

Câu 1 (2,0 điểm) : Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn A

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A < 1$

Câu 2: (2.0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình : $y = (n-1)x + n + 2$ (với n là tham số). Tìm n để đường thẳng (d) và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$.

2) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1(2x_1 + x_2) - 8 = 4m + (x_2 - 4)^2$

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O, R), $AC < AB$. Tia AO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K (K khác A). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của B và C lên AK. Kẻ AH vuông góc với BC tại H.

a. Chứng minh: Tứ giác ACHF nội tiếp.

b. Chứng minh: HF song song với BK

c. Giả sử BC cố định và A di chuyển trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC luôn là tam giác nhọn. Chứng minh: tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EHF là một điểm cố định.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y-2}{x^2} + \frac{z-2}{y^2} + \frac{x-2}{z^2}$$

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Câu	Nội dung	Điểm
1a) 1,25đ	Điều kiện xác định: $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$	0,25
	$A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}.$	
	$A = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}.$	0,25
	$A = \frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-4\sqrt{x}+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$	0.25
	$A = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}.$	0.25
	$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$	0,25
1b) 0,75đ	Với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$ ta có $A < 1$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow x < 9$	0,25
	Kết hợp điều kiện ta được: $0 \leq x < 9, x \neq 4$ thì $A < 1$	0,25
	Vì x nguyên nên $x \in \{0;1;2;3;5;6;7;8\}$	0,25
Câu 2 (2điểm)	l/ Hệ pt: $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=6 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y=7 \\ x+3y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=1 \end{cases}$	0,75
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -1)$	0,25
	Đề (d) và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung $\Leftrightarrow \begin{cases} n-1 \neq 1 \\ n+2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \neq 2 \\ n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow n = -4. \text{ KL:}$	1,0
Câu 3	1) pt: $x^2 - 5x + 4 = 0$ Ta có: $a + b + c = 1 - 5 + 4 = 0 \Rightarrow$ pt có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 4$	1

	b/ Chứng minh: $HF \parallel BK$ Do tứ giác ACHF nội tiếp nên $\widehat{FHB} = \widehat{CAF}$ (tính chất góc ngoài) Mà $\widehat{CBK} = \widehat{CAF}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK của (O)) $\Rightarrow \widehat{FHB} = \widehat{CBK}$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $HF \parallel BK$	0,25 0,25 0,5
	c/ Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow OM \perp BC$ Gọi N là trung điểm AC $\Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow MN \perp BK$ mà $BK \parallel HF$ (câu b) $\Rightarrow MN \perp HF$. Lại có N là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ACHF nên MN là đường trung trực của HF. $\Rightarrow MH = MF$ (1) + / Chứng minh: tứ giác COFM nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EFM} = \widehat{OCM}$ + / Chứng minh: Tứ giác MOBE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OEM} = \widehat{OBM}$ Mà $\widehat{OCM} = \widehat{OBM} \Rightarrow \widehat{EFM} = \widehat{OEM}$ $\Rightarrow MF = ME$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MH = ME = MF \Rightarrow E, H, F$ cùng thuộc một đường tròn tâm M mà M cố định $\Rightarrow$ đpcm	0,25 0,25 0,25 0,25
	- Từ giả thiết suy ra: $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$	0,25
Câu 5 (1 điểm)	Ta có: $P = \frac{(x-1)+(y-1)}{x^2} + \frac{(y-1)+(z-1)}{y^2} + \frac{(x-1)+(z-1)}{z^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ $= (x-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{z^2}\right) + (y-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + (z-1)\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ $\geq \frac{2(x-1)}{xz} + \frac{2(y-1)}{xy} + \frac{2(z-1)}{yz} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 2$	0,25
	Vì: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 \geq 3\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) = 3$ nên $P \geq \sqrt{3} - 2$	0,25
	Vậy GTNN của P là $\sqrt{3} - 2$, đạt được khi: $x = y = z = \sqrt{3}$	0,25

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Đối với câu 4 (Hình học): Không vẽ hình, hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm;
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

Ngày 05/04/2023

GVBM

Trịnh Thị Tuyết