

Bài 1 (2,0 điểm):

Cho hai biểu thức $A = \frac{x-1}{4\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- Chứng minh $B = \frac{2x+1}{x-1}$
- Cho $P = A \cdot B$. Tìm các giá trị của x thỏa mãn $P \cdot 4\sqrt{x} \leq \sqrt{4x-4} + x + 1$

Bài 2 (2,0 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một công nhân dự định làm 33 sản phẩm trong thời gian đã định. Trước khi làm việc xí nghiệp giao thêm cho 29 sản phẩm nữa. Do vậy mặc dù người đó đã làm tăng mỗi giờ 3 sản phẩm song vẫn hoàn thành chậm hơn dự kiến 1 giờ 30 phút. Tính số sản phẩm người công nhân dự định làm trong một giờ (biết rằng mỗi giờ người đó làm không dưới 8 sản phẩm).

Bài 3 (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình ẩn x: $x^2 - (m+1)x + 2m - 2 = 0$

- Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m.
- Tìm m nguyên để biểu thức $C = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} - 3$ đạt giá trị nguyên (với x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình).

Bài 4 (3,5 điểm): Cho (O) và điểm M nằm ngoài (O). Qua M kẻ tiếp tuyến MA, MB với (O) tại tiếp điểm A, B. Một đường thẳng d đi qua M cắt (O) tại C, D ($MC < MD$ và tia MC nằm giữa hai tia MB, MO). I là điểm chính giữa dây CD.

- Chứng minh: Tứ giác MAOI nội tiếp.
- Chứng minh: $MA^2 = MC \cdot MD$
- Cho BI cắt (O) tại điểm thứ hai là E. Chứng minh AE song song với CD và tam giác AED đồng dạng tam giác DAM
- Qua I kẻ đường thẳng song song với BD cắt AB tại K. Chứng minh $CK \perp BO$

Bài 5 (0,5 điểm): Từ một miếng tôn hình chữ nhật có kích thước 22cm x 25cm, người ta muốn gò thành mặt xung quanh của cái bình hình trụ (đáy làm từ miếng tôn khác và coi như hao hụt đường nối tạo thành bình hình trụ không đáng kể). Hỏi người ta nên dùng miếng tôn như thế nào để bình có thể đựng được 1 lít nước? Tại sao?