

Bài 1 (4.0 điểm)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

1. $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3} - \sqrt{1,8.3,2}$

2. $\frac{2^{12}.5^7 + 4^6.25^3}{8^5.25^3 + (2^2.5)^6}$

Bài 2 (3.0 điểm)

Tìm x, biết:

1. $|x+1| + |x+2| + |x+3| + |x+4| = 10x$

2. $x = \frac{m}{n+2017} = \frac{n}{m+2017} = \frac{2017}{m+n}$ (m, n là hai số thực khác -2017 và $m+n \neq 0$).

Bài 3 (3.0 điểm)

1. Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn: $(20a + 7b + 3) \cdot (20^a + 20a + b) = 803$

2. Cho hàm số (1): $y = k|x| - 3x$ (với $k \in \mathbb{R}$).

Biết đồ thị của hàm số (1) đi qua điểm Q(-2 ; 8). Tìm k rồi vẽ đồ thị của hàm số (1).

Bài 4 (2.0 điểm)

Một đội công nhân có 39 người, được chia thành ba nhóm I, II, III. Nếu thêm 1 người vào nhóm I, thêm 2 người vào nhóm II và bớt 3 người của nhóm III thì số công nhân của ba nhóm I, II, III tỉ lệ nghịch với các số 4; 3; 2. Tìm số công nhân của mỗi nhóm.

Bài 5 (4.5 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Vẽ về phía ngoài tam giác ABC hai tam giác ABM, ACN vuông cân tại A. Gọi E là giao điểm của BN và CM.

1. Chứng minh $\triangle ABN = \triangle AMC$ và $BN \perp CM$.

2. Cho $BM = \sqrt{5}$ cm, $CN = \sqrt{7}$ cm, $BC = \sqrt{3}$ cm. Hãy tính độ dài đoạn thẳng MN.

Bài 6 (3.5 điểm)

Cho tam giác DEF có $\widehat{D} = 60^\circ$. Tia phân giác của góc E cắt cạnh DF ở P. Tia phân giác của góc F cắt cạnh DE ở Q. Gọi O là giao điểm của PE và QF.

1. Tính số đo $\widehat{EOF}$ và chứng minh $OP = OQ$.

2. Tìm điều kiện của tam giác DEF để hai điểm P và Q cách đều đường thẳng EF.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Bài 1 (4.0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2.0 đ)	1. $\sqrt{1^3+2^3+3^3} - \sqrt{1,8.3,2} = \sqrt{1+8+27} - \sqrt{\frac{18.32}{100}}$	0.5
	$= \sqrt{36} - \sqrt{\frac{2.9.2.16}{100}}$	0.25
	$= \sqrt{36} - \sqrt{\left(\frac{2.3.4}{10}\right)^2}$	0.25
	$= 6 - \frac{2.3.4}{10}$	0.5
	$= 6 - \frac{12}{5} = \frac{18}{5}$	0.5
Câu 2 (2.0 đ)	2. $\frac{2^{12}.5^7 + 4^6.25^3}{8^5.25^3 + (2^2.5)^6} = \frac{2^{12}.5^7 + 2^{12}.5^6}{2^{15}.5^6 + 2^{12}.5^6}$	0,5
	$= \frac{2^{12}.5^6.(5+1)}{2^{12}.5^6.(2^3+1)}$	0,5
	$= \frac{2^{12}.5^6.6}{2^{12}.5^6.9}$	0,5
	$= \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	0,5

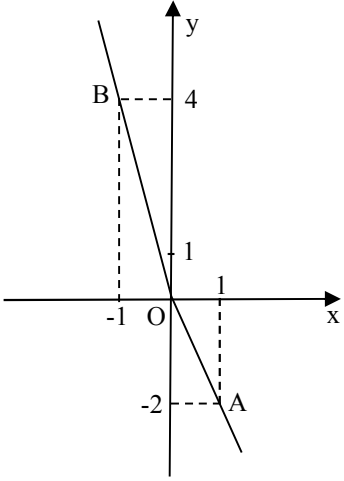
Bài 2 (3.0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1.75 đ)	1. $ x+1 + x+2 + x+3 + x+4 = 10x$ (1)	0.25
	- Chứng minh $ x+1 + x+2 + x+3 + x+4 \geq 0 \forall x$ (2)	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow 10x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$	0.25
	$\Rightarrow x+1 > 0, x+2 > 0, x+3 > 0, x+4 > 0$	0.25
	$\Rightarrow x+1 = x+1, x+2 = x+2, x+3 = x+3, x+4 = x+4$ (3)	0.25
	Từ (1) và (3) $\Rightarrow x+1 + x+2 + x+3 + x+4 = 10x$ $\Rightarrow 4x + 10 = 10x \Rightarrow 6x = 10$	0.25
	$\Rightarrow x = \frac{5}{3}$ (thỏa mãn $x \geq 0$). Vậy $x = \frac{5}{3}$ là giá trị cần tìm.	0.5

Câu 2 (1.25 đ)	2. $x = \frac{m}{n+2017} = \frac{n}{m+2017} = \frac{2017}{m+n}$ - Nếu $m+n+2017 \neq 0$, áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $x = \frac{m}{n+2017} = \frac{n}{m+2017} = \frac{2017}{m+n} = \frac{m+n+2017}{2(m+n+2017)} = \frac{1}{2}$	0,5
	- Nếu $m+n+2017 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m+n = -2017 \\ m+2017 = -n \\ n+2017 = -m \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow x = \frac{m}{-m} = \frac{n}{-n} = \frac{2017}{-2017} = -1$	0,25
	Vậy $x = \frac{1}{2}$ khi $m+n+2017 \neq 0$ $x = -1$ khi $m+n+2017 = 0$.	0,25

Bài 3 (3.0 điểm)

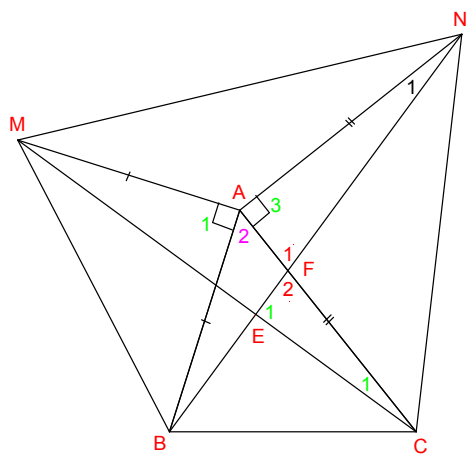
Câu 1 (1.0 đ)	1. $(20a + 7b + 3) \cdot (20^a + 20a + b) = 803$ Từ đề bài $\Rightarrow 20a + 7b + 3$ và $20^a + 20a + b$ lẻ (vì 803 lẻ)	0,25
	Nếu $a \neq 0 \Rightarrow 20^a + 20a$ chẵn. Mà $20^a + 20a + b$ lẻ $\Rightarrow b$ lẻ $\Rightarrow 7b + 3$ chẵn $\Rightarrow 20a + 7b + 3$ chẵn (không thỏa mãn)	0,25
	Vậy $a = 0 \Rightarrow (7b + 3) \cdot (b + 1) = 803 = 1 \cdot 803 = 11 \cdot 73$ Vì $b \in \mathbb{N} \Rightarrow 7b + 3 > b + 1$. Do đó: $\begin{cases} 7b+3=803 \\ b+1=1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 7b+3=73 \\ b+1=11 \end{cases}$	0,25
	- Trường hợp $\begin{cases} 7b+3=803 \\ b+1=1 \end{cases}$ không tìm được b thỏa mãn đề bài. - Trường hợp $\begin{cases} 7b+3=73 \\ b+1=11 \end{cases} \Rightarrow b = 10$. Vậy $a = 0, b = 10$ thỏa mãn đề bài.	0,25
Câu 2 (2.0 đ)	2. Vì đồ thị của hàm số $y = k x - 3x$ đi qua điểm $Q(-2 ; 8)$ nên: $8 = k \cdot -2 - 3 \cdot (-2)$	0,25
	$\Rightarrow 2k + 6 = 8 \Rightarrow k = 1$	0,25
	$\Rightarrow$ Ta có hàm số $y = x - 3x$. Bỏ dấu giá trị tuyệt đối được: $y = -2x$ nếu $x \geq 0$ $y = -4x$ nếu $x < 0$.	0,25
	- Với $y = -2x$ ($x \geq 0$): Cho $x = 1$ thì $y = -2 \Rightarrow$ Điểm $A(1 ; -2)$ thuộc đồ thị hàm số. $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = -2x$ ($x \geq 0$) là tia OA (như hình vẽ).	0,25
	- Với $y = -4x$ ($x < 0$): Cho $x = -1$ thì $y = 4 \Rightarrow$ Điểm $B(-1 ; 4)$ thuộc đồ thị hàm số. $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = -4x$ ($x < 0$) là tia OB, không kể điểm O (như hình vẽ).	0,25

	 Vậy đồ thị của hàm số (1) gồm hai tia OA và OB như hình vẽ.	0,75
--	--	------

Bài 4 (2.0 điểm)

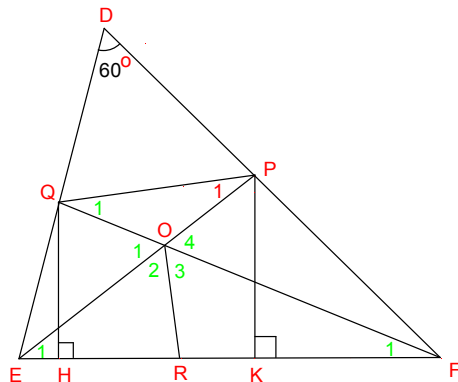
(2.0 đ)	Gọi số công nhân của ba nhóm I, II, III lần lượt là x, y, z (người) ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$ và $x, y, z < 39$).	0,5
	Vì đội công nhân có 39 người $\Rightarrow x + y + z = 39$.	0,25
	Nếu thêm 1 người vào nhóm I, thêm 2 người vào nhóm II và bớt 3 người của nhóm III thì số công nhân của ba nhóm I, II, III tỉ lệ nghịch với các số 4; 3; 2 $\Rightarrow 4(x + 1) = 3(y + 2) = 2(z - 3)$	0,25
	$\Rightarrow \frac{4(x+1)}{12} = \frac{3(y+2)}{12} = \frac{2(z-3)}{12} = \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{6}$	0,25
	$= \frac{x+1+y+2+z-3}{3+4+6} = \frac{x+y+z}{13} = \frac{39}{13} = 3$	0,25
	Tìm được $x = 8, y = 10, z = 21$ (thỏa mãn $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ và $x, y, z < 39$)	0,25
	Vậy số công nhân của ba nhóm I, II, III lần lượt là 8, 10, 21 (người)	0,25

Bài 5 (4.5 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (3.0 đ)		0,5
	1. - Chứng minh $\widehat{BAN} = \widehat{MAC}$ - $\triangle ABN$ và $\triangle AMC$ có: $AB = AM$ ($\triangle ABM$ vuông cân tại A) $\widehat{BAN} = \widehat{MAC}$ (chứng minh trên) $AN = AC$ ($\triangle ACN$ vuông cân tại A) $\Rightarrow \triangle ABN = \triangle AMC$ (c.g.c)	1,0

	- Gọi F là giao điểm của BN và AC. ΔAFN vuông tại A $\Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{F}_1 = 90^\circ$	0,25
	Mà $\widehat{N}_1 = \widehat{C}_1$ (vì $\Delta ABN = \Delta AMC$)	0,25
	$\widehat{F}_1 = \widehat{F}_2$ (hai góc đối đỉnh)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{F}_2 = 90^\circ$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{E}_1 = 90^\circ$ (áp dụng định lý tổng ba góc của một tam giác vào ΔCEF)	0,25
	$\Rightarrow BN \perp CM$ tại E.	0,25
Câu 2 (1.5 đ)	2. Áp dụng định lý Py-ta-go vào các tam giác vuông tại E là BCE, MNE, BME, CNE ta có: $BC^2 = BE^2 + CE^2$; $MN^2 = ME^2 + NE^2$ $BM^2 = BE^2 + ME^2$; $CN^2 = CE^2 + NE^2$	0,5
	$\Rightarrow BC^2 + MN^2 = BM^2 + CN^2$ (cùng $= BE^2 + CE^2 + ME^2 + NE^2$)	0,5
	$\Rightarrow MN^2 = BM^2 + CN^2 - BC^2 = 5 + 7 - 3 = 9$	0,25
	$\Rightarrow MN = 3$ (cm)	0,25

Bài 6 (3.5 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm	
Câu 1 (2.0 đ)		1. - Chứng minh $\widehat{DEF} + \widehat{DFE} = 120^\circ$	0,5
	$\Rightarrow \widehat{E_1} + \widehat{F_1} = 60^\circ$ (EP và FQ là các tia phân giác của góc E và góc F)	0,25	
	$\Rightarrow \widehat{EOF} = 120^\circ$ (áp dụng định lí tổng ba góc của một tam giác vào ΔOEF)	0,25	
	- Kẻ OR là tia phân giác của góc EOF. $\Rightarrow \widehat{O_2} = \widehat{O_3} = 60^\circ$	0,25	
	Chứng minh $\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = \widehat{O_3} = \widehat{O_4} = 60^\circ$	0,25	
	Chứng minh $\Delta OEQ = \Delta OER$ (g.c.g) $\Rightarrow OQ = OR$ (hai cạnh tương ứng)	0,25	
	Chứng minh tương tự có $OP = OR \Rightarrow OP = OQ$ (vì cùng bằng OR)	0,25	
Câu 2 (1.5 đ)	2. - Vì $OQ = OP$ (câu 1) $\Rightarrow \Delta OPQ$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{P_1} = \widehat{Q_1} = \left(180^\circ - \widehat{POQ}\right) : 2$ Lại có $\widehat{POQ} = \widehat{EOF} = 120^\circ$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{P_1} = \widehat{Q_1} = 30^\circ$	0,25	
	- Kẻ QH và PK cùng vuông góc với EF (hình vẽ). Hai điểm P và Q cách đều đường thẳng EF $\Leftrightarrow QH = PK$	0,25	
	$\Leftrightarrow PQ \parallel EF$ (tính chất đoạn chắn)	0,25	
	$\Leftrightarrow \widehat{E_1} = \widehat{P_1} = 30^\circ$ (vì hai góc này ở vị trí so le trong)	0,25	
	$\Leftrightarrow \widehat{DEF} = 60^\circ$ (vì EP là tia phân giác của góc DEF)	0,25	
	$\Leftrightarrow \Delta DEF$ là tam giác đều (vì $\widehat{D} = \widehat{DEF} = 60^\circ$) Vậy ΔDEF là tam giác đều thì hai điểm P và Q cách đều đường thẳng EF.	0,25	

Chú ý

- Trên đây chỉ là hướng dẫn chấm điểm theo bước cho một cách giải;
Các cách giải chính xác khác, giám khảo cho điểm tương ứng.
- Điểm toàn bài thi bằng tổng điểm các câu thành phần (không làm tròn).

