	0,5
		Ta có ΔANE vuông tại A có $AD \perp NE$ nên $S_{AEN} = \frac{AD \cdot NE}{2} = \frac{AN \cdot AE}{2} \Rightarrow AD \cdot NE = AN \cdot AE \Rightarrow (AD \cdot NE)^2 = (AN \cdot AE)^2$	0,5
		Áp dụng định lí Pitago vào ΔANE ta có $AN^2 + AE^2 = NE^2$ $\Rightarrow AD^2 \cdot (AN^2 + AE^2) = AN^2 \cdot AE^2 \Rightarrow \frac{AN^2 + AE^2}{AN^2 \cdot AE^2} = \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AD^2}$	0,5
		Mà $AE = AM$ và $CD = AD \Rightarrow \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$	0,5
		Hình vẽ:	
	5. (1,5 đ)		
		Gọi M là trung điểm của BC. Qua B vẽ đường thẳng song song với d cắt AM tại I, ta có: $\frac{AB}{AD} = \frac{AI}{AG}$ (1)	0,25
		Qua C vẽ đường thẳng song song với d cắt AM tại K, ta có: $\frac{AC}{AE} = \frac{AK}{AG}$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{AB}{AD} + \frac{AC}{AE} = \frac{AI + AK}{AG}$ (3) Mặt khác: $AI + AK = (AM - MI) + (AM + MK) = 2AM$ (4) (vì $MI = MK$ do $\Delta BMI = \Delta CMK$)	0,5
		Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{AB}{AD} + \frac{AC}{AE} = \frac{2AM}{AG} = \frac{2AM}{\frac{2}{3}AM} = 3$	0,5