

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm 01 trang)

**Bài I. (2,0 điểm)** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+10}{4-x}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=16$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$ .

3) Cho biểu thức  $P = AB$ . Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $P \geq -1$ .

**Bài II. (2,0 điểm)**

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 6 ngày làm xong. Nếu hai đội làm riêng thì đội thứ hai cần nhiều hơn đội thứ nhất 5 ngày mới làm xong công việc đó. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

2) Trống lu là bộ phận có dạng hình trụ của xe lu, trống lu có tác dụng quan trọng trong việc nén phẳng mặt đường. Biết chiều dài của trống lu là 2,14m và bán kính đường tròn đáy là 0,8m. Tính diện tích của phần mặt đường được nén phẳng khi trống lu lăn tròn 100 vòng, lấy  $\pi \approx 3,14$ .



**Bài III. (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{y-3} = 2 \\ 3\sqrt{x} - \frac{2}{y-3} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 4x + m$

a) Với  $m = 5$ , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$ .

b) Tìm tất cả giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 = 12 - x_1 \cdot x_2$

**Bài IV. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn  $(O; R)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm). Vẽ đường kính  $BD$ , đường thẳng  $MD$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại điểm  $C$  ( $C$  khác  $D$ ). Gọi  $H$  là giao điểm của hai đường thẳng  $AB$  và  $MO$ .

1) Chứng minh bốn điểm  $M, A, O, B$  thuộc một đường tròn;

2) Chứng minh  $MA^2 = MC \cdot MD = MH \cdot MO$ ;

3) Chứng minh  $AC \perp CH$  và  $HA^2 = HC \cdot HD$ .

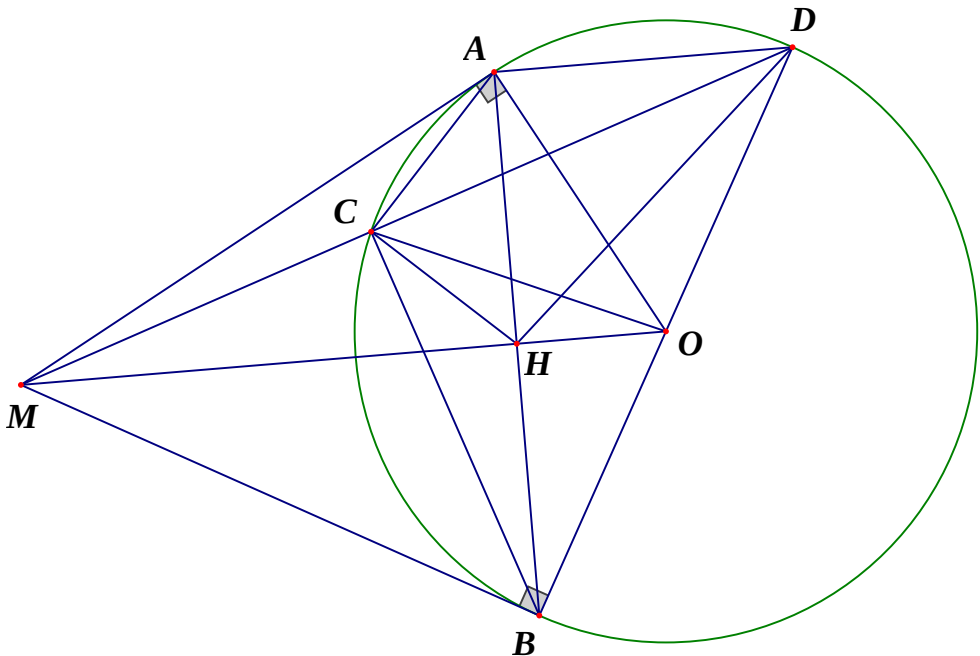
**Bài V. (0,5 điểm)** Cho các số nguyên dương  $x, y$  thỏa mãn  $x + y = 2021$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \sqrt{2 + xy}$

..... Hết .....

| Bài                         | Ý  | Đáp án – Hướng dẫn chấm                                                                                                                                                | Điểm         |
|-----------------------------|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>Bài I</b><br>(2,0 điểm)  | 1) | Tính giá trị của biểu thức $A$ khi $x = 16$                                                                                                                            | <b>0,5 đ</b> |
|                             |    | Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức $A$                                                                                                                                 | 0,25         |
|                             |    | $A = \frac{\sqrt{16} + 2}{\sqrt{16} - 2} = 3$                                                                                                                          | 0,25         |
|                             | 2) | $B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4}$                                                                                                             | 0,25         |
|                             |    | $B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}$                                                                                      | 0,25         |
|                             |    | $B = \frac{2\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}$                                                                                                               | 0,25         |
|                             |    | $B = \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$                                                                                                                                           | 0,25         |
|                             | 3) | Cho biểu thức $P = A.B$ . Tìm tất cả giá trị của $x$ để $P \geq -1$ .                                                                                                  | <b>0,5 đ</b> |
|                             |    | Ta có $P = A.B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \geq 0$ | 0,25         |
|                             |    | Giải được $x = 0$ hoặc $x > 4$<br><b>Học sinh tìm thiếu <math>x = 0</math> trừ 0,25</b>                                                                                | 0,25         |
| <b>Bài II</b><br>(2,0 điểm) | 1) | <i>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</i>                                                                                                  | <b>1,5</b>   |
|                             |    | Gọi thời gian đội I làm riêng xong công việc đó là $x$ ( $x > 0$ , ngày)                                                                                               | 0,25         |
|                             |    | Thời gian đội II làm riêng xong công việc đó là $x + 5$ (ngày)                                                                                                         |              |
|                             |    | Trong 1 ngày, đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)                                                                                                                 | 0,25         |
|                             |    | Trong 1 ngày, đội II làm được $\frac{1}{x + 5}$ (công việc)                                                                                                            |              |
|                             |    | Vì hai đội làm chung trong 6 ngày thì xong công việc nên ta có pt:<br>$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{6}$                                                    | 0,25         |
|                             |    | Giải phương trình ta được $x = 10$ (t/m)                                                                                                                               | 0,5          |
|                             |    | Vậy đội I làm riêng trong 10 ngày thì xong công việc<br>Đội II làm riêng trong 15 ngày thì xong công việc                                                              | 0,25         |
|                             |    | <b>Lưu ý: Học sinh giải phương trình bậc hai bằng máy tính ra kết quả luôn thì cho nửa số điểm phần giải phương trình</b>                                              |              |

|                                   |     |                                                                                                                                                                                                                                                             |            |
|-----------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|                                   | 2)  | Tính được diện tích xung quanh của trống lư:<br>$S_{xq} = 2\pi Rh \approx 2.3,14.0,8.2,14 = 10,75136(m^2)$                                                                                                                                                  | 0,25       |
|                                   |     | Tính được diện tích phần mặt đường được nén phẳng:<br>$S_{xq}.100 = 10,75136.100 = 1075,136(m^2)$                                                                                                                                                           | 0,25       |
| <b>Bài III</b><br><b>2,5 điểm</b> | 1)  | Giải hệ phương trình<br>$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{y-3} = 2 \\ 3\sqrt{x} - \frac{2}{y-3} = 1 \end{cases}$                                                                                                                                           | <b>1đ</b>  |
|                                   |     | $\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{y-3} = 2 \\ 3\sqrt{x} - \frac{2}{y-3} = 1 \end{cases} \quad (\text{điều kiện: } x \geq 0; y \neq 3)$<br><b>Học sinh không tìm điều kiện xác định nhưng có bước kiểm tra nghiệm thì không trừ điểm.</b>                   | 0,25       |
|                                   |     | Giải được $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \frac{1}{y-3} = 1 \end{cases}$                                                                                                                                                                                     | 0,5        |
|                                   |     | Giải được nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$                                                                                                                                                                                       | 0,25       |
|                                   | 2a) | a) Với $m = 5$ , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và parabol $(P)$ .<br>Tìm được tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và parabol $(P)$ là:<br>$(-1;1);(5;25)$<br><b>Học sinh tìm được hai hoành độ giao điểm thì được 0,25</b>                  | 0,5        |
|                                   | 2b) | b) Tìm tất cả giá trị của $m$ để đường thẳng $(d)$ cắt parabol $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 = 12 - x_1 \cdot x_2$                                                                                                    | <b>1,0</b> |
|                                   |     | Chỉ ra phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$ :<br>$x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0$                                                                                                                                              | 0,25       |
|                                   |     | Tìm được $m > -4$ thì $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt                                                                                                                                                                                                | 0,25       |
|                                   |     | Theo định lí Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$<br>$x_1^2 = 12 - x_1 x_2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_1 x_2 = 12 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) = 12 \Leftrightarrow 4x_1 = 12 \Leftrightarrow x_1 = 3 \Rightarrow x_2 = 1$ | 0,25       |
|                                   |     | Thay $x_1; x_2$ vào biểu thức $x_1 \cdot x_2 = -m$ . Lập luận tìm được $m = -3$                                                                                                                                                                             | 0,25       |

|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Bài IV.</b><br><b>3,0 điểm</b> |                                                                                                                                                                                             |      |
| 1)                                | <b>Vẽ hình đúng đến ý a</b>                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|                                   | <b>Chứng minh bốn điểm <math>M, A, O, B</math> thuộc một đường tròn</b>                                                                                                                                                                                                      |      |
|                                   | c/m: $MAO = MBO = 90^\circ$ ;                                                                                                                                                                                                                                                | 0,5  |
|                                   | Chứng minh được $M, A, O, B$ nằm trên đường tròn đường kính $MO$                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
| 2)                                | <b>Chứng minh <math>MA^2 = MC.MD = MH.MO</math>;</b>                                                                                                                                                                                                                         |      |
|                                   | c/m: Xét tam giác $MAO$ vuông tại $A$ , đường cao $AH$ có: $MA^2 = MH.MO$<br><b>Học sinh chứng minh được <math>AH</math> vuông góc với <math>MO</math> thì được 0,25 điểm</b>                                                                                                | 0,5  |
|                                   | c/m: $\triangle MAC$ đồng dạng $\triangle MDA$ (g.g) $\Rightarrow MC.MD = MA^2$<br>suy ra $MA^2 = MC.MD = MH.MO$ ;<br><b>Học sinh chứng minh được góc <math>MAC =</math> góc <math>MDA</math> thì được 0,25 điểm</b>                                                         | 0,5  |
|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
| 3)                                | <b>Chứng minh <math>AC \perp CH</math> và <math>HA^2 = HC.HD</math>.</b>                                                                                                                                                                                                     |      |
|                                   | Chứng minh tứ giác $CHOD$ nội tiếp                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|                                   | từ đó suy ra góc $HCD =$ góc $HOB$ . Chứng minh được góc $ACD +$ góc $DCH =$ góc $HOB +$ góc $HBO = 90^\circ$ nên góc $ACH = 90^\circ$ suy ra $AC \perp CH$                                                                                                                  | 0,25 |
|                                   | <b>Chứng minh <math>HA^2 = HC.HD</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|                                   | Chứng minh được góc $CHA =$ góc $DHA$ (tứ giác $CHOD$ nội tiếp và tam giác $OCD$ cân nên góc $MHC =$ góc $ODC =$ góc $OCD =$ góc $OHD$ . Vì góc $MHC +$ góc $CHA = 90^\circ$ và góc $OHD +$ góc $AHD = 90^\circ$ nên góc $CHA =$ góc $DHA$ )                                 | 0,25 |
|                                   | Xét các tam giác vuông $ACH$ và $ADH$<br>Ta có $\cos CHA = \cos DHA$ nên $\frac{CH}{AH} = \frac{AH}{HD} \Leftrightarrow AH^2 = CH.DH$                                                                                                                                        | 0,25 |
| <b>Bài V</b><br><b>0,5 điểm</b>   | Có $x, y$ nguyên dương thỏa mãn $x + y = 2021$ nên<br>$ x - y  \leq 2019 \Rightarrow (x - y)^2 \leq 2019^2$<br>$4xy = (x + y)^2 - (x - y)^2 \geq 2021^2 - 2019^2 \Rightarrow xy \geq 2020 \Rightarrow \sqrt{2 + xy} \geq \sqrt{2022}$<br>Vậy GTNN của biểu thức $P$ là 2022. | 0,5  |

|  |                                                                       |  |
|--|-----------------------------------------------------------------------|--|
|  | Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $(x; y) = (1; 2020)$ và hoán vị của nó. |  |
|--|-----------------------------------------------------------------------|--|

**Lưu ý: Học sinh có cách giải khác đúng, vẫn cho điểm tối đa**