

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài I (2 điểm). Cho các biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 3} \text{ và } B = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

1. Tính A tại $x = \frac{1}{9}$.
2. Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$
3. Đặt $P = (A-1) \cdot B$. Tìm giá trị của x để P đạt giá trị lớn nhất.

Bài II (2,5 điểm).

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đơn vị vận tải dự định sử dụng một lượng xe có trọng tải như nhau để chuyên chở 420 tấn vật liệu xây dựng. Tuy nhiên khi làm việc, có 2 xe không hoạt động, do đó mỗi xe còn lại phải chở thêm 7 tấn nữa mới hoàn thành công việc đúng hạn được giao. Hỏi ban đầu, đội vận tải dự định sử dụng bao nhiêu xe và mỗi xe dự định chở bao nhiêu tấn vật liệu? (Biết các xe đều chở khối lượng vật liệu xây dựng như nhau).

2. Bài toán thực tế.

Để làm một cái mũ chú hề như hình bên, bạn An cần một tờ giấy thủ công màu. Mũ là hình nón có đường kính đáy là 160mm, chiều cao là 400mm.

Hãy xác định diện tích tờ giấy màu mà bạn An cần chuẩn bị theo cm^2 ? (lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2).

**Bài III (2 điểm).**

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{x}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x}{x+y} = \frac{13}{3} \end{cases}$$

2. Trên mặt phẳng tọa độ xOy , cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = -6x + m + 3$

a. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 2$.

b. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $y_1 + x_2 = 0$

Bài IV (3 điểm). Cho đường tròn (O), từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). OA cắt BC tại E.

1. Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.

2. Chứng minh: BC vuông góc với OA và $\frac{BA \cdot BE}{AE} = R$.

3. Gọi I là trung điểm của BE, đường thẳng qua I và vuông góc với OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F. Chứng minh $\triangle DOF$ cân và F là trung điểm AC

Bài V (0,5 điểm). Giải phương trình:

$$\sqrt{5x^3 + 3x^2 + 3x - 2} + \frac{1}{2} = \frac{x^2}{2} + 3x$$

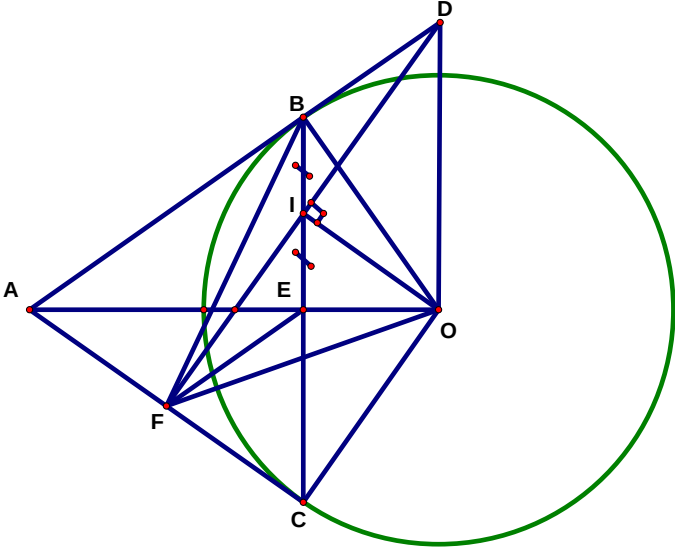
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN TOÁN 9

<i>Bài</i>	<i>Câu</i>		<i>Đáp án</i>	<i>Điểm</i>
I	1		$A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 3} \text{ . Tính } A \text{ tại } x = \frac{1}{9}.$ ĐK: $x > 0; x \neq 9$ $x = \frac{1}{9} \text{ (TMĐK)}$	0,25
			Thay vào A, ta có: $A = \frac{\sqrt{\frac{1}{9}} + 4}{\sqrt{\frac{1}{9}} + 3} = \frac{13}{10}$ Vậy tại $x = \frac{1}{9}$ thì $A = \frac{13}{10}$	0,25
	2		$B = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \left(\frac{x+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$	0,25
			$= \left(\frac{x+3+\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$	0,25
			$= \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$	0,25
			$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \quad \text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3		Đặt $P = (A-1).B$. Tìm giá trị của x để P đạt giá trị lớn nhất. * ĐK: $x > 0; x \neq 9$	0,25

		$P = (A-1).B = \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3} - 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)^2}$ $= \frac{\sqrt{x}+3-2}{(\sqrt{x}+3)^2} = \frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{2}{(\sqrt{x}+3)^2}$ Đặt $a = \frac{1}{\sqrt{x}+3} \Rightarrow P = a - 2a^2$	
		$P = -2a^2 + a = -2 \left(a^2 - \frac{a}{2} \right) = -2 \left[\left(a^2 - 2.a.\frac{1}{4} + \frac{1}{16} \right) - \frac{1}{16} \right]$ $= -2 \left(a - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{1}{8}$ Ta có $-2 \left(a - \frac{1}{4} \right)^2 \leq 0 \quad \forall a$ $\Rightarrow -2 \left(a - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{1}{8} \leq \frac{1}{8} \Rightarrow P \leq \frac{1}{8}$ Dấu “=” xảy ra khi $-2 \left(a - \frac{1}{4} \right)^2 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 (TMDK)$ Vậy $P_{max} = \frac{1}{8}$ đạt được khi $x = 1$	0,25
II		Gọi số xe ban đầu đội vận tải dự định sử dụng là x ($x > 2; x \in N$, đơn vị: xe).	0,25
		Số xe thực tế làm việc là $x - 2$ (xe)	0,25
		Ban đầu mỗi xe dự định chở $\frac{420}{x}$ (tấn/x)	0,25
		Thực tế mỗi xe phải chở là $\frac{420}{x-2}$ (tấn/x)	0,25
		Vì so với dự kiến, mỗi xe phải chở thêm 7 tấn nên ta có phương trình	0,25
		$\frac{420}{x} + 7 = \frac{420}{x-2}$	

		$\Leftrightarrow \frac{420(x-2)}{x(x-2)} + \frac{7x(x-2)}{x(x-2)} = \frac{420x}{x(x-2)}$ $\Leftrightarrow \frac{420x-840+7x^2-14x}{x(x-2)} = \frac{420x}{x(x-2)}$	0,25
		$\Rightarrow 420x-840+7x^2-14x=420x$ $\Leftrightarrow 7x^2-14x-840=0$ $\Leftrightarrow x^2-2x-120=0$ $\Leftrightarrow (x+10)(x-12)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=-10(L) \\ x=12(TM) \end{cases}$	0,25
		Vậy ban đầu đội vận tải dự kiến sử dụng 12 xe Và mỗi xe dự định chở $420:12=35$ (tấn/xe)	0,25
		Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 3,14.160.400 = 200960(mm^2)$	0,25
		Diện tích giấy màu cần dùng là: $S_{xq} = 200960(mm^2) = 2009,6(cm^2)$	0,25
III	1	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2x}{x+y} = \frac{13}{3} \end{cases}$ $ĐK: \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = a \\ \frac{x}{x+y} = b \end{cases}$; hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} 3a+b=-1 \\ a-2b=\frac{13}{3} \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=-1 \\ 3a-6b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18a+6b=-6 \\ 3a-6b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=-1 \\ 21a=7 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3.\frac{1}{3}+b=-1 \\ a=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-1 \\ a=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ a=\frac{1}{3} \end{cases}$	0,25

		$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+y} = -2 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+y} = -2 \\ \sqrt{x-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+y} = -2 \\ x-1=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{10+y} = -2 \\ x=10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 10 = -20 - 2y \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -15 \\ x = 10 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (10; -15)$	0,25
2		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có $-x^2 = -6x + m + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + m + 3 = 0$ $(a = 1; b = 4; c = 4m - m^2)$ Với $m = 2$, ta có phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-5) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$	0,25
		Tung độ giao điểm là $x = 1 \Leftrightarrow y = -1^2 = -1$ $x = 5 \Leftrightarrow y = -5^2 = -25$ Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1; -1); (5; -25)$	0,25
	3	Xét phương trình hoành độ giao điểm là $-x^2 = -6x + m + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + m + 3 = 0$ $(a = 1; b = -6; c = m + 3)$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4.1.(m + 3)$ $= 36 - 4m - 12 = 24 - 4m$ Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Delta > 0 \Leftrightarrow 24 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 6$ Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 6 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m + 3 & (2) \end{cases}$	0,25
		Ta có $y_1 = -x_1^2$ thay vào $y_1 + x_2 = 0$ được Từ (1) ta có $x_2 = 6 - x_1$, thay vào $-x_1^2 + x_2 = 0$ ta có $-x_1^2 + 6 - x_1 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 + x_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + 3)(x_2 - 2) = 0$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_1 = 2 \end{cases}$ TH1: $x_1 = -3 \Rightarrow x_2 = 9$ thay vào (2) ta có $-3.9 = m + 3 \Leftrightarrow m = -30$ (TMĐK) TH1: $x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = 4$ thay vào (2) ta có $2.4 = m + 3 \Leftrightarrow m = 5$ (TMĐK) Vậy đề (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $y_1 + x_2 = 0$ thì $m \in \{-30; 5\}$	
IV	Hình		0,25
	1	Ta có: AB, AC là tiếp tuyến tại B và C của (O) (giả thiết) $\Rightarrow AB \perp OB$ tại B; $AC \perp OC$ tại C (Định nghĩa tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác $ABOC$ có $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$	0,25
		Mà $\widehat{ABO}; \widehat{ACO}$ là hai góc đối của tứ giác $ABOC$. $\Rightarrow ABCO$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)	0,25
	2	Ta có, AB, AC là tiếp tuyến tại B và C của (O) (giả thiết) $\Rightarrow AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)	0,25
		Mà $OA = OB = R$ $\Rightarrow A, O$ thuộc đường trung trực BC (tính chất đảo về các điểm thuộc đường trung trực) $\Rightarrow AO$ là đường trung trực của BC	0,25

		$\Rightarrow AO \perp BC$ tại E	
		Xét $\triangle EAB$ và $\triangle EBO$ có $\widehat{AEB} = \widehat{BEO} = 90^\circ$ $\widehat{BAE} = \widehat{EBO} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ABE} \text{)}$ $\Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle EBO \text{ (g-g)}$	0,25
		$\Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{AB}{OB} \Rightarrow \frac{BE \cdot BA}{AE} = OB = R$	0,25
3	a)	Ta có $\widehat{OID} = \widehat{OBD} = 90^\circ \Rightarrow BDOI$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ODI} = \widehat{OBI} \text{ (hai góc nội tiếp chắn } \widehat{OI} \text{)}$ Ta có $\widehat{FIO} = \widehat{FCO} = 90^\circ \Rightarrow FIOC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IFO} = \widehat{ICO} \text{ (hai góc nội tiếp chắn } \widehat{OI} \text{)}$	0,25
		Ta có $OB = OC = R \Rightarrow \triangle OBC$ cân tại $O \Rightarrow \widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ $\Rightarrow \widehat{ODI} = \widehat{OFI}$ $\Rightarrow \triangle OFD \text{ cân tại } O$	0,25
		Ta có $\triangle ODF$ cân tại O, OI là đường cao $\Rightarrow OI \text{ là đường trung tuyến}$ $\Rightarrow I \text{ là trung điểm } OD$ Mà I là trung điểm BE (giả thiết) $\Rightarrow BDEF \text{ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)}$ $\Rightarrow EF \parallel BD \text{ hay } EF \parallel AB$	0,25
		Xét $\triangle CAB$ có E là trung điểm BC, $EF \parallel AB \text{ (} F \in AC \text{)}$ $\Rightarrow F \text{ là trung điểm } AC.$	0,25
V		Ta có $5x^3 + 3x^2 + 3x - 2 = x^2(5x - 2) + x(5x - 2) + (5x - 2)$ $= (5x - 2)(x^2 + x + 1)$ Phương trình đã cho tương đương với: $\sqrt{(5x - 2)(x^2 + x + 1)} = \frac{x^2}{2} + 3x - \frac{1}{2} \text{ (đkxd : } x \geq \frac{2}{5} \text{)}$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{(5x - 2)(x^2 + x + 1)} = x^2 + 6x - 1$	0,25
		Đặt $a = \sqrt{5x - 2}; b = \sqrt{x^2 + x + 1}, a; b \geq 0$	0,25

		Ta có $2ab = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a = b$ $\sqrt{5x-2} = \sqrt{x^2+x+1}$ Khi đó: $\Leftrightarrow 5x-2 = x^2+x+1$ $\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0$ $S = \{1;3\}$	
--	--	---	--

Chú ý :

- 1) Học sinh phải lập luận đúng và chặt chẽ mới cho điểm tối đa.
- 2) Nếu học sinh có cách giải đúng mà khác với hướng dẫn chấm thì giáo viên thống nhất chia điểm dựa vào hướng dẫn chấm dành cho câu hay ý đó.
- 3) Giáo viên có thể chia nhỏ các bước giải để chấm điểm cho học sinh
- 4) Phần hình học: nếu học sinh không vẽ hình tương ứng hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.
- 5) Điểm tổng toàn bài để lẻ đến 0,25.