

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

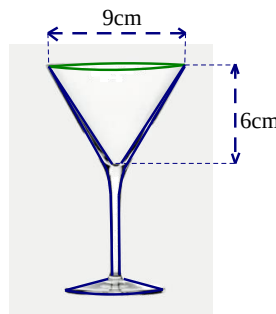
3) Cho $P = A:B$. Tìm số tự nhiên x để biểu thức P đạt giá trị lớn nhất.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai bạn Minh và An xuất phát cùng một lúc từ địa điểm A để đi đến địa điểm B bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ bạn Minh đi nhanh hơn bạn An 2 km nên bạn Minh đến B sớm hơn bạn An 2,5 phút. Biết quãng đường AB dài 13 km, tính vận tốc xe của mỗi người. Hỏi Minh và An đi như vậy có đúng vận tốc quy định hay không nếu căn cứ theo quy định vận tốc tối đa của xe đạp điện là 25km/h.

2) Một ly rượu bằng thủy tinh phần đưng rượu dạng hình nón có đường kính miệng ly là 9 cm, chiều cao hình nón (như hình vẽ) là 6 cm. Hỏi ly đó có thể chứa đầy được bao nhiêu mililiter (ml) rượu? (lấy $\pi \approx 3,14$ và coi độ dày thành ly là không đáng kể).



Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{|x-1|} + 3y = 5 \\ \frac{1}{|x-1|} - 2y = -1 \end{cases}$$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x - m^2 + 3m$ và Parabol $(P): y = x^2$.

a) Với $m = 3$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) .

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là số đo chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích bằng $\frac{7}{4}$ (đvdt).

Bài IV (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn $(O;R)$ đường kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai là D. Kẻ đường thẳng AH vuông góc với đường thẳng OC tại điểm H; đường thẳng AH cắt đoạn thẳng BC tại điểm M.

1) Chứng minh tứ giác ACDH là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $OH \cdot OC = R^2$ và tam giác OHB đồng dạng với tam giác OBC.

3) Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại K. Chứng minh HM là tia phân giác của góc DHB và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$.

Bài V (0,5 điểm)

Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn $a+b=1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$.

.....Hết.....

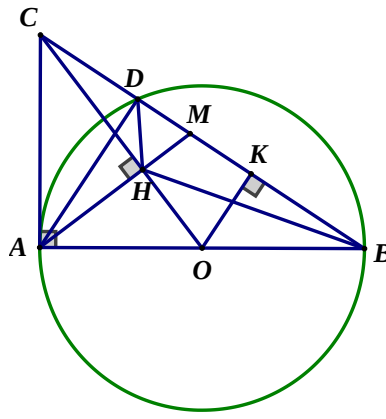
HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI KIỂM TRA KHẢO SÁT TOÁN LỚP 9

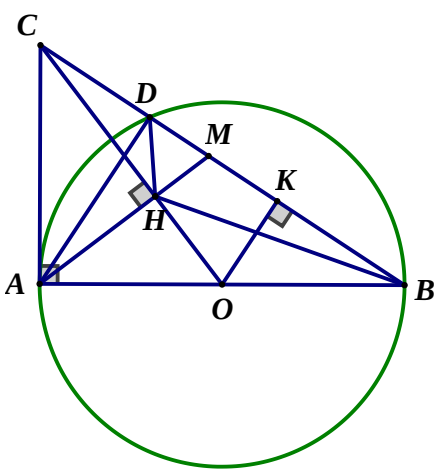
Năm học 2022-2023

Bài	Nội dung	Điểm
Bài I (2,0đ)	Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$	0,5
	a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$	
	Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A	0,25
	Tính được $A = \frac{5}{3}$	0,25
	b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$	1,0
	$B = \frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	$B = \frac{x-3\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	
	$B = \frac{x-3\sqrt{x}+4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	$B = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	
	$B = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ (điều phải chứng minh)	0,25
	c) Cho $P = A:B$. Tìm số tự nhiên x để P đạt giá trị lớn nhất	0,5
	$P = A:B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$	
	$P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	
	$P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$	
	$P = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-2}$	
	Trường hợp 1: $0 < x < 4 \Rightarrow P < 0$	
	Trường hợp 2: $x > 4; x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \geq 5$	
	$\Leftrightarrow \sqrt{x} \geq \sqrt{5}$	
	$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 \geq \sqrt{5}-2$	
	$\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-2} \leq \frac{4}{\sqrt{5}-2}$	

	$\Leftrightarrow 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-2} \leq 1 + \frac{4}{\sqrt{5}-2}$ $\Rightarrow P \leq \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ $\Rightarrow P \leq 9 + 4\sqrt{5}$	0,25
	Kết hợp 2 trường hợp $\Rightarrow P$ đạt giá trị lớn nhất là $9 + 4\sqrt{5}$ khi $x = 5$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25
Bài II (2,0đ)	1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình : Hai bạn Minh và An xuất phát cùng một lúc từ địa điểm A để đi đến địa điểm B bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ bạn Minh đi nhanh hơn bạn An 2 km nên bạn Minh đến B sớm hơn bạn An 2,5 phút. Biết quãng đường AB dài 13 km, tính vận tốc xe của mỗi người. Hỏi Minh và An đi như vậy có đúng vận tốc quy định hay không nếu căn cứ theo quy định vận tốc tối đa của xe đạp điện là 25km/h.	1,5
	Gọi vận tốc xe của bạn An là x (km/h, $x > 0$)	0,25
	Khi đó vận tốc xe của bạn Minh là $x + 2$ (km/h).	0,25
	Thời gian bạn An đi hết quãng đường AB là: $\frac{13}{x}$ (h) Thời gian bạn Minh đi hết quãng đường AB là: $\frac{13}{x+2}$ (h)	0,25
	Vì bạn Minh đến nơi sớm hơn An 2,5 phút nên ta có phương trình: $\frac{13}{x} - \frac{13}{x+2} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 624 = 0$	0,25
	Giải phương trình (1) ta được $x_1 = 24$ (TMĐK); $x_2 = -26$ (Loại)	0,25
	Vận tốc xe của An là 24 km/h, vận tốc xe của Minh là 26 km/h. Vậy bạn An đi đúng vận tốc quy định, còn bạn Minh đi không đúng vận tốc quy định.	0,25
	2) Một ly rượu bằng thủy tinh dạng hình nón có đường kính miệng ly là 9cm, chiều cao (như hình vẽ) là 6cm. Hỏi ly đó có thể chứa đầy được bao nhiêu ml rượu? (lấy $\pi \approx 3,14$ và coi độ dày thành ly là không đáng kể).	0,5
	Thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (9:2)^2 \cdot 6 = 40,5\pi \approx 127,17 \text{ (cm}^3\text{)}$ $\Rightarrow V \approx 127,17 \text{ ml.}$	0,25
	Vậy ly có thể chứa đầy khoảng 127,17 ml rượu.	0,25
Bài III (2,5 đ)	1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{2}{ x-1 } + 3y = 5 \\ \frac{1}{ x-1 } - 2y = -1 \end{cases}$	1,0
	Đk: $x \neq 1$	0,25

	$\begin{cases} \frac{2}{ x-1 } + 3y = 5 \\ \frac{1}{ x-1 } - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{ x-1 } + 3y = 5 \\ \frac{2}{ x-1 } - 4y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{ x-1 } + 3y = 5 \\ 7y = 7 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} x-1 =1 \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0(tm) \\ y=1 \\ x=2(tm) \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm $(x;y) \in \{(0;1); (2;1)\}$	0,25
	2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x - m^2 + 3m$ và Parabol $(P): y = x^2$. a) Với $m = 3$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).	1,0
	Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình: $x^2 = 2(m-1)x - m^2 + 3m \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0 \quad (*)$ Thay $m = 3$ vào $(*)$ ta có: $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 4$	0,5
	Với $x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0$ Với $x_2 = 4 \Rightarrow y_2 = 4^2 = 16$	0,25
	Vậy với $m = 3$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(0;0)$ và $B(4;16)$	0,25
	b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích bằng $\frac{7}{4}$.	0,5
	Xét phương trình $(*)$: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$ $a = 1; b = -2(m-1); c = m^2 - 3m$ $\Delta' = (m-1)^2 - 1 \cdot (m^2 - 3m) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m = m + 1$ (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt khi $\Delta' > 0$ $\Leftrightarrow m + 1 > 0$ $\Leftrightarrow m > -1$	0,25
	Theo Vi- et có : $x_1 + x_2 = 2m - 2$; $x_1 \cdot x_2 = m^2 - 3m$ Để x_1, x_2 là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích bằng $\frac{7}{4}$ thì cần có: $x_1 > 0; x_2 > 0$ sao cho $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 4m^2 - 12m - 7 = 0 \quad (**) \end{cases}$	
	Giải PT$(**)$ suy ra $m_1 = -\frac{1}{2}$ (loại); $m_2 = \frac{7}{2}$ (Thỏa mãn) Vậy $m = \frac{7}{2}$ là giá trị cần tìm.	0,25
Bài IV (3,0đ)	Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn $(O;R)$ đường kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai là D. Kẻ đường thẳng AH vuông góc với đường thẳng OC tại điểm H; đường thẳng AH cắt đoạn thẳng BC tại điểm M. 1) Chứng minh tứ giác $ACDH$ là tứ giác nội tiếp.	1,0



Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
Chứng minh được $AHC = ADC = 90^\circ$	0,25
Mà 2 đỉnh H và D là 2 đỉnh kề nhau	0,25
Suy ra $ACDH$ là tứ giác nội tiếp	0,25
2) Chứng minh $OH \cdot OC = R^2$ và tam giác OHB đồng dạng với tam giác OBC .	1,0
Chứng minh $OH \cdot OC = OA^2$; mà $OA = OB = R$ nên $OH \cdot OC = R^2$	0,25
Suy ra $OH \cdot OC = OB^2$ Suy ra $\frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OC}$	0,25
Xét $\triangle OHB$ và $\triangle OBC$ có $\angle HOB$ chung $\frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OC}$ (cmt)	0,25
Suy ra $\triangle OHB \sim \triangle OBC$ (c.g.c)	0,25
3) Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BC tại K . Chứng minh HM là tia phân giác của góc DHB và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$.	1,0
 $\triangle OHB \sim \triangle OBC$ (cmt) $\Rightarrow \angle OHB = \angle OBC$ Chứng minh $\angle CHD = \angle CAD$; $\angle CAD = \angle OBC$ Suy ra $\angle OHB = \angle CHD$ Từ đó suy ra $\angle DHM = \angle BHM$ hay HM là tia phân giác của góc BHD	0,25
$\triangle DHB$ có HM là phân giác trong $\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$ Chứng minh HC là phân giác ngoài của $\triangle DHB \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{HD}{HB}$	0,25

	Vậy $\frac{MD}{MB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow MD \cdot BC = MB \cdot CD$	
	Vì OK vuông góc với BD tại K nên K là trung điểm của BD Từ đó suy ra $MD \cdot (MB + MC) = MB \cdot (MC - MD)$ $\Rightarrow 2MD \cdot MB = MC \cdot (MB - MD)$	0,25
	$\Rightarrow 2MD \cdot MB = 2MK \cdot MC$ $\Rightarrow MB \cdot MD = MK \cdot MC.$	0,25
Bài V (0,5 đ)	Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn $a + b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$.	0.5
	+) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P. Vì $a, b \geq 0 \Rightarrow ab \geq 0$. Ta có: $\sqrt{a(b+1)} = \sqrt{ab+a} \Rightarrow \sqrt{a(b+1)} \geq \sqrt{a}$. Tương tự có $\sqrt{b(a+1)} \geq \sqrt{b}$. Suy ra $P \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b} \Rightarrow P \geq 1$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a, b \geq 0 \\ a + b = 1 \\ ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy $\min P = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$.	0,25
	+) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P. Ta có $2\sqrt{3}P = 2\sqrt{3a(b+1)} + 2\sqrt{3b(a+1)}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy với hai số không âm $3a, b+1$ ta có: $2\sqrt{3a(b+1)} \leq 3a + b + 1.$ Tương tự có: $2\sqrt{3b(a+1)} \leq 3b + a + 1.$ Suy ra $2\sqrt{3}P \leq 3a + b + 1 + 3b + a + 1 \Rightarrow 2\sqrt{3}P \leq 4a + 4b + 2$ $\Rightarrow 2\sqrt{3}P \leq 6 \Rightarrow P \leq \sqrt{3}.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a, b \geq 0 \\ a + b = 1 \\ 3a = b + 1 \\ 3b = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}.$ Vậy $\max P = \sqrt{3} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}.$	0,25

Lưu ý: Học sinh làm đúng theo cách khác vẫn cho điểm tối đa.