

Bài 1 (4,0 điểm).

a) Tính hợp lý giá trị biểu thức: $A = \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$

b) Tìm x nguyên biết: $(x-1)(x-3) < 0$

c) Tìm số tự nhiên n, biết rằng: $2^{2n-1} + 4^{n+2} = 264$

Bài 2 (3,0 điểm).

a) Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b$ thỏa mãn $f(-1) = 2$ và $f(1) = 12$.

Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$.

b) Cho x, y, z, t thỏa mãn: $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$

Tính $P = \left(\frac{x+y}{z+t} \right)^{2017} + \left(\frac{y+z}{x+t} \right)^{2018} + \left(\frac{z+t}{x+y} \right)^{2019} + \left(\frac{t+x}{z+y} \right)^{2020}$

Bài 3 (4,0 điểm).

a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỷ lệ theo 1: 2: 3.

b) Ba đường cao của một tam giác có độ dài là 4; 12 và a. Tìm số tự nhiên a.

Bài 4 (3,0 điểm).

a) Tìm số nguyên x để Q có giá trị nguyên biết: $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b) Tìm x, y biết: $\frac{6}{(x-1)^2+2} = |y-2|+3$

Bài 5 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Từ trung điểm D của BC vẽ đường vuông góc với tia phân giác của góc A tại H. Đường thẳng này cắt các tia AB tại E và AC tại F. Vẽ tia BM song song với EF ($M \in AC$).

a) Chứng minh $\triangle ABM$ cân.

b) Chứng minh: $MF = BE = CF$.

c) Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt tia AH tại I. Chứng minh: $IF \perp AC$.

Bài 6 (1,0 điểm). Cho tam giác đều ABC, M là một điểm nằm trong tam giác sao cho $MA : MB : MC = 3 : 4 : 5$. Tính số đo $\widehat{AMB}$.

-----HẾT-----

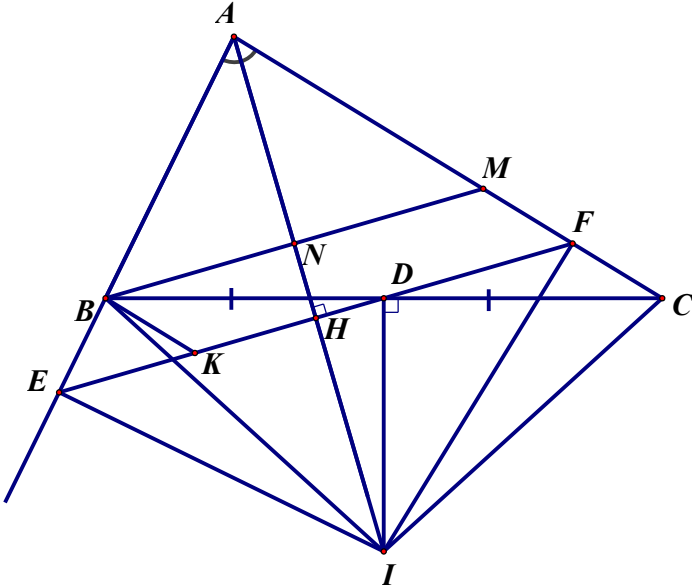
Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

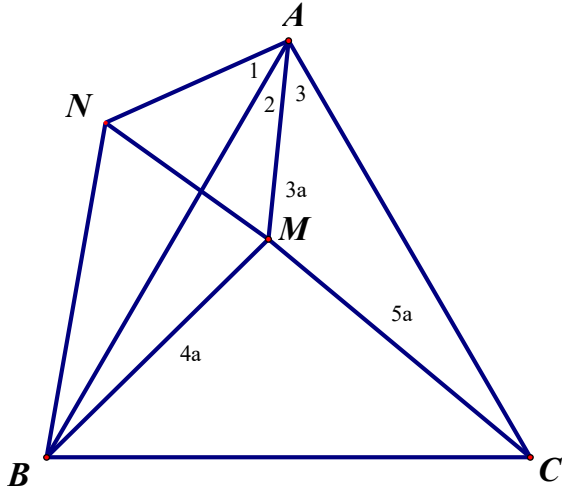
HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7 – NĂM HỌC 2018-2019

Bài	Nội dung	Biểu điểm
1 (4,0đ)	a) Tính hợp lý: $A = \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$ b) Tìm x nguyên để: $(x-1)(x-3) < 0$ c) Tìm số tự nhiên n biết rằng: $2^{2n-1} + 4^{n+2} = 264$	
1a (1,5đ)	$A = \frac{4}{9} : \frac{-3}{5} + \frac{4}{9} : \frac{-3}{22}$	0,25 0,25
	$A = \frac{4}{9} \cdot \frac{-5}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{-22}{3}$	0,25
	$A = \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-5}{3} + \frac{-22}{3} \right)$	0,25
	$A = \frac{4}{9} \cdot \frac{-27}{3} = \frac{4}{9}(-9) = -4$	0,25
	Vậy A = -4	0,25
1b (1,25đ)	$(x-1)(x-3) < 0$ Nhận xét: Tích của hai số âm khi hai số trái dấu Mặc khác: $x-3 < x-1$	0,25
	Do đó: $(x-1)(x-3) < 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$	0,25
	Giải ta được $1 < x < 3$	0,25
	Mà x nguyên, suy ra $x = 2$	0,25
	Vậy $x = 2$	0,25
1c (1,25đ)	Ta có: $2^{2n-1} + 4^{n+2} = 264 \Rightarrow 2^{2n-1} + 2^{2(n+2)} = 264$	0,25
	$\Rightarrow 2^{2n-1} + 2^{2n-1+5} = 264 \Rightarrow 2^{2n-1}(1+2^5) = 264$	0,25
	$\Rightarrow 2^{2n-1} \cdot 33 = 264 \Rightarrow 2^{2n-1} = 8 = 2^3$	0,25
	$\Rightarrow 2n-1 = 3 \Rightarrow n = 2$	0,25
	Vậy $n = 2$	0,25
2 (3,0đ)	a) Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b$ thỏa mãn $f(-1) = 2$ và $f(1) = 12$. Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$. b) Cho x, y, z, t thỏa mãn: $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$	

	Tính $P = \left(\frac{x+y}{z+t}\right)^{2017} + \left(\frac{y+z}{x+t}\right)^{2018} + \left(\frac{z+t}{x+y}\right)^{2019} + \left(\frac{t+x}{z+y}\right)^{2020}$	
2a (1,5đ)	$f(-1) = 2 \Rightarrow -a+b=1$ $f(1) = 12 \Rightarrow a+b=11$	0,25
	Giải tìm được $a=5, b=6$	0,25
	Thay $a=5$ và $b=6$ ta có đa thức $f(x) = x^2 + 5x + 6$	0,25
	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = -3$	0,5
	Vậy đa thức $f(x)$ có hai nghiệm $x = -2 ; x = -3$	0,25
2b (1,5đ)	$\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$ $\Rightarrow \frac{x}{y+z+t} + 1 = \frac{y}{z+t+x} + 1 = \frac{z}{t+x+y} + 1 = \frac{t}{x+y+z} + 1$ $\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{y+z+t} = \frac{x+y+z+t}{z+t+x} = \frac{x+y+z+t}{t+x+y} = \frac{x+y+z+t}{x+y+z}$	0,25
	TH1: $x+y+z+t=0$ $\Rightarrow \begin{cases} x+y=-(z+t) \\ y+z=-(t+x) \\ z+t=-(x+y) \\ t+x=-(y+z) \end{cases}$ $P = (-1)^{2017} + (-1)^{2018} + (-1)^{2019} + (-1)^{2020} = 0$	0,25
	TH2: $x+y+z+t \neq 0$ $\Rightarrow y+z+t = z+t+x = t+x+y = x+y+z \Rightarrow x = y = z = t$ $P = (1)^{2017} + (1)^{2018} + (1)^{2019} + (1)^{2020} = 4$	0,25
	Vậy $P = 0$ hoặc $P = 4$	0,25
3 (4,0đ)	a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỷ lệ theo 1: 2: 3. b) Ba đường cao của một tam giác có độ dài là 4; 12 và a. Tìm số tự nhiên a.	
3a (2,0đ)	Gọi a, b, c là các chữ số của số có ba chữ số cần tìm. Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c \leq 9$. Ta có $1 \leq a+b+c \leq 27$.	0,25
	Mặt khác số cần tìm là bội của 18 nên là bội của 9, do đó $a+b+c = 9$ hoặc $a+b+c = 18$ hoặc $a+b+c = 27$.	0,25
	Theo đề bài ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$;	0,25
	Như vậy $a+b+c$ chia hết cho 6, nên $a+b+c = 18$.	0,25
	Từ đó suy ra $a = 3, b = 6, c = 9$.	0,25
	Do số phải tìm là bội của 18 nên chữ số hàng đơn vị chẵn	0,25

	Vậy hai số cần tìm là: 396; 936.	0,25
3b (2,0đ)	Gọi x, y, z là số đo độ dài 3 cạnh của tam giác ứng với chiều cao 4, 12, a (x, y, z, a dương). Gọi S là diện tích của tam giác ($S > 0$). Ta có: $4x = 12y = az = 2S$ $\Rightarrow x = \frac{S}{2}; y = \frac{S}{6}; z = \frac{2S}{a}$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác ta có $x-y < z < x+y$ nên	0,5
	$\frac{S}{2} - \frac{S}{6} < \frac{2S}{a} < \frac{S}{2} + \frac{S}{6} \Rightarrow \frac{2}{6} < \frac{2}{a} < \frac{2}{3} \Rightarrow 3 < a < 6$.	0,25
	Mà $a \in \mathbb{N}$ nên $a=4$ hoặc $a=5$.	0,5
	Vậy $a=4$ hoặc $a=5$.	0,25
4 (3,0đ)	a) Tìm số nguyên x để Q có giá trị nguyên biết: $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ b) Tìm x, y biết: $\frac{6}{(x-1)^2+2} = y-2 +3$	
4a (2,0đ)	Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 9$	0,25
	Ta có $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	$x \geq 0, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} \in \mathbb{N}$ hoặc $\sqrt{x} \in \mathbb{I}$ (loại)	0,25
	Ta có: $\sqrt{x} \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{x}-3 \in \mathbb{Z}$, ta có:	0,25
	A nguyên khi $\frac{4}{\sqrt{x}-3}$ nguyên	0,25
	$\Rightarrow \sqrt{x}-3 \in U_{(4)} = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$	0,25
	Giải ta tìm được $x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$ (thỏa mãn đk)	0,5
4b (1,0đ)	Vậy $x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$	0,25
	Ta có $(x-1)^2 \geq 0$ với mọi x $\Rightarrow (x-1)^2+2 \geq 2$ với mọi x $\Rightarrow \frac{6}{(x-1)^2+2} \leq 3$ với mọi x	0,25
	Lại có: $ y-2 \geq 0$ với mọi x $\Rightarrow y-2 +3 \geq 3$ với mọi x	0,25
	Dấu bằng xảy ra $\frac{6}{(x-1)^2+2} = 3$ và $ y-2 +3 = 3 \Rightarrow x=1$ và $y=2$	0,25
	Vậy $x=1$ và $y=2$	0,25

5 (5,0đ)	Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Từ trung điểm D của BC vẽ đường vuông góc với tia phân giác của góc A tại H. Đường thẳng này cắt các tia AB tại E và AC tại F. Vẽ tia BM song song với EF ($M \in AC$). a) Chứng minh $\triangle ABM$ cân. b) Chứng minh: $MF = BE = CF$. c) Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt tia AH tại I. Chứng minh: $IF \perp AC$.	
	Vẽ hình và ghi GT, KL 	0,25 0,25
5a (1,0đ)	Gọi giao điểm của AH và BM là N. Ta có: $BM \parallel EF$ (gt) $AH \perp EF$ (gt) Suy ra: $AH \perp BM$ hay $AN \perp BM$ Chứng minh $\triangle ABN = \triangle AMN$ (g.c.g) $\Rightarrow AB = AM \Rightarrow \triangle ABM$ cân tại A	0,25 0,25 0,25 0,25
5b (1,75đ)	Chứng minh $\triangle AEF$ cân tại A $\Rightarrow AE = AF$ Mà $AB = AM \Rightarrow AE - AB = AF - AM \Rightarrow BE = MF$ (1) Vẽ $BK \parallel AC$ ($K \in EF$). Chứng minh $\triangle BKD = \triangle CFD \Rightarrow BK = CF$ Chứng minh $\triangle EBK$ cân tại B $\Rightarrow BE = BK$. Do đó $BE = CF$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MF = BE = CF$	0,25 0,25 0,5 0,5 0,25
5c (1,75đ)	Nối IB, IC. Chứng minh được $IB = IC$ Chứng minh được $\triangle AEI = \triangle AFI \Rightarrow IE = IF$ và $\widehat{AEI} = \widehat{AFI}$ (3) Chứng minh được: $\triangle BEI = \triangle CFI \Rightarrow \widehat{BEI} = \widehat{CFI}$ (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{AFI} = \widehat{CFI}$, mà 2 góc này kề bù nên $\widehat{AFI} = \widehat{CFI} = 90^\circ \Rightarrow IF \perp AC$	0,25 0,5 0,5 0,5

6 <i>(1,0đ)</i>	Cho tam giác đều ABC, M là một điểm nằm trong tam giác sao cho MA : MB : MC = 3 : 4 : 5. Tính số đo $\widehat{AMB}$.	
		
	Do $MA : MB : MC = 3 : 4 : 5$ $\Rightarrow$ Đặt $\frac{MA}{3} = \frac{MB}{4} = \frac{MC}{5} = a$ $\Rightarrow MA = 3a, MB = 4a, MC = 5a$	0,25
	Trên nửa mặt phẳng bờ AC dựng tam giác đều AMN $\Rightarrow AM = AN = MN = 3a$ và $\widehat{AMN} = 60^\circ$ Xét $\triangle ABN$ và $\triangle ACM$ có $AB = AC$ (gt) (5) $AN = AM = 3a$ (6) $\left. \begin{array}{l} \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 60^\circ \\ \widehat{A_2} + \widehat{A_3} = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_3}$ (7) Từ (5), (6) và (7) $\Rightarrow \triangle ABN = \triangle ACM$ (c.g.c) $\Rightarrow BN = CM = 5a$.	0,25
	Xét $\triangle BMN$ có $BN^2 = (5a)^2 = 25a^2$ $BM^2 + MN^2 = (4a)^2 + (3a)^2 = 25a^2$ $\Rightarrow BN^2 = BM^2 + MN^2 \Rightarrow \triangle BMN$ vuông tại M (định lý pytago đảo) $\Rightarrow \widehat{NMB} = 90^\circ$	0,25
	Suy ra : $\widehat{AMB} = \widehat{AMN} + \widehat{NMB} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$	0,25

Lưu ý :

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày những ý cơ bản của một cách giải, nếu học sinh có cách giải khác mà đúng thì Giám khảo vẫn cho điểm nhưng không vượt quá thang điểm của mỗi ý đó.
- Phần hình học, học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- HS làm đến đâu cho điểm tới đó và cho điểm lẻ đến 0,25. Tổng điểm toàn bài bằng tổng điểm của các câu không làm tròn.