

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-3}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên.

Bài II (2,5 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Trên một khúc sông, một ca nô tuần tra đi xuôi dòng 96km và ngược dòng 48km mất tất cả 5 giờ. Một lần khác, ca nô tuần tra đó đi xuôi dòng 48km và ngược dòng 60km mất 4 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô tuần tra và vận tốc dòng nước khi di chuyển trên khúc sông này, biết vận tốc ca nô và vận tốc dòng nước đều không thay đổi.

- 2) Từ một khúc gỗ hình trụ cao 15cm, người ta tiện thành một khối gỗ hình nón với chiều cao giữ nguyên từ khúc gỗ ban đầu và đáy nón chính là đáy khúc gỗ hình trụ. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi (cm^3)$. Tính thể tích khối gỗ hình nón đã tiện được.

Bài III (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$.
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 3$.
 - a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để $\sqrt{-x_1} = \sqrt{3x_2}$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tia MO cắt cạnh AC tại điểm D . Các tiếp tuyến tại A, B của đường tròn (O) cắt nhau tại điểm E .

- 1) Chứng minh bốn điểm E, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Gọi N là giao điểm của EO với AB . Chứng minh: $\frac{DC \cdot BN}{DM} = R$.
- 3) Đường thẳng qua D và song song với BC , cắt cung AC không chứa điểm B của đường tròn (O) tại điểm P . Chứng minh ba điểm P, D, E thẳng hàng và $\widehat{APD} = \widehat{NPB}$.

Bài V (0,5 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $(a + \sqrt{1+a^2})(b + \sqrt{1+b^2}) = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b$.

----- HẾT -----

Ghi chú:

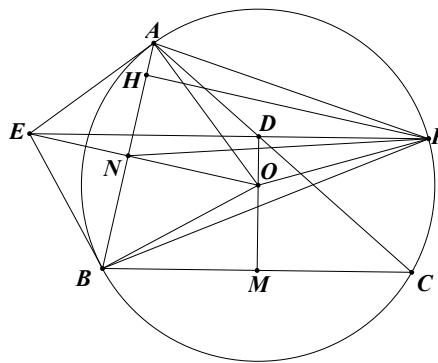
- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên làm nhiệm vụ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Số báo danh: Trường THCS

Bài	Ý	Đáp án - Hướng dẫn chấm	Điểm
I (2,0 điểm)	1)	Tính giá trị của biểu thức A ...	0,5
		Ta có: $x = 16$ (TMDKXĐ) $\Rightarrow \sqrt{x} = 4$.	0,25
		Thay vào biểu thức A, ta tính được $A = \frac{4}{5}$.	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức B	0,75
		$B = \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-3+\sqrt{x}+2-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	3)	Tìm tất cả giá trị nguyên của x ...	0,75
		Rút gọn ta được $P = A.B = \frac{\sqrt{x}}{x-4}$. Với $x \in \mathbb{Z}$, xét TH1: $\sqrt{x} \in I \Rightarrow P \in I$ (loại).	0,25
		Với $x \in \mathbb{Z}$, xét TH2: $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$. Khi đó $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P.\sqrt{x} = \frac{x}{x-4} = 1 + \frac{4}{x-4} \in \mathbb{Z}$.	0,25
		$\Rightarrow x-4 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$. Tính được $x \in \{0; 2; 3; 5; 6; 8\}$.	0,25
		Thử lại từng TH, kết hợp với ĐKXĐ và KL: $x = 0$.	0,25
II (2,5 điểm)	1)	Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc ...	2,0
		Gọi vận tốc riêng ca nô là $x(km/h)$, vận tốc của dòng nước là $y(km/h)$, ($x > y > 0$).	0,25
		Vận tốc của ca nô khi đi xuôi dòng là $x+y(km/h)$.	0,25
		Vận tốc của ca nô khi đi ngược dòng là $x-y(km/h)$.	0,25
		Lập luận dẫn đến phương trình: $\frac{96}{x+y} + \frac{48}{x-y} = 5$ (1)	0,25
		Lập luận dẫn đến phương trình: $\frac{48}{x+y} + \frac{60}{x-y} = 4$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{96}{x+y} + \frac{48}{x-y} = 5 \\ \frac{48}{x+y} + \frac{60}{x-y} = 4 \end{cases}$ Đặt $\frac{1}{x+y} = u; \frac{1}{x-y} = v$. Suy ra: $\begin{cases} 96u + 48v = 5 \\ 48u + 60v = 4 \end{cases}$	0,25

		Giải HPT được $\begin{cases} u = \frac{1}{32} \\ v = \frac{1}{24} \end{cases}$	0,25
		HPT ban đầu $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=32 \\ x-y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=28 \\ y=4 \end{cases}$ (TMĐK)	0,25
		Vậy vận tốc riêng của ca nô là $28km/h$ và vận tốc của dòng nước là $4km/h$.	0,25
	2)	Tính thể tích ...	0,5
		Gọi $S(cm^2)$ là diện tích đáy của khúc gỗ. Tính được thể tích của khúc gỗ hình trụ là $V_1 = 15S(cm^3)$; thể tích của khối gỗ hình nón là $V_2 = 5S(cm^3)$.	0,25
		Ta có: $V_1 - V_2 = 15S - 5S = 10S = 640\pi \Rightarrow S = 64\pi(cm^2)$. Thể tích khối gỗ hình nón đã tiện được là $V_2 = 320\pi(cm^3)$.	0,25
		Lưu ý: - HS có thể tìm ra bán kính đáy rồi tính cụ thể, vẫn được điểm tối đa. - HS nếu thay số Pi bởi giá trị xấp xỉ, trừ 0,25 điểm.	
III (2,0 điểm)	1)	Giải phương trình ...	1,0
		Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó phương trình trở thành: $t^2 - 7t + 18 = 0$ (1).	0,25
		Ta có: $\Delta = 7^2 - 4.18 = 121 > 0$. $\Rightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt $t_1 = 2$ (TMĐK) và $t_2 = -9$ (loại).	0,25
		Với $t = 2$ ta có: $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.	0,25
		Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$.	0,25
	2)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ...	1,0
	a)	Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt ...	0,5
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = mx + 3 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3 = 0$	0,25
		Vì $a.c = -3 < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt (trái dấu) với mọi giá trị của m . Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Lưu ý: HS có thể lập luận $\Delta = m^2 + 12 > 0$, với mọi m để suy ra điều phải chứng minh.	0,25
	b)	Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt...	0,5
		Theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = -3 \end{cases} (*)$ Vì x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{-x_1} = \sqrt{3x_2} \Rightarrow x_1 \leq 0 \leq x_2$. Đến đây $-x_1 = 3x_2 \Leftrightarrow x_1 = -3x_2$.	0,25
		Thay vào (*) ta có được $-3x_2^2 = -3 \Leftrightarrow x_2^2 = 1 \Rightarrow x_2 = 1; x_1 = -3$. (vì $x_1 \leq 0 \leq x_2$) Do đó $m = x_1 + x_2 = -3 + 1 = -2$. Thử lại, $m = -2$ thỏa mãn. Vậy $m = -2$.	0,25

IV
 (3,0
 điểm)



1)	Chứng minh bốn điểm E, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	1,0
	Vẽ hình đúng đến câu 1).	0,25
	Vì EA, EB là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{EAO} = \widehat{EBO} = 90^\circ$.	0,25
	Suy ra $\widehat{EAO} + \widehat{EBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.	0,25
	Suy ra tứ giác $EAOB$ nội tiếp trong một đường tròn (tổng 2 góc đối bằng 180°) hay bốn điểm E, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	0,25
2)	Chứng minh ...	1,0
	Vì M là trung điểm của dây BC nên $OM \perp BC$ tại M . Vì N là giao điểm của EO với AB nên $EO \perp AB$ tại N và N là trung điểm của AB (chứng minh từ tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau).	0,25
	Xét tam giác BNO và tam giác DMC ta có: $\widehat{BON} = \widehat{DMC} = 90^\circ, \widehat{NOB} = \frac{1}{2}\widehat{AOC} = \widehat{ACB} = \widehat{DCM}$	0,25
	Suy ra $\triangle DMC \sim \triangle BNO$ (g.g).	0,25
	Dẫn đến $\frac{DM}{BN} = \frac{DC}{BO} \Rightarrow \frac{DC \cdot BN}{DM} = BO = R$.	0,25
3)	Chứng minh ...	1,0
	Từ chứng minh ở câu 2 ta cũng suy ra $\widehat{MDC} = \widehat{OBN} = \widehat{OBA}$ suy ra tứ giác $ADOB$ nội tiếp.	0,25
	Kết hợp với câu 1 ta suy ra năm điểm E, A, O, B, D cùng nằm trên một đường tròn.	0,25
	Dẫn đến $\widehat{ADE} = \widehat{ABE}$ mà $\widehat{ABE} = \widehat{ACB}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến với 1 dây) suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{ACB}$; 2 góc này lại ở vị trí đồng vị nên $DE \parallel BC$.	0,25
	Kết hợp với $DP \parallel BC$ suy ra E, D, P thẳng hàng.	0,25

		Cách 2: Từ chứng minh ở câu 2 ta cũng suy ra $\widehat{MDC} = \widehat{OBN} = \widehat{OBA}$ suy ra tứ giác $ADOB$ nội tiếp. Kết hợp với câu 1 ta suy ra năm điểm E, A, O, B, D cùng nằm trên một đường tròn đường kính EO nên $\widehat{EDO} = 90^\circ$ hay $ED \perp DM$ mà $DP \parallel BC$ nên $DP \perp MD$ dẫn đến E, D, P thẳng hàng. Kẻ $PH \perp AB$ tại H (giả sử H thuộc đoạn AB). Ta có: $\widehat{HAP} = 90^\circ - \widehat{BAP} = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\widehat{BAP}) = \frac{1}{2}(180^\circ - \widehat{BOP}) = \widehat{OPB}$ (1). Ta cũng có: $ON.OE = OA^2 = OP^2 \Rightarrow \frac{OP}{ON} = \frac{OE}{OP}$ suy ra $\triangle NOP \sim \triangle OPE$ (c.g.c) dẫn đến $\widehat{OPN} = \widehat{OEP}$ mà $PH \parallel OE$ (cùng vuông góc với AB) nên $\widehat{OEP} = \widehat{HPE}$ (so le trong) dẫn đến $\widehat{HPE} = \widehat{OPN}$ (2) (2). Từ (1), (2) ta suy ra $\widehat{HAP} + \widehat{HPE} = \widehat{OPB} + \widehat{OPN}$ hay $\widehat{APD} = \widehat{NPB}$.	
V (0,5 điểm)		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P	0,5
		Đặt $t = a + \sqrt{1+a^2}$ với $t > 0$, suy ra $a = \frac{t^2-1}{2t}$. Từ giả thiết suy ra $b + \sqrt{1+b^2} = \frac{4}{t}$, do đó $b = \frac{16-t^2}{8t}$. Nên ta có $P = a + b = \frac{t^2-1}{2t} + \frac{16-t^2}{8t} = \frac{3}{8}\left(t + \frac{4}{t}\right)$.	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $P \geq \frac{3}{8} \cdot 2\sqrt{t \cdot \frac{4}{t}} = \frac{3}{2}$, dấu "=" xảy ra khi $a = b = \frac{3}{4}$. Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{2}$ khi $a = b = \frac{3}{4}$.	0,25

Cán bộ chấm thi lưu ý:

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25 điểm.
- Các câu hoặc các ý có cách làm khác với hướng dẫn ở trên nếu đúng vẫn được điểm tối đa của câu hay ý đó.
- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.