

Môn : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Ngày thi 26 tháng 04 năm 2022

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+4}{x-9} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = AB$.
- 3) Tìm giá trị của m để phương trình $P = m$ có nghiệm.

Bài II (2,0 điểm)

- 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô vận tải cần chở một số thùng hàng từ Hà Nội đến Hoa Lư – Ninh Bình dài 120 km trong thời gian dự tính. Vì khâu xếp hàng lên xe mất nhiều thời gian nên ô tô xuất phát chậm hơn 36 phút. Do đó, để đến nơi đúng thời gian dự định, xe phải tăng vận tốc thêm 10 km/h. Tính vận tốc dự tính ban đầu của xe?

2) Nhà trường phát động phong trào “Tái chế rác thải – Bảo vệ hành tinh xanh”. Bạn An muốn sử dụng vỏ lon nước ngọt dạng hình trụ để làm hộp cắm bút. An dùng giấy màu bọc quanh lon để trang trí cho sản phẩm của mình. Tính diện tích phần giấy An dùng để bọc vừa đủ kín phần thân lon? Biết đường kính đáy lon là 6,5 cm và chiều cao của lon là 12 cm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài III (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{5}{x-1} + |y+1| = 8 \\ \frac{2}{x-1} - 3|y+1| = -7 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = mx + 2$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 = 20$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, tia phân giác của góc BAC cắt BC tại D , cắt (O) tại E , vẽ DK vuông góc với AB tại K và DM vuông góc với AC tại M .

- 1) Chứng minh tứ giác $AKDM$ nội tiếp.
- 2) Chứng minh $AD.AE = AB.AC$
- 3) Chứng minh $AE \perp KM$. Tính tỉ số diện tích tam giác ABC và diện tích tứ giác $AKEM$.

Bài V (0,5 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2}{3xy} + \sqrt{\frac{3}{y+1}}$

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1:

Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM

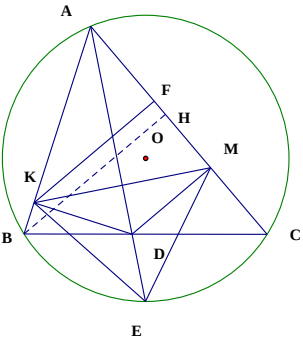
(gồm 03 trang)

HƯỚNG DẪN CHUNG

+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
I	1	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$	0,5
		Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+2} = \frac{2}{7}$	0,25
	2	Rút gọn biểu thức P biết $P = A.B$	1,0
		$A.B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right)$	0,5
		$= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{x+4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	
		$= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3	Tìm giá trị của m để phương trình $P = m$ có nghiệm	0,5
		$P = m \Rightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} = m$	0,25
		Biến đổi được $\sqrt{x} = \frac{3m-2}{1-m}$	
		Lập luận được $\frac{3m-2}{1-m} \geq 0 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq m < 1$	0,25
II	1	Kết hợp Đk $x \neq 9 \Rightarrow \sqrt{x} \neq 3 \Rightarrow m \neq \frac{5}{6}$	
		KL: $\frac{2}{3} \leq m < 1; m \neq \frac{5}{6}$	
		Tính vận tốc dự tính ban đầu của xe?	1,5
		Gọi vận tốc dự định là x (km/h, $x > 0$)	0,25
		Thời gian dự định là $\frac{120}{x}$ (h)	0,25
		Vận tốc thực tế là $x+10$ (km/h)	
		Thời gian thực tế là $\frac{120}{x+10}$ (h)	0,5
		Lập luận để có phương trình $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{3}{5}$	
		$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$	0,25
		Giải phương trình được $x = 40$ hoặc $x = -50$	
		Đổi chiều điều kiện và kết luận	0,25

		Vận vận tốc dự định ban đầu là 40 km/h	
	2	Tính diện tích phần giấy dùng để bọc vừa đủ kín phần thân và đáy	0,5
		Diện tích xung quanh lon nước ngọt: $S_1 = 2\pi rh \approx 3,14.6,5.12 = 244,92(\text{cm}^2)$	0,5
III		Giải hệ phương trình	1,0
		ĐKXD: $x \neq 1$	0,25
		$\begin{cases} \frac{5}{x-1} + y+1 = 8 \\ \frac{2}{x-1} - 3 y+1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15}{x-1} + 3 y+1 = 24 \\ \frac{2}{x-1} - 3 y+1 = -7 \end{cases}$	0,25
	1	$\begin{cases} \frac{17}{x-1} = 17 \\ \frac{5}{x-1} + y+1 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y+1 =3 \end{cases}$	0,25
		TH1: $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ Đổi chiều ĐK và kết luận: Vậy hệ pt có 2 cặp nghiệm là (2; -4) và (2;2)	0,25
		a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=1$.	0,75
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) $x^2 = x+2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ Giải phương trình tìm được $x_1 = -1; x_2 = 2$	0,5
		Tính được tung độ và kết luận: (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có tọa độ (-1; 1) và (2; 4)	0,25
		b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 = 20$	0,75
	2	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) $x^2 = mx+2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0(*)$ $\Delta = m^2 + 8 > 0 \quad \forall m$ $\Rightarrow (d)$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của m	0,25
		Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (*) Lập luận được $y_1 + y_2 = 20 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$ $\Rightarrow m^2 + 4 = 20 \Rightarrow m = \pm 4$	0,5
IV			

	1	Chứng minh tứ giác AKDM nội tiếp.	1,0
		Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
		Xét tứ giác AKDM có: $AKM + ADM = 180^0$	0,25
		Mà hai góc này ở vị trí đối nhau	0,25
		$\Rightarrow$ Tứ giác AKDM nội tiếp	0,25
	2	Chứng minh rằng $AD.AE = AB.AC$.	1,0
		Chứng minh $ABC = AEC$	0,25
		Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle AEC (g - g)$	0,25
		$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC}$ (cặp cạnh tương ứng)	0,25
		$\Rightarrow AB.AC = AD.AE$	0,25
	3	Chứng minh $AE \perp KM$	0,5
		Chứng minh $\triangle AKD = \triangle AMD$ (cạnh huyền – góc nhọn)	0,25
		Chứng minh AD là trung trực của $AE \Rightarrow AE \perp KM$	0,25
		Tính tỉ số diện tích tam giác ABC và diện tích tứ giác AKEM	0,5
		Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BH.AC = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$	0,25
		Kẻ $KF \perp AC$ tại F , Chứng minh được $\triangle AKD \sim \triangle KFM (g.g)$ $\Rightarrow \frac{KM}{AD} = \frac{KF}{AK} \Rightarrow KM = \frac{AD.KF}{AK} = AD.\sin BAC$ $S_{AKEM} = \frac{1}{2} AE.KM = \frac{1}{2} AE.AD.\sin BAC$ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{AKEM}} = 1$	0,25
V		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2}{3xy} + \sqrt{\frac{3}{y+1}}$	0,5
		Áp dụng BĐT Cô si: $\sqrt{3(y+1)} \leq \frac{3+y+1}{2} = \frac{y+4}{2} \Rightarrow A \geq \frac{2}{3xy} + \frac{6}{y+4}$ Có $\frac{2}{3xy} + \frac{6}{y+4} = \left(\frac{2}{3xy} + \frac{xy}{6}\right) + \left(\frac{6}{y+4} + \frac{y+4}{6}\right) - \left(\frac{xy}{6} + \frac{y+4}{6}\right)$ $\geq \frac{2}{3} + 2 - \frac{y(x+1)+4}{6} = \frac{8}{3} - \frac{y(x+1)+4}{6}$ Có $y(x+1) \leq \frac{(y+x+1)^2}{4} \leq 4 \Rightarrow \frac{y(x+1)+4}{6} \leq \frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{y(x+1)+4}{6} \geq -\frac{4}{3}$ $\Rightarrow A \geq \frac{4}{3}$	0,25
		GTNN của $A = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x=1; y=2$	0,25