

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} + \frac{16}{4-x} \right) \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{7\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm x để biểu thức $P = AB$ nhận giá trị là số nguyên dương.

Bài 2: (2,0 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Sân vận động Morodok Techo ở thủ đô PhnomPenh của Campuchia có sức chứa 60.000 chỗ ngồi là nơi phục vụ cho SEA Games 32. Một đơn vị được giao nhiệm vụ in vé vào sân. Thực tế mỗi ngày đơn vị đó đã in được nhiều hơn 2000 tấm vé so với kế hoạch. Vì thế đơn vị sản xuất đã hoàn thành sớm công việc trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đơn vị đó phải in bao nhiêu tấm vé? (Giả sử số tấm vé mỗi ngày đơn vị sản xuất đó in là như nhau)



2) Một hình nón có bán kính đáy bằng $5cm$ và diện tích xung quanh là $65\pi cm^2$. Tính thể tích của hình nón đó.

Bài 3: (2,5 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-3} + 4.(y-1)^2 = 5 \\ 2\sqrt{x-3} - y^2 + 2y = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + m^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = 4m+3$.

Bài 4: (3,0 điểm).

Cho một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ tiếp tuyến MA tới đường tròn (O) với A là tiếp điểm. Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn (O) tại điểm C khác A . Đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại B , K là trung điểm dây cung BC .

1) Chứng minh tứ giác $OMAK$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $MA^2 = MB.MC$ và tam giác ABK vuông tại A .

3) Kẻ đường kính AE của đường tròn (O) . Chứng minh tam giác ACK đồng dạng với tam giác EMO .

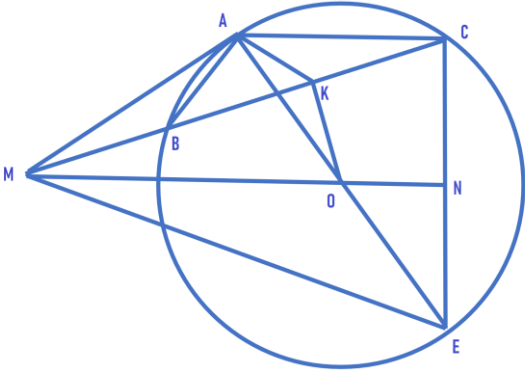
Bài 5: (0,5 điểm). Cho các số thực không âm a, b và c thỏa mãn $a+b+c=1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a+1} + \sqrt{3b+1} + \sqrt{3c+1}$

Họ và tên thí sinh: SBD:

Bài	Nội dung	Điểm
I	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} + \frac{16}{4-x} \right) \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.	2,0
1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.	0,5
	Thay $x=16$ (TMĐK) vào biểu thức A	0,25
	Tính được $A = \frac{\sqrt{16}+2}{2\sqrt{16}+1} = \frac{4+2}{2.4+1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.	0,25
2)	Chứng minh $B = \frac{7\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$.	1,0
	$B = \left(\frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{16}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x}+2)^2 - (\sqrt{x}-2)^2 - 16}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8}$	0,25
	$B = \frac{(x+4\sqrt{x}+4) - (x-4\sqrt{x}+4) - 16}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8}$	0,25
	$B = \frac{8\sqrt{x}-16}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8} = \frac{8(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{8} = \frac{7\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$.	0,25
3)	Tìm x để biểu thức $P = A.B$ nhận giá trị là số nguyên dương.	0,5
	$P = A.B = \frac{\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1} \cdot \frac{7\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} \Rightarrow 2.P = \frac{14\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}+1} = \frac{7(2\sqrt{x}+1)-11}{2\sqrt{x}+1} = 7 - \frac{11}{2\sqrt{x}+1}$ Với $x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 2P < 7 \Rightarrow P < \frac{7}{2}$. Để P nhận giá trị nguyên dương suy ra $P \in \{1; 2; 3\}$	0,25
	+) Với $P=1 \Rightarrow \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = \frac{9}{25}(tm)$ +) Với $P=2 \Rightarrow \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{16}{9}(tm)$ +) Với $P=3 \Rightarrow \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25(tm)$. Vậy $x \in \left\{ \frac{9}{25}; \frac{16}{9}; 25 \right\}$	0,25
II	Sân vận động Morodok Techo ở thủ đô PhnomPenh của Campuchia có sức chứa 60.000 chỗ ngồi là nơi phục vụ cho SEA Games 32. Một đơn vị được giao nhiệm vụ in vé vào sân. Thực tế mỗi ngày đơn vị đó đã in được nhiều hơn 2000 tấm vé so với dự định. Vì thế đơn vị sản xuất đã hoàn	1,5

	thành sớm công việc trước 1 ngày so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đơn vị đó phải in bao nhiêu tấm vé? (Giả sử số vé mỗi ngày đơn vị sản xuất đó in là như nhau)	
1)	Gọi số vé đơn vị sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch là x vé ($x > 0$)	0,25
	Thời gian dự kiến in xong 60.000 tấm vé là $\frac{60000}{x}$ (ngày)	0,25
	Thực tế mỗi ngày đơn vị sản xuất in được số tấm vé là $x + 2000$ (vé)	
	Thời gian thực tế mà đơn vị đó in xong 60000 tấm vé là $\frac{60000}{x + 2000}$ (ngày)	
	Do làm vượt kế hoạch trước 1 ngày ta có phương trình: $\frac{60000}{x} - \frac{60000}{x + 2000} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + 2000x - 120000000 = 0$ Giải phương trình ta được $\begin{cases} x = 10000 > 0(tm) \\ x = -12000 < 0(l) \end{cases}$	0,5
	Đối chiếu với điều kiện và thử lại Vậy theo kế hoạch mỗi ngày đơn vị sản xuất phải in được 10.000 tấm vé	0,25
2)	Một hình nón có bán kính đáy bằng $5cm$ và diện tích xung quanh là $65\pi cm^2$. Tính thể tích của hình nón đó.	0,5
	Gọi h, l lần lượt là chiều cao và đường sinh của hình nón đó. Theo bài cho diện tích xung quanh là $65\pi cm^2$ ta có: $S_{xq} = \pi.R.l = 65\pi \Leftrightarrow 5\pi l = 65\pi \Leftrightarrow l = 13(cm)$. Độ dài chiều cao hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(cm)$	0,25
	Thể tích của hình nón đó là: $V_{nón} = \frac{1}{3}\pi R^2.h = \frac{1}{3}\pi.5^2.12 = 100\pi(cm^3)$. Vậy thể tích hình nón là $100\pi cm^3$	0,25
III	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-3} + 4.(y-1)^2 = 5 \\ 2\sqrt{x-3} - y^2 + 2y = 2 \end{cases}$.	1,0
1)	ĐKXD: $x \geq 3$ $\begin{cases} \sqrt{x-3} + 4.(y-1)^2 = 5 \\ 2\sqrt{x-3} - y^2 + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} + 4.(y-1)^2 = 5 \\ 2\sqrt{x-3} - (y-1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x-3} + 8.(y-1)^2 = 10 \\ 2\sqrt{x-3} - (y-1)^2 = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x-3} + 8.(y-1)^2 = 10 \\ 9(y-1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x-3} + 8.(y-1)^2 = 10 \\ (y-1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} = 1 \\ (y-1)^2 = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ (y-1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ y-1=1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-3=1 \\ y-1=-1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ là $(4; 2)$ và $(4; 0)$	
2)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + m^2$. a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	1.5
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = 4x + m^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 = 0(1)$	0.25
	Tính được $\Delta' = 4 + m^2 > 0$ với $\forall m$	0.25

	Chỉ ra $\Delta' > 0$ với $\forall m$ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt	0.25
	Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0.25
	b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = 4m+3$.	0.5
	Áp dụng hệ thức vi - et vào phương trình (1) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -m^2 \end{cases}$. Biến đổi $x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = 4m+3 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 4x_1 x_2 = 4m+3(2)$	0.25
	Thay vào (2) ta có: $4 + 4m^2 = 4m + 3 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow (2m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2m-1=0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$ Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.25
IV	Cho một điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến MA tới đường tròn (O) với A là tiếp điểm. Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn (O) tại điểm C khác A. Đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại B, K là trung điểm dây cung BC. 1) Chứng minh tứ giác $OMAK$ là tứ giác nội tiếp.	1,0
		0,25
	Theo bài cho MA là tiếp tuyến với đường tròn (C) tại A nên $MA \perp OA \Rightarrow \angle MAO = 90^\circ$	0,25
	K là trung điểm dây cung BC nên $OK \perp BC \Rightarrow \angle OKM = 90^\circ$	0,25
	Tứ giác $OMAK$ có $\angle OKM = \angle MAO = 90^\circ$, A, K là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn OM . Suy ra tứ giác $OMAK$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	2) Chứng minh $MA^2 = MB.MC$ và tam giác ABK vuông tại A .	1,5
	Xét hai tam giác: ΔMCA và ΔMAB có: $\angle AMB = \angle CMA(1)$ (hay góc M chung) $\angle MAB = \angle MCA = \frac{1}{2} \text{sd } AB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB). Suy ra ΔMCA đồng dạng với ΔMAB (g - g)	0,5
	Suy ra: $\frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MB.MC$.	0,25
	Vì $AC \parallel MO \Rightarrow \angle ACM = \angle OKM(2)$ (so le trong)	0,25

	Tứ giác nội tiếp $OMAK$ có $\angle OMK = \angle OAK$ (3) (Hai góc nội tiếp chắn cung OK)	0,25
	Từ (1),(2),(3) suy ra $\angle OAK = \angle MAB$ và $\angle OAM = 90^\circ \Rightarrow \angle KAB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABK$ vuông tại A	0,25
	3) Kẻ đường kính AE của đường tròn (O) . Chứng minh tam giác ACK đồng dạng với tam giác EMO .	0,5
	+) Ta có: $\angle ACE = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CE$ mà $MO \parallel AC \Rightarrow MO \perp CE$ Suy ra MO đi qua trung điểm N của CE hay $\triangle MCE$ cân tại M suy ra $\angle NME = \angle CMN$, Và $\angle ACK = \angle CMN$ (so le trong) nên ta được: $\angle OME = \angle ACK$ (*)	0,25
	+) $\angle AKC + \angle AKM = 180^\circ$ và $\angle AOM + \angle MOE = 180^\circ$ Tứ giác $OMAK$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle AKM = \angle AOM$ Suy ra $\angle AKC = \angle MOE$ (**) Từ (*),(**) suy ra hai tam giác $\triangle ACK$ và $\triangle EMO$ đồng dạng với nhau (g - g)	0,25
V	Cho các số thực không âm a, b và c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a+1} + \sqrt{3b+1} + \sqrt{3c+1}$	0,5
	Vì $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$; $a + b + c = 1$ suy ra $a \leq 1, b \leq 1, c \leq 1$ suy ra $a^2 \leq a, b^2 \leq b, c^2 \leq c$	0,25
	Ta có $P = \sqrt{3a+1} + \sqrt{3b+1} + \sqrt{3c+1} \geq \sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{b^2+2b+1} + \sqrt{c^2+2c+1}$ $\Leftrightarrow P \geq \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(b+1)^2} + \sqrt{(c+1)^2} = a+1 + b+1 + c+1 = (a+b+c) + 3 = 1+3 = 4$ Vậy GTNN của $P = 4$ dấu "=" xảy ra khi $a; b; c$ là hoán vị của $(0; 0; 1)$	0,25