

Bài I. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{5}{1 - \sqrt{x}} + \frac{4}{x - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 36$;
- 2) Rút gọn biểu thức B;
- 3) Đặt $P = A.B$. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để P có giá trị lớn nhất.

Bài II. (2,5 điểm)

1) Khi uống trà sữa, người ta thường dùng ống hút bằng nhựa hình trụ có đường kính đáy 0,9cm, độ dài trục 21cm. Hỏi khi thải ra ngoài môi trường, diện tích nhựa gây ô nhiễm môi trường do 1000 ống hút gây ra là bao nhiêu?

2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện so với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết.

Bài III. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} = 5 \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4 = 0$

- a) Giải phương trình với $m = 3$;
- b) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Bài IV. (3,0 điểm)

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng OA không chứa điểm B của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $AO \perp BC$ tại H và $AH.AO = AD.AE$
- 3) Đường thẳng đi qua điểm D và song song với đường thẳng BE cắt AB, BC lần lượt tại I, K. Chứng minh tứ giác OHDE nội tiếp và D là trung điểm của IK.

Bài V. (0,5 điểm) Cho ba số thực $x, y, z > 0$ thỏa mãn $x + y + z \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} + \frac{y^3 + z^3}{y^2 + z^2} + \frac{z^3 + x^3}{z^2 + x^2}$

Hết

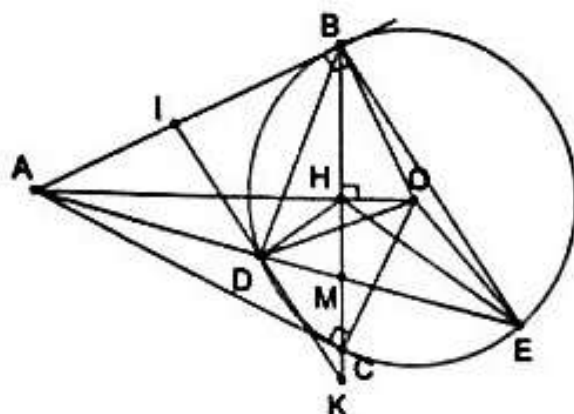
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN HÀ ĐÔNG
HƯỚNG DẪN CHẤM KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
NĂM HỌC 2019-2020

Bài	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1) Tính giá trị của A khi $x = 36$	0,5
	Ta có $x = 36$ (TMDK) thay vào biểu thức A được $A = \frac{\sqrt{36} - 1}{\sqrt{36} - 3}$	0,25
	Tính được $A = \frac{6 - 1}{6 - 3} = \frac{5}{3}$	0,25
	2) Rút gọn biểu thức B	1,0
	$B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{5}{1 - \sqrt{x}} + \frac{4}{x - 1}$ $= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x} - 1} + \frac{4}{x - 1}$ $= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x} - 1} + \frac{4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$ $= \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1) + 5(\sqrt{x} + 1) + 4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$ $= \frac{x + 7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$ $= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 6)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	3) Đặt $P = A.B$. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để P có giá trị lớn nhất	0,5
	Biến đổi $P = A.B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3} \cdot \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{9}{\sqrt{x} - 3}$ +) Với $0 \leq x < 9, x \neq 1$ thì $P < 0$ +) Với $x > 9$ mà $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \geq 10 \Rightarrow \sqrt{x} \geq \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{x} - 3 \geq \sqrt{10} - 3 > 0$ Do đó $\frac{9}{\sqrt{x} - 3} \leq \frac{9}{\sqrt{10} - 3} \Rightarrow P \leq 1 + \frac{9}{\sqrt{10} - 3}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 10$ (tmdk) Vậy $x = 10$ thì P có giá trị lớn nhất	0,25 0,25

Bài II 2,5 điểm	1) Diện tích nhựa gây ô nhiễm môi trường khi thải ra 1000 ống hút ra môi trường là: $S = 1000 \cdot (2\pi Rh) = 1000(0,9 \cdot 21 \cdot \pi) = 18900\pi \approx 59346 \text{ cm}^2$	0,5
	Gọi x, y (nghìn đồng) lần lượt là giá tiền mua một cái bàn là và một cái quạt điện theo niêm yết ($x, y > 0$).	0,25
	Tổng số tiền theo niêm yết là 850 nghìn đồng nên ta có pt: $x + y = 850 \quad (1)$	0,25
	Số tiền mua bàn là thực tế là: $0,8x$ (nghìn đồng) Số tiền mua quạt điện thực tế là: $0,9y$ (nghìn đồng)	0,25
	Thực tế người đó trả tổng cộng 740 nghìn đồng nên ta có pt: $0,8x + 0,9y = 740 \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 850 \\ 0,8x + 0,9y = 740 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases} x = 250 \\ y = 600 \end{cases}$ (tmđk)	0,5
	Vậy giá tiền theo niêm yết của bàn là là 250 nghìn đồng, của quạt điện là 600 nghìn đồng.	0,25
Bài III 2,0 điểm	1) ĐKXĐ: $x \geq 2, y \geq 1$ Đặt $\sqrt{x-2} = a; \sqrt{y-1} = b \quad (a \geq 0, b \geq 0)$ Ta có hệ $\begin{cases} 2a+b=5 \\ a+b=3 \end{cases}$ Giải hệ tìm được $a = 2; b = 1$ Tìm được $x = 6; y = 2$ (tmđk)	0,25 0,25 0,25 0,25
	2) Đặt $t = x^2 \quad (t \geq 0)$ ta được phương trình $t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0$ a) Với $m = 3$ phương trình có dạng: $t^2 - 6t + 5 = 0$ Tìm được $t_1 = 1, t_2 = 5$ (tmđk) Từ đó tìm được $x = \pm 1, x = \pm \sqrt{5}$	0,25 0,25
	b) Để phương trình ẩn x có ba nghiệm phân biệt thì phương trình ẩn t có một nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 > 0 \\ m^2 - 4 = 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$	0,25

Vẽ hình đúng đến câu a



0,25

1) Xét (O) có AB, AC là hai tiếp tuyến cắt nhau (B, C là các tiếp điểm)

$$\Rightarrow \angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$$

$\Rightarrow B, C$ thuộc đường tròn đường kính OA

$\Rightarrow$ Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OA.

0,75

2) Xét (O) có AB, AC là hai tiếp tuyến cắt nhau

$$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow A \text{ thuộc trung trực của đoạn } BC$$

Có $OB = OC (= R) \Rightarrow O$ thuộc trung trực của đoạn BC

Do đó OA là trung trực của đoạn BC $\Rightarrow OA \perp BC$ tại H.

+ Xét $\triangle ABO$ có $\angle ABO = 90^\circ, BH \perp OA$

$$\Rightarrow AH \cdot AO = AB^2 \text{ (hệ thức lượng) } (1)$$

+ Xét (O) có $\angle ABD = \angle AEB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn BD)

$$\Rightarrow \text{C/m được: } \triangle ABD \sim \triangle AEB \text{ (g-g)} \Rightarrow AD \cdot AE = AB^2 \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow AH \cdot AO = AD \cdot AE$$

0,25

0,25

0,25

0,25

$$\Rightarrow \text{C/m được: } \triangle ADH \sim \triangle AOE \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle ADH = \angle AOE$$

$$\Rightarrow \text{C/m được tg } \angle DHO \text{ nội tiếp}$$

+) Có tg $\angle DHO$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AHD = \angle OED$

- Xét (O) có $OD = OE (= R) \Rightarrow \triangle ODE$ cân tại O $\Rightarrow \angle OED = \angle ODE$

Lại có tg $\angle DHO$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ODE = \angle OHE$

$$\Rightarrow \angle AHD = \angle OHE$$

0,25

0,25

- Gọi M là giao điểm của BC và AE

C/m được HM là phân giác của $\angle DHE$

Lại có $HA \perp HM$ (vì $OA \perp BC$)

$\Rightarrow HA$ là phân giác của góc ngoài tại H của $\triangle HDE$

$$\Rightarrow \frac{MD}{ME} = \frac{AD}{AE} \left(= \frac{DH}{EH} \right)$$

0,25d

	Có $IK \parallel BE$ (gt) $\Rightarrow DK \parallel BE \Rightarrow \frac{DK}{BE} = \frac{DM}{ME}$ Có $IK \parallel BE$ (gt) $\Rightarrow DI \parallel BE \Rightarrow \frac{DI}{BE} = \frac{AD}{AE}$ $\Rightarrow \frac{DK}{BE} = \frac{DI}{BE} \Rightarrow DK = DI$ hay D là trung điểm của IK	0,25đ
Bài V 0,5đ	Chứng minh được $\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2} \geq \frac{a+b}{2}$ Thật vậy $\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2} \geq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow (a+b)(a-b)^2 \geq 0$ Áp dụng vào bài toán ta có $P \geq \frac{1}{2}(x+y) + \frac{1}{2}(y+z) + \frac{1}{2}(z+x) \geq x+y+z \geq 6$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=z \\ z=x \\ x+y+z=6 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=2$ Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 6$ khi $x = y = z = 2$	0,25đ 0,25đ

(HS giải theo cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa)