

Câu I (3,0 điểm). Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} \quad 2) B = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$$

Câu II (4,0 điểm). Tìm giá trị của x biết:

$$1) |5x-3| - x = 7 \quad 2) |2x+3| - 4x < 9 \quad 3) \frac{16^x}{8} = 2^x$$

Câu III (4,0 điểm).

1) Với giá trị nguyên nào của x thì biểu thức $A = \frac{14-x}{4-x}$ có giá trị lớn nhất? Hãy tìm giá trị lớn của A tại x ?

$$2) \text{ Tìm } x; y; z \text{ biết: } \left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|y + \frac{2}{3}\right| + |x^2 + xz| = 0$$

3) Cho biểu thức $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$ với x, y, z, t là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh rằng: $M^{10} < 2017$

Câu IV (3,0 điểm).

1) Ba phân số có tổng bằng $\frac{213}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với 3; 4; 5, các mẫu của chúng tỉ lệ với 5; 1; 2. Tìm ba phân số đó.

2) Nhà trường dự định chia vở viết cho 3 lớp 7A, 7B, 7C theo tỉ lệ số học sinh là 7:6:5. Nhưng sau đó vì có học sinh chuyển chuyển giữa 3 lớp nên phải chia lại theo tỉ lệ 6:5:4. Như vậy có lớp đã nhận được ít hơn theo dự định 12 quyển vở. Tính số vở mỗi lớp nhận được.

Câu V (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$). D là trung điểm của AC. Trên đoạn thẳng BD lấy điểm E sao cho $\widehat{DAE} = \widehat{ABD}$. Từ A kẻ $AG \perp BD$ ($G \in$ tia BD); kẻ $CK \perp BD$ ($K \in BD$).

1) Chứng minh rằng: $AK = CG$.

2) Từ C kẻ $CH \perp AE$ ($H \in$ tia AE). Chứng minh EC là phân giác của $\widehat{HCK}$.

3) Chứng minh rằng: $\widehat{DAE} = \widehat{ECB}$.

Câu VI (2,0 điểm)

1) Cho tứ giác ABCD có $\widehat{BAC} = 25^\circ$, $\widehat{CAD} = 75^\circ$, $\widehat{ABD} = 40^\circ$, $\widehat{CBD} = 85^\circ$. Tính số đo của góc $\widehat{BCD}$.

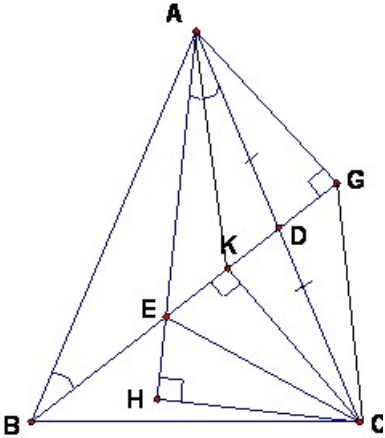
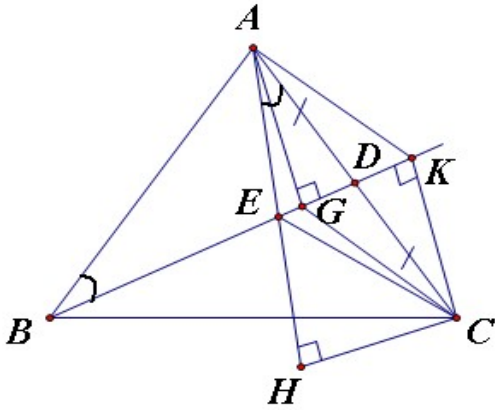
2) Gọi f là một hàm xác định trên tập hợp các số nguyên và thỏa mãn ba điều kiện sau: $f(0) \neq 0$; $f(1)=3$; $f(x)f(y)=f(x+y)+f(x-y)$ với mọi $x, y \in \mathbb{Z}$.

Tính giá trị của $f(7)$.

-----Hết-----

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I (3.0 điểm)	1. (1.5 điểm) $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{1}{3}$	1.5
	2. (1.5 điểm) $B = 3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9 \cdot 4}{4 \cdot 3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = \frac{-35}{2}$	1.5
Câu II (4.0 điểm)	1. (1.5 điểm) T×m x, biÕt: $ 5x - 3 - x = 7 \Leftrightarrow 5x - 3 = x + 7$ (1) §K: $x \geq -7$ $(1) \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3 = x + 7 \\ 5x - 3 = -(x + 7) \end{cases}$ Vÿy c¸ hai gi, trÞ x th¸a m·n ®iÒu kiÖn ®Çu bµi: $x_1 = 5/2$; $x_2 = -2/3$	0.5 0.5 0.5
	2. (1.5 điểm) $ 2x + 3 - 4x < 9 \Leftrightarrow 2x + 3 < 9 + 4x$ (1) §K: $4x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{9}{4}$ $(1) \Leftrightarrow -(4x + 9) < 2x - 3 < 4x + 9$ $\Leftrightarrow x > -2$	0.5 0.5 0.5
	3. (1.0 điểm) $\frac{16^x}{8} = 2^x$ $\Leftrightarrow 2^{4x-3} = 2^x \Rightarrow 4x - 3 = x$ $\Rightarrow x = 1$	0.5 0.5
	1. (2.0 điểm) $A = 1 + \frac{10}{4-x}$ A lín nhÊt $\rightarrow \frac{10}{4-x}$ lín nhÊt - XÐt $x > 4$ th× $\frac{10}{4-x} < 0$ - Xét $4 < x$ thì $\frac{10}{4-x} > 0 \rightarrow A$ lín nhất $\rightarrow 4 - x$ nhó nhất $\Rightarrow x = 3$	0.5 0.5 0.5

Câu III (4.0 điểm)	* Giá trị lớn nhất của A tại x=3 là: A=11	0.5
	2. (1.0 điểm) $\left x - \frac{1}{2}\right + \left y + \frac{2}{3}\right + x^2 + xz = 0$ Áp dụng tính chất $A \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \left x - \frac{1}{2}\right = 0 \\ \left y + \frac{2}{3}\right = 0 \\ x^2 xz = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 0 \\ y + \frac{2}{3} = 0 \\ x(x+z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{2}{3} \\ z = -x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ Vậy x = 1/2; y = -2/3; z = -1/2	0.25 0.25 0.25 0.25
	3. (1.0 điểm) + Ta có: $\frac{x}{x+y+z} < \frac{x}{x+y}$ $\frac{y}{x+y+t} < \frac{y}{x+y}$ $\frac{z}{y+z+t} < \frac{z}{z+t}$ $\frac{t}{x+z+t} < \frac{t}{z+t}$ $\Rightarrow M < \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{z}{z+t} + \frac{t}{z+t}\right) \Rightarrow M < 2$ + Có $M^{10} < 2^{10}$ (Vì $M > 0$) mà $2^{10} = 1024 < 2017$ Vậy $M^{10} < 2017$	0.25 0.25 0.25 0.25
	1. (1.5 điểm) Gọi các phân số phải tìm là: a, b, c ta có : $a + b + c = \frac{213}{70}$ và $a : b : c = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6 : 40 : 25$ $\Rightarrow a = \frac{9}{35}; b = \frac{12}{7}; c = \frac{15}{14}$	0.5 0.5 0.5
Câu IV (3.0 điểm)	2. (1.5 điểm) - Gọi số vở của 3 lớp 7A, 7B, 7C nhận được theo dự định tương ứng là x,y,z và số vở nhận được trong thực tế là a,b,c (với x,y,z,a,b,c thuộc N^*) Ta có : $\frac{x}{7} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{18} \Rightarrow \frac{x}{35} = \frac{y}{30} = \frac{z}{25} = \frac{x+y+z}{90}$ $\frac{a}{6} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{15} \Rightarrow \frac{a}{36} = \frac{b}{30} = \frac{c}{24} = \frac{a+b+c}{90}$	0.5 0.5

	- Do $a+b+c=x+y+z$ Nên ta có $\frac{x}{35} = \frac{a}{36}$ do đó $x < a$ nên số vở của lớp 7A nhận được nhiều hơn so với dự định Số vở lớp 7B nhận được không đổi. Số vở lớp 7C nhận được ít hơn so với dự định, suy ra $z-c=12$ - Từ đó suy ra 7A nhận được 432 quyển vở, lớp 7B nhận được 360 quyển vở, lớp 7C nhận được 288 quyển vở	0.25 0.25
	(Chăm theo hình vẽ của học sinh vì có 2 khả năng: Hình 1 và hình 2 đều có chung lời chứng minh. HS không cần xét 2 trường hợp).   Hình 1 Hình 2	
	1. (1.0 điểm) +) Chứng minh $\triangle ADG = \triangle CDK$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow DK = DG$ (2 cạnh tương ứng). +) Chứng minh $\triangle ADK = \triangle CDG$ (c.g.c) $\Rightarrow AK = CG$ (2 cạnh tương ứng). <u>Kết luận.</u> Vậy $AK = CG$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu V (4.0 điểm)	2. (2.0 điểm) + Chứng minh $\triangle ABG = \triangle CAH$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow AG = CH$ (2 cạnh tương ứng). (1) + Từ $\triangle ADG = \triangle CDK$ (chứng minh trên) $\Rightarrow AG = CK$ (2 cạnh tương ứng) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow CH = CK$. +) Chứng minh $\triangle HEC = \triangle KEC$ (cạnh huyền- cạnh góc vuông)	0.5 0.25 0.25

4

	$\Rightarrow \widehat{ECD} = \frac{180^0 - 170^0}{2} = 5^0$. Vậy $\widehat{ECD} = 60^0 + 5^0 = 65^0$	
	2. (1.0 điểm) <i>Lần lượt áp dụng các tính chất đã cho ta có:</i> $f(1)f(0)=f(1+0)+f(1-0)=2f(1)=6$ suy ra $f(0)=2$ $f(1)f(1)=f(2)+f(0)$ suy ra $f(2)=7$ $f(2)f(1)=f(3)+f(1)$ suy ra $f(3)=18$ $f(3)f(1)=f(4)+f(2)$ suy ra $f(4)=47$ $f(4)f(3)=f(7)+f(1)$ suy ra $f(7)=843$ Vậy $f(7)=843$	0.25 0.25 0.25 0.25

-----Hết-----