

Họ tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

**Câu 1 (1,5 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{98} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$ .

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P):  $y = ax^2$ ,  $a \neq 0$ . Tìm a, biết (P) đi qua điểm M(1;4).

**Câu 2 (3,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+5} - \frac{a}{a-25} \right) \cdot \frac{a-5\sqrt{a}}{a}$  với  $a > 0; a \neq 25$ .

2. Cho phương trình  $x^2 + mx - 5 = 0$  (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 4$ .

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

c) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^3 + 5x_2 = 0$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Chương trình ca nhạc “Chân trời rực rỡ” của ca sĩ Hà Anh Tuấn tổ chức tại Ninh Bình vào tháng 2 năm 2023 có năm hạng vé, trong đó hai hạng vé có giá thấp nhất là Silk Road và Matsuri. Biết rằng nếu bán hết 500 vé Silk Road và 1000 vé Matsuri thì số tiền thu về là 1,9 tỉ đồng; nếu bán hết 1000 vé Silk Road và 1500 vé Matsuri thì số tiền thu về là 3,3 tỉ đồng. Tính giá vé Silk Road và giá vé Matsuri.

**Câu 4 (3,5 điểm).**

1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O,  $AB > BC$ . Hai tiếp tuyến của đường tròn tại A và B cắt nhau tại M. Qua M kẻ đường thẳng song song với đường thẳng AC, cắt đường thẳng BC tại N.

a) Chứng minh tứ giác MAOB là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $\widehat{ACB} = \widehat{MOB}$ . Từ đó chứng minh tam giác MNO là tam giác vuông.

2. Đặt một cốc đựng nước trên mặt bàn nằm ngang. Lòng cốc có dạng hình trụ với chiều cao  $h_1 = 14$  cm, bán kính đáy  $r_1 = 3$  cm. Mực nước ban đầu trong cốc là  $h_2 = 8$  cm. Người ta thả từ từ vào cốc một khối cầu đặc bằng sắt có bán kính  $r_2 = 2$  cm. Hỏi cần phải rót thêm vào cốc bao nhiêu mi – li – lít nước để nước dâng đầy miệng cốc? (các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, lấy  $\pi = 3,14$ ).

**Câu 5 (1,0 điểm).**

1. Tìm các số thực dương a, b, c thỏa mãn  $a + b + c + 14 = 2\sqrt{a} + 4\sqrt{b} + 6\sqrt{c}$ .

2. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn  $2x + 3y + z \geq 24$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $Q = x + y + z + \frac{6}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} + 2001$ .

--- HẾT ---

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**TỈNH NINH BÌNH**  
(Hướng dẫn có 04 trang)

**HƯỚNG DẪN CHẤM**  
**ĐỀ KHẢO SÁT, ĐÁNH GIÁ**  
**CHẤT LƯỢNG GIÁO DỤC LỚP 9 THCS**  
**NĂM HỌC 2022-2023 BÀI THI: TOÁN**

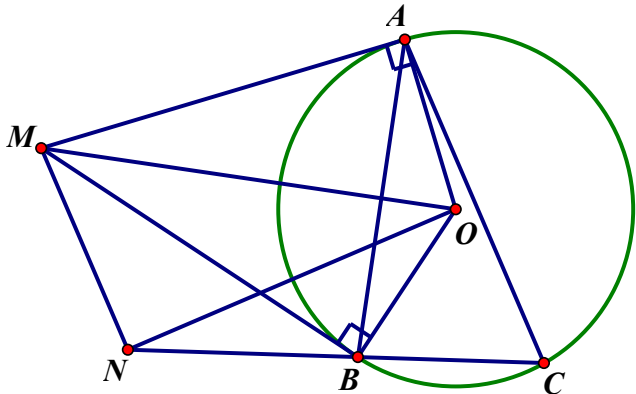
**I. Hướng dẫn chung**

1. Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
2. Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
3. Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho đủ điểm, thang điểm chi tiết do Ban chấm thi thống nhất.
5. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn Ban chấm thi.
6. Tuyệt đối không làm tròn điểm.

**II. Hướng dẫn chi tiết**

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
<b>1</b> <b>(1,5đ)</b>	<b>1. (0,75 điểm)</b>	
	$A = \sqrt{98} + \sqrt{8} - \sqrt{18} = 7\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$	0,5
	$= 6\sqrt{2}.$	0,25
	<b>2. (0,75 điểm)</b>	
	(P) đi qua điểm M(1;4) $\Leftrightarrow a \cdot 1^2 = 4$	0,5
$\Leftrightarrow a = 4.$	0,25	
<b>2</b> <b>(3,0đ)</b>	<b>1. (1,0 điểm)</b>	
	Với $a > 0; a \neq 25$ ta có:	
	$P = \left[ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 5} - \frac{a}{(\sqrt{a} + 5)(\sqrt{a} - 5)} \right] \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 5)}{(\sqrt{a})^2}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 5) - a}{(\sqrt{a} + 5)(\sqrt{a} - 5)} \cdot \frac{\sqrt{a} - 5}{\sqrt{a}}$	0,25
	$= \frac{-5\sqrt{a}}{(\sqrt{a} + 5)(\sqrt{a} - 5)} \cdot \frac{\sqrt{a} - 5}{\sqrt{a}}$	0,25
	$= \frac{-5}{\sqrt{a} + 5}.$ Vậy $P = \frac{-5}{\sqrt{a} + 5}$ với $a > 0; a \neq 25.$	0,25
	<i>(Châm chước không trừ điểm nếu học sinh không kết luận)</i>	
<b>2a. (0,75 điểm)</b>		
Với $m = 4$ , phương trình (1) trở thành $x^2 + 4x - 5 = 0.$	0,25	
<b>Cách 1:</b> Ta có $a + b + c = 1 + 4 + (-5) = 0$	0,25	
nên phương trình trên có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = -5.$		
Vậy với $m = 4$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = -5.$	0,25	
<i>(Châm chước không trừ điểm nếu học sinh không kết luận)</i>		

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p><b>Cách 2:</b> Ta có <math>\Delta' = 2^2 - 1 \cdot (-5) = 9 &gt; 0</math></p> <p>nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt</p> $x_1 = \frac{-2 + \sqrt{9}}{1} = 1, x_2 = \frac{-2 - \sqrt{9}}{1} = -5.$ <p>Vậy với <math>m = 4</math> thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1 = 1, x_2 = -5</math>.</p> <p><i>(Châm chước không trừ điểm nếu học sinh không kết luận)</i></p>	0,25
	<b>2b. (0,5 điểm)</b>	
	<b>Cách 1:</b> $\Delta = m^2 - 4 \cdot (-5) = m^2 + 20 > 0 \forall m.$	0,25
	Do $\Delta > 0 \forall m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m.$	0,25
	<b>Cách 2:</b> Ta có $a.c = 1 \cdot (-5) = -5 < 0.$	0,25
	Do $ac < 0 \forall m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m.$	0,25
	<b>2c. (0,75 điểm)</b>	
	<p>Theo ý b, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi <math>m.</math></p> <p>Theo hệ thức Vi-ét ta có: <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = -m &amp; (2) \\ x_1 x_2 = -5 &amp; (3) \end{cases}</math></p>	0,25
	<p><b>Cách 1:</b> Vì <math>x_1 x_2 = -5</math> nên suy ra <math>x_1 \neq 0, x_2 \neq 0</math> và <math>x_2 = \frac{-5}{x_1}</math>, thay vào điều kiện</p> $x_1^3 + 5x_2 = 0 \text{ ta được } x_1^3 - \frac{25}{x_1} = 0 \Leftrightarrow x_1^4 = 25 \Leftrightarrow x_1^2 = 5 \Leftrightarrow x_1 = \pm\sqrt{5}$	0,25
	$\Rightarrow x_2 = \mp\sqrt{5}.$ <p>Do đó ta có <math>x_1 + x_2 = 0</math>, thay vào (2) ta được <math>-m = 0 \Leftrightarrow m = 0.</math></p> <p>Vậy <math>m = 0</math> thỏa mãn yêu cầu đề bài.</p>	0,25
	<p><b>Cách 2:</b> Theo đề bài: <math>x_1^3 + 5x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 - (-5x_2) = 0 \Leftrightarrow x_1^3 - x_1 x_2^2 = 0</math></p> $\Leftrightarrow x_1(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$	0,25
	<p>+ Nếu <math>x_1 = 0</math> thì <math>x_1 x_2 = 0 \neq -5</math> (không thỏa mãn (3)).</p> <p>+ Nếu <math>x_1 - x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2</math>. Khi đó phương trình (1) có nghiệm kép, mâu thuẫn với kết quả của ý b.</p> <p>+ Nếu <math>x_1 + x_2 = 0</math>, thay vào (2) ta được: <math>-m = 0 \Leftrightarrow m = 0.</math></p> <p>Vậy <math>m = 0</math> thỏa mãn yêu cầu đề bài.</p>	0,25
<b>3</b> <b>(1,0đ)</b>	<p>Đổi: 1,9 (tỉ đồng) = 1900 (triệu đồng); 3,3 (tỉ đồng) = 3300 (triệu đồng).</p> <p>Gọi giá vé Silk Road và giá vé Matsuri lần lượt là <math>x</math> và <math>y</math> (đơn vị: triệu đồng, điều kiện: <math>x &gt; 0; y &gt; 0</math>).</p>	0,25
	<p>Vì nếu bán hết 500 vé Silk Road và 1000 vé Matsuri thì số tiền thu về là 1900 triệu đồng nên ta có phương trình:</p> $500x + 1000y = 1900 \Leftrightarrow 5x + 10y = 19 \quad (1).$	0,25

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	Vì nếu bán hết 1000 vé Silk Road và 1500 vé Matsuri thì số tiền thu về là 3300 triệu đồng nên ta có phương trình: $1000x + 1500y = 3300 \Leftrightarrow 10x + 15y = 33 \quad (2)$ .	
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5x + 10y = 19 \\ 10x + 15y = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 20y = 38 \\ 10x + 15y = 33 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 5 \\ 10x + 15y = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 10x + 15 \cdot 1 = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,8 \text{ (TM)} \\ y = 1 \text{ (TM)} \end{cases}$ .	0,25
	Kết luận: + Giá vé Silk Road là 1,8 triệu đồng; + Giá vé Matsuri là 1 triệu đồng.	0,25
4 (3,5đ)	<b>1. (2,5 điểm)</b>	
	 <p>Vẽ hình đúng để làm ý a: 0,5 điểm</p>	0,5
	<b>a. (1,0 điểm)</b>	
	Vì MA là tiếp tuyến tại A của đường tròn tâm O nên ta có: $MA \perp OA \Rightarrow \widehat{MAO} = 90^\circ$ .	0,25
	Vì MB là tiếp tuyến tại B của đường tròn tâm O nên ta có: $MB \perp OB \Rightarrow \widehat{MBO} = 90^\circ$ .	0,25
	Tứ giác MAOB có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$ . Suy ra tứ giác MAOB là tứ giác nội tiếp.	0,5
	<b>b. (1,0 điểm)</b>	
	Xét đường tròn tâm O ta có: $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$ (1) (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB);	0,25
	OM là tia phân giác của góc AOB (theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{MOB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ACB} = \widehat{MOB}$ (3).	0,25
	Vì MN song song với AC nên $\widehat{MNB} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{MNB} + \widehat{MOB} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác MNBO nội tiếp	0,25
$\Rightarrow \widehat{MNO} = \widehat{MBO} = 90^\circ \Rightarrow \Delta MNO$ vuông tại N.	0,25	

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<b>2. (1,0 điểm)</b>	
	Thể tích của lòng cốc là : $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 14 = 395,64 (\text{cm}^3)$ .	0,25
	Thể tích của lượng nước có sẵn trong cốc là: $V_2 = \pi r_1^2 h_2 = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 8 = 226,08 (\text{cm}^3)$ .	0,25
	Thể tích của khối cầu sắt là: $V_3 = \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 2^3 \approx 33,49 (\text{cm}^3)$ .	0,25
	Thể tích nước cần rót thêm vào cốc để nước dâng đầy miệng cốc là: $V_1 - (V_2 + V_3) = 395,64 - (226,08 + 33,49) = 136,07 (\text{cm}^3)$ . Đổi: $136,07 (\text{cm}^3) = 136,07 (\text{ml})$ . Vậy cần phải rót thêm 136,07 mi-li-lít nước để nước dâng đầy miệng cốc.	0,25
	<b>1. (0,5 điểm)</b>	
	$a + b + c + 14 = 2\sqrt{a} + 4\sqrt{b} + 6\sqrt{c} \Leftrightarrow (\sqrt{a} - 1)^2 + (\sqrt{b} - 2)^2 + (\sqrt{c} - 3)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - 1 = 0 \\ \sqrt{b} - 2 = 0 \\ \sqrt{c} - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \\ c = 9 \end{cases}$	0,25
	Vậy $(a; b; c) = (1; 4; 9)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	
<b>5</b>	<b>2. (0,5 điểm)</b>	
<b>(1,0đ)</b>	Sử dụng điều kiện $2x + 3y + z \geq 24$ và áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có: $Q = x + y + z + \frac{6}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} + 2001$ $= \frac{1}{6}(2x + 3y + z) + (\frac{2x}{3} + \frac{6}{x}) + (\frac{y}{2} + \frac{8}{y}) + (\frac{5z}{6} + \frac{30}{z}) + 2001$	0,25
	$\geq \frac{1}{6} \cdot 24 + 2\sqrt{\frac{2x}{3} \cdot \frac{6}{x}} + 2\sqrt{\frac{y}{2} \cdot \frac{8}{y}} + 2\sqrt{\frac{5z}{6} \cdot \frac{30}{z}} + 2001 = 4 + 4 + 4 + 10 + 2001 = 2023$ . Đẳng thức xảy ra khi $x = 3; y = 4; z = 6$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là 2023, đạt tại $x = 3; y = 4; z = 6$ .	0,25

-----Hết-----