

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a. $A = 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}$. b. $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 1)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

b. Cho đường thẳng (d): $y = -x + m - 3$. Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 3. (1,0 điểm) Xác định hàm số $y = (a + 2)x^2$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; -3)$.

Câu 4. (1,0 điểm) Tại cửa hàng điện máy, giá niêm yết một chiếc máy vi tính và một máy in có tổng số tiền là 21,5 triệu đồng. Trong đợt khuyến mãi đầu xuân 2023, mỗi máy vi tính giảm giá 40% và mỗi máy in giảm giá 30%. Bác Quang đã mua trong đợt giảm giá này một máy vi tính và một máy in với tổng số tiền là 13,5 triệu đồng. Hỏi mỗi máy vi tính, máy in nói trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu?

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác DEF vuông tại D có $DE = 5\text{cm}$; $DF = 12\text{cm}$. Tính các tỷ số lượng giác của góc F.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và dây AC (C khác A và B). Gọi N là điểm chính giữa cung AC; I là giao điểm của bán kính ON với dây AC.

a. Chứng minh $\triangle ANC$ cân.

b. Vẽ đường thẳng qua C song song với BN, nó cắt đường thẳng ON tại D; E là giao điểm của AN và CD, EI cắt AB tại Q. Chứng minh $AQ \cdot IC = QE \cdot NI$.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $(x + 1)(y + 1) = 4$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{3+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{3+y^2}}$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9 MÃ ĐỀ 02

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2,0 điểm	$A = 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} = 3\sqrt{3} - \sqrt{\frac{33}{11}}$	0,5
	$= 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$	0,5
	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	$\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$	0,25
Câu 2 2 điểm	a. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1;1)$, suy ra $1 = -a + b$ (1)	0,25
	Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3, suy ra $0 = 3a + b$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} -a + b = 1 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{4} \end{cases}$. Vậy $a = -\frac{1}{4}$; $b = \frac{3}{4}$	0,5
	b. (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 1 $\Rightarrow y = 1$	0,25
Câu 2 1 điểm	Thay $y = 1$ vào hàm số $y = 2x - 1$ ta có $1 = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
	Thay $x = 1, y = 1$ vào hàm số $y = -x + m - 3$ ta có : $1 = -1 + m - 3 \Leftrightarrow m = 5$	0,5
	Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm	
	b. Do đồ thị hàm số $y = (a + 2)x^2$ đi qua điểm $A(1;-3)$ nên	
Câu 3 1,0 điểm	$-3 = (a + 2)1^2 \Leftrightarrow a + 2 = -3 \Leftrightarrow a = -5$.	0,75
	Vậy hàm số cần tìm có dạng là $y = -3x^2$	0,25
Câu 3 1,0 điểm	Gọi x, y lần lượt là giá của máy vi tính và máy in khi chưa giảm giá.	
	(Điều kiện: $0 < x < 21,5, 0 < y < 21,5$; đơn vị: triệu đồng) (*)	0,25
	Tổng 1 chiếc vi tính và 1 chiếc máy in khi chưa giảm giá là: $x + y$ (triệu đồng)	
	nên ta có phương trình: $x + y = 21,5$ (1)	
Câu 3 1,0 điểm	Sau khi một chiếc máy vi tính giảm 40% số tiền bác Quang phải trả cho 1 chiếc máy vi tính là 60% . x (triệu đồng)	
	Sau khi một chiếc máy in giảm 30% số tiền bác Quang phải trả cho 1 chiếc máy in là 70% . y (triệu đồng). Tổng 1 chiếc máy vi tính và 1 chiếc máy in khi được giảm giá là 60% . x + 70% . y (triệu đồng) nên ta có phương trình:	0,25
Câu 3 1,0 điểm	$60\%.x + 70\%.y = 13,5 \Leftrightarrow 6x + 7y = 135$ (2)	

	Từ (1) và (2) ta có hệ PT: $\begin{cases} x + y = 21,5 \\ 6x + 7y = 135 \end{cases}$ Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 15,5 \\ y = 6 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện (*)) Vậy khi chưa giảm giá, máy vi tính có giá là: 15,5 triệu đồng; máy in có giá: 6 triệu đồng	0,25 0,25
Câu 4 1,0 điểm	Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông DEF ta có: $EF = \sqrt{DE^2 + DF^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$ Theo tỷ số lượng giác, ta có: $\sin F = \frac{DE}{EF} = \frac{5}{13}; \cos F = \frac{DF}{EF} = \frac{12}{13}; \tan F = \frac{DE}{DF} = \frac{5}{12}; \cot F = \frac{DF}{DE} = \frac{12}{5}$	0,5 0,5
Câu 5 2,0 điểm	a. Vì N là điểm chính giữa cung AC nên $\widehat{AN} = \widehat{NC} \Rightarrow AN = NC$ $\Rightarrow \Delta ANC$ cân tại N	0,75 0,25

	b. $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AN \perp NB$ mà $CD \parallel BN(GT) \Rightarrow AN \perp CD$ tại E. Mặt khác: $NC = NA$ (cm trên); $OC = OA$ (bán kính) $\Rightarrow ON$ là đường trung trực của $AC \Rightarrow NI \perp IC \Rightarrow \widehat{NIC} = 90^\circ$ Xét tứ giác NICE có $\widehat{NIC} = \widehat{NEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{NIC} + \widehat{NEC} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác NICE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AEQ} = \widehat{NCA}$; lại có $\Rightarrow \widehat{NBA} = \widehat{NCA}$ (cùng chắn cung AN của nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow \widehat{AEQ} = \widehat{NBA}$ Vì tam giác ANB vuông tại N nên $\widehat{NAB} + \widehat{NBA} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{NAB} + \widehat{AEQ} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AQE} = 90^\circ$ Xét $\triangle AQE$ và $\triangle NIC$ có $\widehat{AQE} = \widehat{NIC} = 90^\circ$ (cmt) và $\widehat{AEQ} = \widehat{NCI} \Rightarrow$ tam giác AQE và NIC đồng dạng $\Rightarrow \frac{AQ}{NI} = \frac{QE}{IC}$ hay $AQ \cdot IC = QE \cdot NI$ ta có đpcm	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 6 1,0 điểm	Ta có $(1+x)(1+y) = 4 \Leftrightarrow 3 = x + y + xy$ $\Leftrightarrow 3 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy} + xy \geq 2\sqrt{xy} + xy$ $\Leftrightarrow xy + 2\sqrt{xy} - 3 \leq 0 \Rightarrow (\sqrt{xy} - 1)(\sqrt{xy} + 3) \leq 0 \Rightarrow xy \leq 1$ Áp dụng AM – GM cho 2 số thực dương ta có $\frac{x}{\sqrt{3+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x+y+xy+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{(x+y)(x+1)}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+y} + \frac{x}{x+1} \right) \quad (1)$ Ta lại có: $\frac{y}{\sqrt{3+y^2}} = \frac{y}{\sqrt{x+y+xy+y^2}} = \frac{y}{\sqrt{(x+y)(y+1)}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+1} \right) \quad (2)$ Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta được: $P = \frac{x}{\sqrt{3+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{3+y^2}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} + \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2xy + x + y}{(x+1)(y+1)} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{xy+3}{4} \right) \leq \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1+3}{4} \right) \leq 1 \Rightarrow P \leq 1$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+1} \\ \frac{y}{x+y} = \frac{y}{y+1} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$ Vậy giá trị lớn nhất của P là 1 khi $x = y = 1$	0,25 0,25 0,25 0,25

Lưu ý: Mọi cách giải khác đúng đề cho điểm tối đa.

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

b. $A = 3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$. b. $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

Câu 2. (2,0 điểm)

c. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b , biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 1)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 4.

d. Cho đường thẳng (d): $y = -x + m - 4$. Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 3. (1,0 điểm) Xác định hàm số $y = (a + 1)x^2$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; -2)$.

Câu 4. (1,0 điểm) Tại cửa hàng điện máy, giá niêm yết một chiếc tivi và một quạt điện có tổng số tiền là 19,5 triệu đồng. Trong đợt khuyến mãi đầu xuân 2023, mỗi chiếc tivi giảm giá 20% và mỗi quạt điện giảm giá 30%. Bác Hùng đã mua trong đợt giảm giá này một chiếc tivi và một quạt điện với tổng số tiền là 15,2 triệu đồng. Hỏi mỗi chiếc tivi, quạt điện nói trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu?

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$. Tính các tỷ số lượng giác của góc B.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và dây AC (C khác A và B). Gọi M là điểm chính giữa cung AC; H là giao điểm của bán kính OM với dây AC.

a. Chứng minh $\triangle AMC$ cân.

b. Vẽ đường thẳng qua C song song với BM, nó cắt đường thẳng OM tại D; K là giao điểm của AM và CD, KH cắt AB tại P. Chứng minh $AP \cdot HC = PK \cdot MH$.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $(a + 1)(b + 1) = 4$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a}{\sqrt{3+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{3+b^2}}$

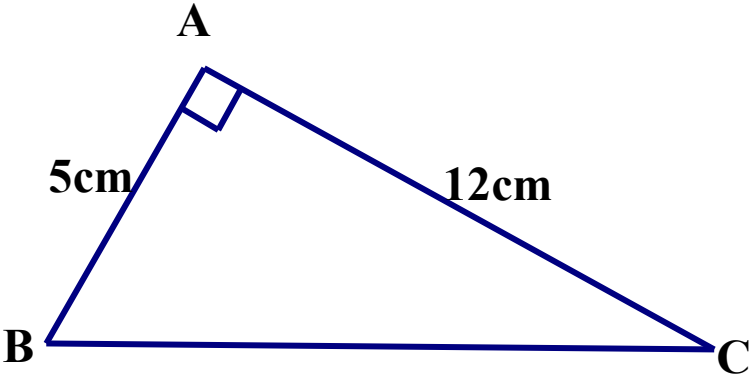
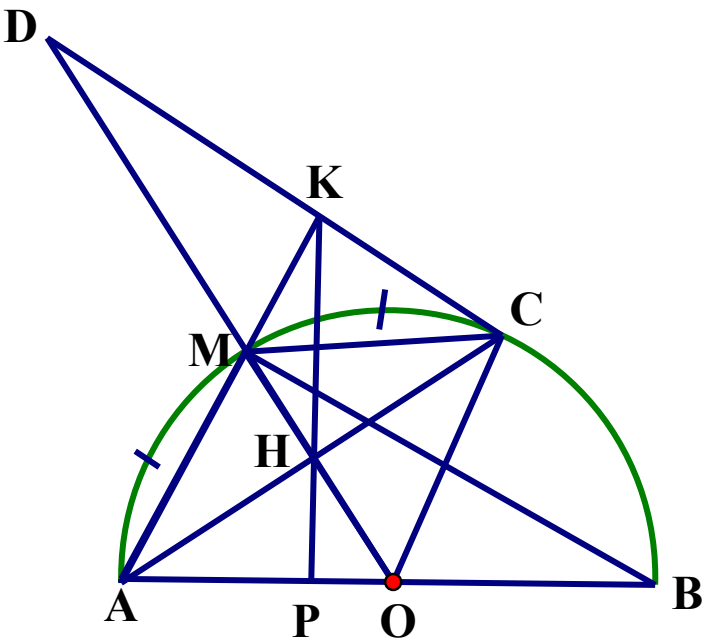
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9 MÃ 01

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2,0 điểm	$A = 3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{\frac{22}{11}}$	0,5
	$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$	0,5
	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$	0,5 0,25
Câu 2 2 điểm	a. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 1)$, suy ra $1 = -a + b$ (1)	0,25
	Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 4, suy ra $0 = 4a + b$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} -a + b = 1 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = \frac{4}{5} \end{cases}$. Vậy $a = -\frac{1}{5}; b = \frac{4}{5}$	0,5
	b. (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 1 $\Rightarrow y = 1$	0,25
	Thay $y = 1$ vào công thức hàm số $y = 2x - 1$ ta có $1 = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
	Thay $x = 1, y = 1$ vào hàm số $y = -x + m - 4$ ta có : $1 = -1 + m - 4 \Leftrightarrow m = 6$	0,5
	Vậy $m = 6$ là giá trị cần tìm	
Câu 2 1 điểm	b. Do đồ thị hàm số $y = (a + 1)x^2$ đi qua điểm $A(1; -2)$ nên	
	$-2 = (a + 1)1^2 \Leftrightarrow a + 1 = -2 \Leftrightarrow a = -3$. Vậy hàm số cần tìm có dạng là $y = -2x^2$	0,75 0,25
Câu 3 1,0 điểm	Gọi x, y lần lượt là giá của ti vi và quạt điện khi chưa giảm giá.	
	(Điều kiện: $0 < x < 19.5, 0 < y < 19.5$; đơn vị: triệu đồng) (*)	0,25
	Tổng 1 chiếc ti vi và 1 chiếc quạt điện khi chưa giảm giá là: $x + y$ (triệu đồng) nên ta có phương trình: $x + y = 19,5$ (1)	
	Sau khi một chiếc ti vi giảm 20% số tiền bác Hùng phải trả cho 1 chiếc ti vi là $80\% .x$ (triệu đồng)	
	Sau khi một chiếc quạt điện giảm 30% số tiền bác Hùng phải trả cho 1 chiếc quạt điện là $70\% .y$ (triệu đồng). Tổng 1 chiếc ti vi và 1 chiếc quạt điện khi được giảm giá là $80\% .x + 70\% .y$ (triệu đồng) nên ta có phương trình:	0,25

	$80\%.x + 70\%.y = 15,2 \Leftrightarrow 8x + 7y = 152 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ PT: $\begin{cases} x + y = 19,5 \\ 8x + 7y = 152 \end{cases}$ Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 15,5 \\ y = 4 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện (*)) Vậy khi chưa giảm giá, ti vi có giá là: 15,5 triệu đồng; quạt điện có giá: 4 triệu đồng	0,25 0,25
Câu 4 1,0 điểm	 Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông ABC ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$ Theo tỷ số lượng giác, ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}; \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}; \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}; \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$	0,5 0,5
Câu 5 2,0 điểm		

	a. Vì M là điểm chính giữa cung AC nên $\widehat{AM} = \widehat{MC} \Rightarrow AM = MC$ $\Rightarrow \triangle AMC$ cân tại M	0,75 0,25
	b. $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AM \perp MB$ mà $CD \parallel BM$ (GT) $\Rightarrow AM \perp CD$ tại K. Mặt khác: $MC = MA$ (cm trên); $OC = OA$ (bán kính) $\Rightarrow OM$ là đường trung trực của AC $\Rightarrow MH \perp HC \Rightarrow \widehat{MHC} = 90^\circ$ Xét tứ giác MHCK có $\widehat{MHC} = \widehat{MKC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MHC} + \widehat{MKC} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác MHCK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AKP} = \widehat{MCA}$; lại có $\Rightarrow \widehat{MBA} = \widehat{MCA}$ (cùng chắn cung AM của nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow \widehat{AKP} = \widehat{MBA}$ Vì tam giác AMB vuông tại M nên $\widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{AKP} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{APK} = 90^\circ$ Xét $\triangle APK$ và $\triangle MHC$ có $\widehat{APK} = \widehat{MHC} = 90^\circ$ (cmt) và $\widehat{AKP} = \widehat{MCH} \Rightarrow$ tam giác APK và MHC đồng dạng $\Rightarrow \frac{AP}{MH} = \frac{PK}{HC}$ hay $AP \cdot HC = PK \cdot MH$ ta có đpcm	0,25 0,25 0,25 0,25
	Ta có $(1+a)(1+b) = 4 \Leftrightarrow 3 = a + b + ab$ $\Leftrightarrow 3 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab} + ab \geq 2\sqrt{ab} + ab$ $\Leftrightarrow ab + 2\sqrt{ab} - 3 \leq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{ab} + 3) \leq 0 \Rightarrow ab \leq 1$ Áp dụng AM – GM cho 2 số thực dương ta có $\frac{a}{\sqrt{3+a^2}} = \frac{a}{\sqrt{a+b+ab+a^2}} = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+1)}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a+1} \right) \quad (1)$ Ta lại có: $\frac{b}{\sqrt{3+b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a+b+ab+b^2}} = \frac{b}{\sqrt{(a+b)(b+1)}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+1} \right) \quad (2)$ Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta được: $P = \frac{a}{\sqrt{3+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{3+b^2}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} + \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2ab + a + b}{(a+1)(b+1)} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{ab+3}{4} \right) \leq \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1+3}{4} \right) \leq 1 \Rightarrow P \leq 1$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{a}{a+b} = \frac{a}{a+1} \\ \frac{b}{a+b} = \frac{b}{b+1} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$ Vậy giá trị lớn nhất của P là 1 khi $a = b = 1$	0,25 0,25 0,25

Lưu ý: Mọi cách giải khác đúng đề cho điểm tối đa.

