

Câu I (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$, với $x > 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm các giá trị của x để $P = 7$.

Câu II (2,0 điểm).

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (3m-1)x + 2 - m$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; -3)$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 4y = -2 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 - 9x + 8 = 0$
2. Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 3 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $m(x_1^3 + x_2^3) + x_1^2 x_2^2 = 9$.

Câu IV (3,0 điểm). Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q và R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (M nằm giữa P, N và dây MN không qua tâm O). Gọi I là trung điểm của đoạn MN .

1. Chứng minh rằng tứ giác $PQOR$ nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh rằng IP là phân giác của QIR và $PM \cdot PN = PQ \cdot PR$.
3. Gọi K là giao điểm của PN và QR . Chứng minh: $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PM} + \frac{1}{PN}$.

Câu V (1,0 điểm).

Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x^2 + y^2}{xy(x+y)^3} + \frac{y^2 + z^2}{yz(y+z)^3} + \frac{z^2 + x^2}{zx(z+x)^3}$.

----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu; cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

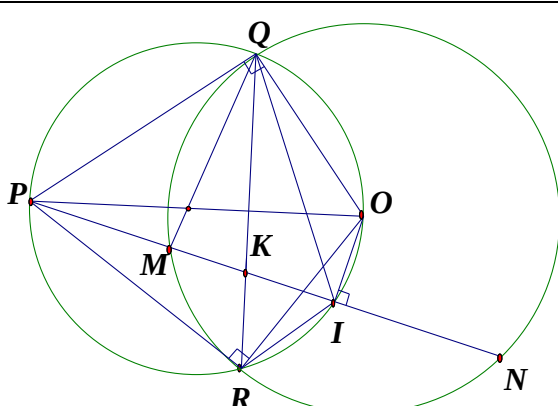
Chữ ký CBCT số 1: Chữ ký CBCT số 2:

Hướng dẫn chung:

1) Nếu học sinh giải cách khác với cách nêu trong HDC này, mà đúng, thì vẫn được điểm tối đa của phần (câu) tương ứng.

2) Trong câu hình, nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai cơ bản thì không cho điểm câu đó.

Câu	Ý	NỘI DUNG	Điểm
I (2,0đ)	1 (1,0đ)	Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$, với $x > 0, x \neq 1$. Rút gọn biểu thức P.	
		Ta có $P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3} - 1)}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + \frac{2(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{x + \sqrt{x} + 1} - (2\sqrt{x} + 1) + 2(\sqrt{x} + 1)$	0,25
		$= \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) + 1$	0,25
		$= x - \sqrt{x} + 1$	0,25
	2 (1,0đ)	Tìm x để P = 7.	
		Do $P = 7$ nên $x - \sqrt{x} + 1 = 7 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0$	0,25
		Đặt $t = \sqrt{x} (t > 0)$ ta được phương trình $t^2 - t - 6 = 0$ (1)	0,25
		Phương trình (1) $\Leftrightarrow (t + 2)(t - 3) = 0$ nên có nghiệm $t_1 = -2$ (loại), $t_2 = 3$	0,25
		Với $t = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$. Vậy với $x = 9$ thì $P = 7$.	0,25
II (2,0đ)	1 (1,0đ)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (3m - 1)x + 2 - m$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; -3).	
		Vì (d) đi qua điểm A(1; -3) nên ta có: $(d): -3 = (3m - 1).1 + 2 - m$.	0,5
		$\Leftrightarrow m = -2$	0,5
	2 (1,0đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 4y = -2 \end{cases}$	
		Hệ $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 4y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 2x - 8y = -4 \end{cases}$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 11y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,5

III (2,0đ)	1 (1,0đ)	Giải phương trình $x^2 - 9x + 8 = 0$	
		Ta có $a = 1, b = -9, c = 8 \Rightarrow a + b + c = 0$	0,5
		Nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = 8$	0,5
		Kết luận: phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = 8$	
	2 (1,0đ)	Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 3 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $m(x_1^3 + x_2^3) + x_1^2 x_2^2 = 9$.	
		Ta có điều kiện để phương trình có hai nghiệm là $\Delta' = 4 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 4$	0,25
		Giả thiết $m(x_1^3 + x_2^3) + x_1^2 x_2^2 = 9 \Leftrightarrow m[(x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)] + x_1^2 x_2^2 = 9$ (1)	0,25
		Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$	0,25
		Thế vào (1), ta được $7m^2 - 32m = 0 \Leftrightarrow m = 0; m = \frac{32}{7}$	
		Kết hợp điều kiện, suy ra $m = 0$.	0,25
IV (3,0đ)	Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q và R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (M nằm giữa P, N và dây MN không qua tâm O). Gọi I là trung điểm của đoạn MN.		
			
	1 (1,0đ)	Chứng minh rằng tứ giác $PQOR$ nội tiếp đường tròn.	
		Ta có $\angle PQO = 90^\circ, \angle PRO = 90^\circ$ (do PQ, PR là hai tiếp tuyến của (O)).	0,5
		Suy ra bốn điểm P, Q, O, R cùng thuộc đường tròn đường kính PO . Vậy tứ giác $PQOR$ nội tiếp đường tròn.	0,5
	2 (1,0đ)	Chứng minh rằng IP là phân giác của $\angle QIR$ và $PM \cdot PN = PQ \cdot PR$.	
		Ta có I là trung điểm của MN , suy ra $OI \perp MN \Rightarrow \angle OIP = 90^\circ$ nên năm điểm P, Q, O, I, R cùng thuộc đường tròn đường kính PO .	0,25
		Suy ra tứ giác $PQIR$ nội tiếp, lại có $PQ = PR$ (tính chất tiếp tuyến) nên trong đường tròn đường kính PO thì số đo $\widehat{PQ} = \widehat{PR} \Rightarrow \angle PIQ = \angle PIR$ hay IP là phân giác của $\angle QIR$.	0,25

		Xét $\triangle PQM$ và $\triangle PNQ$ có QPN chung $PQM = PNQ (= \frac{1}{2} \text{ số } QM \text{ của đường tròn } (O))$, nên $\triangle PQM$ đồng dạng với $\triangle PNQ$ $\Rightarrow \frac{PQ}{PN} = \frac{PM}{PQ} \Rightarrow PQ^2 = PM \cdot PN$	0,25
		Mà $PQ = PR \Rightarrow PQ \cdot PR = PM \cdot PN$	0,25
	3 (1,0đ)	Gọi K là giao điểm của PN và QR. Chứng minh: $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PM} + \frac{1}{PN}$.	
		Ta có: $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PM} + \frac{1}{PN} \Leftrightarrow \frac{2}{PK} = \frac{PM + PN}{PM \cdot PN} = \frac{PI - IM + PI + IN}{PM \cdot PN} = \frac{2PI}{PM \cdot PN}$ $\Leftrightarrow PM \cdot PN = PK \cdot PI$	0,25
		Xét $\triangle PQM$ và $\triangle PNQ$ có QPN chung $PQM = PNQ (= \frac{1}{2} \text{ số } QM)$, Nên $\triangle PQM$ đồng dạng với $\triangle PNQ \Rightarrow \frac{PQ}{PN} = \frac{PM}{PQ} \Rightarrow PQ^2 = PM \cdot PN$ (1)	0,25
		Xét $\triangle PQK$ và $\triangle PIQ$ có QPI chung $PQK = PIQ$ (số $PQ = \text{số } PR$), Nên $\triangle PQK$ đồng dạng với $\triangle PIQ \Rightarrow \frac{PK}{PQ} = \frac{PQ}{PI} \Rightarrow PQ^2 = PK \cdot PI$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra: $PM \cdot PN = PK \cdot PI$ Vậy $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PM} + \frac{1}{PN}$ (đpcm).	0,25
	Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x^2 + y^2}{xy(x+y)^3} + \frac{y^2 + z^2}{yz(y+z)^3} + \frac{z^2 + x^2}{zx(z+x)^3}$		
	V (1,0đ)	$\forall a, b, c > 0$ ta chứng minh được $ab(a+b) \leq a^3 + b^3$ (1) $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ (2) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$ (3) Thật vậy (1) $\Leftrightarrow a^3 + b^3 - ab(a+b) \geq 0 \Leftrightarrow (a+b)(a-b)^2 \geq 0$ (2) $\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) - (a+b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ (3) $\Leftrightarrow (a+b+c)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}) \geq 9 \Leftrightarrow 3\sqrt[3]{abc} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \frac{1}{b} \frac{1}{c}} \geq 9$ (1), (2) đẳng thức xảy ra khi $a = b$. (3) đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$.	0,25
		Áp dụng ta có: $\frac{x^2 + y^2}{xy(x+y)^3} = \frac{x^2 + y^2}{xy(x+y)(x+y)^2} \geq \frac{x^2 + y^2}{(x^3 + y^3)2(x^2 + y^2)} = \frac{1}{2(x^3 + y^3)}$	0,25

		Tương tự $\frac{y^2 + z^2}{yz(y+z)^3} \geq \frac{1}{2(y^3 + z^3)} ; \frac{z^2 + x^2}{zx(z+x)^3} \geq \frac{1}{2(z^3 + x^3)}$	0,25
		Ta được $A \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^3 + y^3} + \frac{1}{y^3 + z^3} + \frac{1}{z^3 + x^3} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2(x^3 + y^3 + z^3)} = \frac{9}{32}$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{9}{32}$	0,25

----- **Hết** -----