

Câu 1 (4 điểm):

a) Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$ (giả thiết A có nghĩa).

b) Tìm tập hợp các số nguyên x, biết rằng:

$$4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 < x < \left(3\frac{1}{5} : 3,2 + 4,5 \cdot 1\frac{31}{45} \right) : \left(-21\frac{1}{2} \right)$$

Câu 2: (4 điểm)

a) Tìm x, biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \left| x - \frac{1}{15} \right| + \left| x - \frac{1}{35} \right| + \left| x - \frac{1}{63} \right| + \dots + \left| x - \frac{1}{399} \right| = -11x$

b) Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^3 + 15y^3 + 2015$ tại x, y thỏa mãn:

$$|x-2| + \sqrt{(y+1)^{2015}} = 0$$

Câu 3: (4 điểm)

a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo 1: 2: 3.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên a, b sao cho : $2016^a - 1 = -|b - 2015| + b - 2015$.

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$.

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng $\triangle AMN$ đều.

c) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

Câu 5: (2 điểm)

Cho 2016 số nguyên dương : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2016}$ thỏa mãn

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2016}} = 300$$

Chứng minh trong 2016 số đã cho tồn tại ít nhất hai số bằng nhau.

..... **Hết**.....

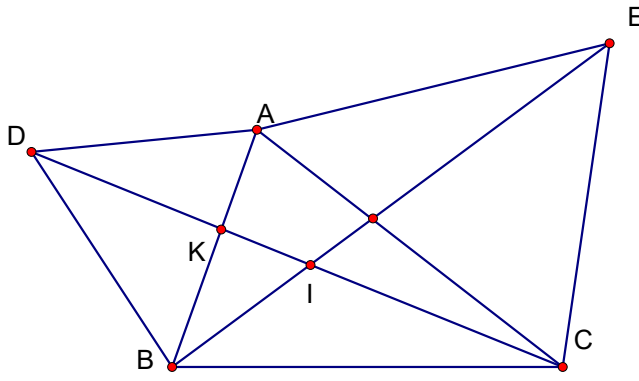
Giám thị trông thi không giải thích gì thêm!

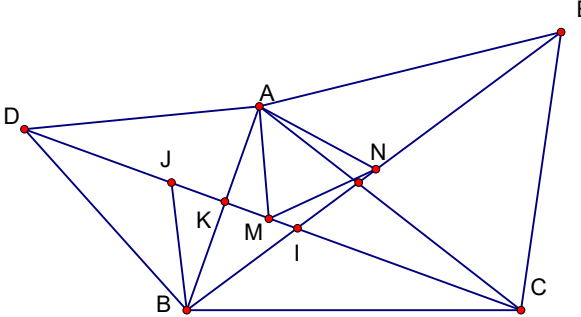
Họ và tên thí sinh:..... SBD.....

Giám thị 1:..... Giám thị 2:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

		Nội dung	Điểm
CÂU 1 (4,5đ)		Đưa về dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} = k (k \neq 0)$	1đ
		$A = \frac{30k + 60k + 96k}{45k + 80k + 120k} = \frac{186}{245}$	1đ
		2) Ta có: $4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 = \frac{41}{9} \cdot \frac{18}{41} - 7 = 2 - 7 = -5$ Lại có: $\left(3\frac{1}{5} : 3,2 + 4,5 \cdot \frac{31}{45}\right) : \left(-21\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{16}{5} \cdot \frac{5}{16} + \frac{9}{2} \cdot \frac{76}{45}\right) : \left(-\frac{43}{2}\right) = \left(1 + \frac{38}{5}\right) \cdot \frac{-2}{43} = \frac{43}{5} \cdot \frac{-2}{43} = \frac{-2}{5}$ Do đó: $-5 < x < \frac{-2}{5}$ mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-4; -3; -2; -1\}$	0,5 1đ 0,5
CÂU 2 (4,5đ)	b (2,0)	a) Nhận xét: Vế trái của đẳng thức luôn > 0 nên vế phải > 0 suy ra $11x < 0$ hay $x < 0$. với $x < 0$ ta có: $\left x - \frac{1}{3}\right + \left x - \frac{1}{15}\right + \left x - \frac{1}{35}\right + \left x + \frac{1}{63}\right + \dots + \left x - \frac{1}{339}\right = -11x$ $\Leftrightarrow -x + \frac{1}{3} - x + \frac{1}{15} - x + \frac{1}{35} - x + \frac{1}{63} - \dots - x + \frac{1}{399} = -11x$ suy ra $-x = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21}\right) = \frac{10}{21}$ (TM) Vậy: $x = -\frac{10}{21}$	0,75đ 0,75đ 0,25đ 0,25đ
		1) Do $ x-2 \geq 0$; $\sqrt{(y+1)^{2015}} \geq 0 \Rightarrow x-2 + \sqrt{(y+1)^{2015}} \geq 0$ với mọi x, y . Kết hợp điều kiện đề bài ta có $x=2$; Từ đó tính được $C=2016$	1đ 0,5đ 0,5đ

CÂU 3 (3,5đ)	a (2đ)	Gọi a, b, c là các chữ số của số có ba chữ số cần tìm. Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c \leq 9$. Ta có $1 \leq a + b + c \leq 27$. Mặt khác số cần tìm là bội của 18 nên là bội của 9, do đó $a + b + c = 9$ hoặc $a + b + c = 18$ hoặc $a + b + c = 27$. Theo đề bài ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$; Như vậy $a + b + c$ chia hết cho 6, nên $a + b + c = 18$. Từ đó suy ra $a = 3, b = 6, c = 9$. Do số phải tìm là bội của 18 nên chữ số hàng đơn vị chẵn, vì vậy hai số cần tìm là: 396; 936.	0,25 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,25 đ 0,5 đ
	b (2,0)	Vì $x \geq x$ dấu bằng xảy ra khi $x \geq 0$ nên $x - x \leq 0$ dấu bằng xảy ra khi x không âm. Vậy $(b-2015) - b-2015 \leq 0$ dấu “=” xảy ra khi $b \geq 2015; b \in N$ (1) Vì a là số tự nhiên nên $2016^a \geq 1$ do đó $2016^a - 1 \geq 0$ (2) dấu “=” xảy ra khi $a = 0$ (2) Từ (1); (2) suy ra $a = 1$ và b là số tự nhiên lớn hơn 2014 Vậy $(a; b) = (0; k) \quad k \in N; k \geq 2015$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
CÂU 4 (6,0đ)	a (1,0)	 Ta có: $AD = AB$; $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ và $AC = AE$ Suy ra $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c)	1 đ 1 đ

	b 2đ	Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$, mà $\widehat{BKI} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh). Khi đó xét $\triangle BIK$ và $\triangle DAK$ suy ra $\widehat{BIK} = \widehat{DAK} = 60^\circ$ (đpcm)  Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow CM = EN$ và $\widehat{ACM} = \widehat{AEN}$ $\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\widehat{CAM} = \widehat{EAN}$ $\widehat{MAN} = \widehat{CAE} = 60^\circ$. Do đó $\triangle AMN$ đều.	0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ
	c (2,0)	Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = IB \Rightarrow \triangle BIJ$ đều $\Rightarrow BJ = BI$ và $\widehat{JBI} = \widehat{DBA} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{IBA} = \widehat{JBD}$, kết hợp $BA = BD$ $\Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{DJB} = 120^\circ$ mà $\widehat{BID} = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{DIA} = 60^\circ$. Từ đó suy ra IA là phân giác của góc DIE	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
CÂU 5 (1,5đ)	(1,5)	Giả sử trong 2016 số nói trên không có 2 số bằng nhau, ta nhóm về trái được $1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2^1+1} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(\frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^2+2} + \frac{1}{2^2+3} + \frac{1}{2^3}\right) + \dots$ $+ \left(\frac{1}{2^9+1} + \frac{1}{2^9+2} + \frac{1}{2^9+3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}\right) + \left(\frac{1}{2^{10}+1} + \frac{1}{2^{10}+2} + \dots + \frac{1}{2^{10}+992}\right) <$ $1 + \frac{1}{2} + \frac{2^1}{2^1+1} + \frac{2^2}{2^2+1} + \frac{2^3}{2^3+1} + \dots + \frac{2^9}{2^9+1} + \frac{992}{2^{10}+1} < 12 < 300$ vô lí vì về trái có giá trị là 300 Vậy trong 300 số kể trên có ít nhất 2 số bằng nhau.	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

Chú ý:

+) Nếu HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.