

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2 điểm) : Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{18}{x-9}$

với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 36$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

c) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Câu 2 (2 điểm) : Cho hàm số $y = (m-1)x + 3$ với m là tham số, $m \neq 1$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ 2.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được.

c) Gọi N là giao điểm của đồ thị vẽ ở câu 2 với trục tung. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng MN.

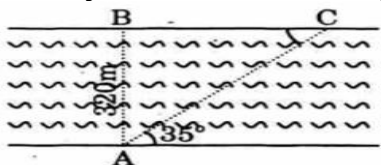
Câu 3 (1 điểm) : Giải phương trình:

a. $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} + 3x = 4$

b. $\sqrt{4x+20} - 2\sqrt{x+5} + \sqrt{9x+45} = 12$

Câu 4 (4,5 điểm) :

1. Một khúc sông rộng khoảng 320 m. Một con thuyền di chuyển vượt khúc sông nước chảy mất 8 phút. Tính vận tốc của con thuyền biết rằng đường đi của con thuyền tạo với bờ một góc 35° (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2. Cho đường tròn (O) từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh ba điểm A, O, H thẳng hàng và các điểm A, B, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính BD của (O). Vẽ CK vuông góc với BD.

Chứng minh $AC.CD = CK.AO$.

c) Tia AO cắt đường tròn (O) tại M (M nằm giữa A và O).

Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d) Gọi I là giao điểm của AD và CK. Chứng minh I là trung điểm của CK.

Câu 5 (0,5 điểm) : Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$C = \sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} + \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2}$$

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Nội dung	Điểm
Câu 1(2,0 điểm) a) Thay $x = 36$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ ta được $A = \frac{7}{\sqrt{36}+8} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$	0,5
b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$ $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)+2(\sqrt{x}-3)-18}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x+5\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ $= \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+8)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} \text{ (đpcm).}$ c) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.	1
$P = A \cdot B = \frac{7}{\sqrt{x}+3} \Rightarrow 0 < P \leq \frac{7}{3}, \text{ mà } P \text{ nguyên nên } P = 1 \text{ hoặc } P = 2$ $P = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = 7 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ $P = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy để P nguyên thì $x = 16$ hoặc $x = \frac{1}{4}$.	0,5
Câu 2 (2 điểm) a) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ 2 thì $M(2;0)$. Thay tọa độ điểm M vào hàm số $y = (m-1)x+3$ ta tìm được $m = -\frac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện). Với $m = -\frac{1}{2}$ thì $y = -\frac{3}{2}x+3$ cắt trục tung tại $N(0;3)$, cắt trục hoành tại $M(2;0)$	0,75
b) Vẽ đồ thị Vẽ hệ trục tọa độ Oxy đúng quy định, biểu diễn đúng 1 trong 2 điểm $M(2;0)$ hoặc $N(0;3)$ Vẽ hoàn thiện đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x+3$.	0,75
c) Gọi N là giao điểm của đồ thị vẽ ở câu 2 với trục tung. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng MN. Vẽ $OH \perp MN$ tại H. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OMN ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}$ Từ đồ thị hàm số vẽ ở câu 2 ta có $OM = 2, ON = 3$ (đvdd). Từ đó tính được $OH = \frac{6\sqrt{13}}{13}$ (đvdd) và kết luận.	0,5

Câu 3(1 điểm)

$$a) \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + 3x = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} + 3x = 4 \Leftrightarrow |2x-1| + 3x = 4$$

$$\text{TH1: } x \geq \frac{1}{2} \quad \text{Giải ra được } x = 1 \text{ (T/m)}$$

$$\text{TH2: } x < \frac{1}{2} \quad \text{Giải ra được } x = 3 \text{ (k t/m)}$$

$$\text{Vậy } S = \{1\}$$

0,5

$$b. \text{ĐKXĐ: } x \geq -5$$

$$\sqrt{4x+20} - 2\sqrt{x+5} + \sqrt{9x+45} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x+5)} - 2\sqrt{x+5} + \sqrt{9(x+5)} = 12$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5} - 2\sqrt{x+5} + 3\sqrt{x+5} = 12$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 4$$

$$\Leftrightarrow x+5=16$$

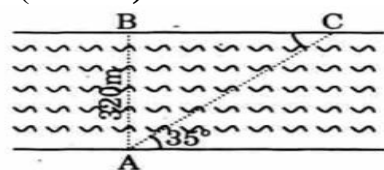
$$\Leftrightarrow x=11 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \{11\}$$

0,5

Câu 4 (4,5 điểm)

1. (1 điểm)



Gọi độ rộng khúc sông là $AB = 320\text{m}$, quãng đường con thuyền đã di chuyển là AC .

Xét $\triangle ABC$, $B = 90^\circ$

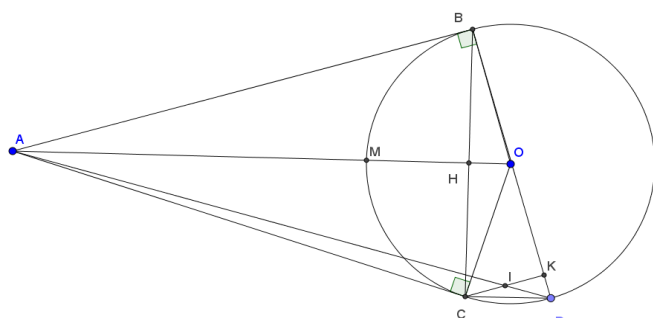
$$\text{ta có: } \sin C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin C} = \frac{320}{\sin 35^\circ} \approx 558\text{m} = 0,558\text{km}$$

$$\text{Đổi } 8 \text{ phút} = \frac{2}{15} \text{ h}$$

$$\text{Vận tốc của thuyền là: } 0,558 : \frac{2}{15} \approx 4,2 (\text{km} / \text{h})$$

1

2. (3,5 điểm) Vẽ hình đúng đến câu a



0,25

a) Chứng minh ba điểm A, O, H thẳng hàng và các điểm A, B, C, O cùng thuộc một đường tròn.

Ta có $AB = AC$ (Vì AB, AC là tiếp tuyến của (O)) $OB = OC = R$ Nên OA là trung trực của BC. Suy ra $OA \perp BC$ Ta có: $\triangle OBC$ cân tại O, OH là đường trung tuyến nên $OH \perp BC$ Suy ra: ba điểm A, O, H thẳng hàng Ta có AB, AC là tiếp tuyến của (O) nên $\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$ $\triangle ABO$ vuông tại B nên ba điểm A, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO $\triangle ACO$ vuông tại C nên ba điểm A, C, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO Vậy ba điểm A, B, C, O cùng thuộc một đường tròn.	0,5
b) Kẻ đường kính BD của (O). Vẽ CK vuông góc với BD. C/m $AC \cdot CD = CK \cdot AO$. $\triangle DCB$ vuông tại C nên $\angle CDB + \angle DBC = 90^\circ$ $\triangle OHB$ vuông tại H nên $\angle HOB + \angle HBO = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle CDB = \angle HOB$ mà $\angle HOB = \angle HOC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle CDB = \angle HOC$ hay $\angle CDK = \angle AOC$ c/m được: $\triangle KDC \sim \triangle COA$ (g - g) $\Rightarrow \frac{KC}{CA} = \frac{DC}{OA} \Rightarrow KC \cdot OA = DC \cdot CA$	1
b) Tia AO cắt đường tròn (O) tại M (M nằm giữa A và O). Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Ta có : $\angle MBA = 90^\circ - \angle OBM$; $\angle MBC = 90^\circ - \angle OMB$ Mà $\angle OBM = \angle OMB$ (vì $\triangle OBM$ cân tại O) $\Rightarrow \angle MBA = \angle MBC$ Khi đó BM là phân giác của $\angle ABC$ (1) Mặt khác AM là phân giác của $\angle BAC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) (2) Từ (1) và (2) suy ra: M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC	1
c) Gọi I là giao điểm của AD và CK. Chứng minh I là trung điểm của CK. Ta có $CK \parallel AB$ (vì cùng vuông góc với BD) Xét $\triangle ABD$, theo định lý Ta lét ta có: $\frac{IK}{AB} = \frac{DK}{DB} \Rightarrow IK \cdot DB = AB \cdot DK$ (3) Để thấy $\triangle ABO \sim \triangle CKD$ (g - g) $\Rightarrow \frac{CK}{AB} = \frac{DK}{OB} \Rightarrow CK \cdot OB = AB \cdot DK$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $IK \cdot DB = CK \cdot OB$ Mà $DB = 2 \cdot OB \Rightarrow IK \cdot 2OB = CK \cdot OB \Rightarrow 2 \cdot IK = CK$ Vậy I là trung điểm của CK.	0,25
Câu 5. (0,5 điểm) Ta có: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} = \sqrt{4x^2 + 2xy + 4y^2} = \sqrt{(x+y)^2 + 3(x^2 + y^2)}$. Áp dụng BĐT Cosi, ta có: $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2} \Rightarrow 3(x^2 + y^2) \geq \frac{3}{2}(x+y)^2$	0,5

$$\Rightarrow \sqrt{(x+y)^2 + 3(x^2 + y^2)} \geq \sqrt{\frac{5}{2}}(x+y)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2}}(x+y)^2 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (x+y).$$

Tương tự: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2}}(y+z)^2 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (y+z)$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2}}(z+x)^2 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (z+x).$$

Suy ra:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (x+y) + \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (y+z) + \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (z+x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} + \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2}) \geq \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot (x+y+y+z+z+x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot C \geq \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 2 \cdot (x+y+z) = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 2 = \sqrt{10} \Rightarrow C \geq \sqrt{5}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 \\ y^2 = z^2 \\ z^2 = x^2 \\ x+y+z=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{3}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $C_{\min} = \sqrt{5} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{3}$.

Học sinh trình bày theo cách khác mà đúng vẫn tính điểm tối đa