

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Đề thi gồm có 07 trang

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 08 tháng 04 năm 2022

Họ và tên học sinh:

MÃ ĐỀ THI: 132

Số báo danh:

Học sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ BÀI

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2; 3]$ và $f(2) = 5, f(3) = -3$. Tích phân $\int_2^3 f'(x)dx$ bằng

- A. 2. B. 8. C. -8. D. -2.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh?

- A. A_8^2 . B. P_8 . C. C_8^2 . D. P_2 .

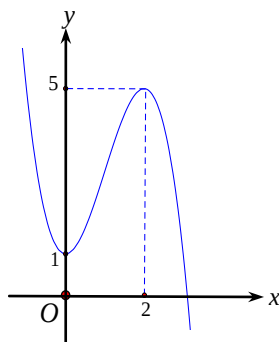
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; 5)$.

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 3$ bằng

- A. $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. B. $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. C. $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$ D. $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, chiều cao bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 4. B. 12. C. 6. D. 18.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$, đường sinh $l = 8$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 32π .

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ là

- Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- Câu 10.** Đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$ là

- A. $y' = 2022^x$.
 B. $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.
 C. $y' = x \cdot 2022^{x-1}$.
 D. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$.

- Câu 11.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2$.
 B. $y = 2$.
 C. $y = 3$.
 D. $y = -3$.

- Câu 12.** Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 6.
 B. 81.
 C. 9.
 D. 3.

- Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = 4x^3 + 2022$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.
 B. $\int f(x)dx = x^4 + 2022x + C$.
 C. $\int f(x)dx = 4x^4 + 2022x + C$.
 D. $\int f(x)dx = x^4 + C$.

- Câu 14.** Nghiệm của phương trình $2^{x+2} = 8$ là

- A. $x = 3$.
 B. $x = 2$.
 C. $x = -1$.
 D. $x = 1$.

- Câu 15.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 17$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{15}{2}$.
 B. 5.
 C. 3.
 D. 15.

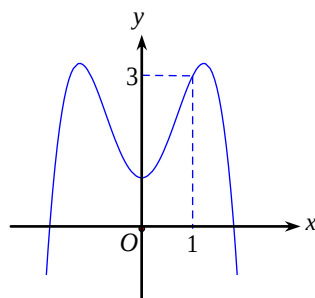
- Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- Câu 17.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hình dạng là đường cong như hình vẽ?

- A. 1.
 B. 4.
 C. 0.
 D. 3.



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

- Câu 18.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 15. Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng
- A. 3. B. 10. C. 5. D. 6.

- Câu 19.** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 5$ thì $2\int_0^2 f(x)dx$ bằng
- A. 5. B. 10. C. 20. D. 2.

- Câu 20.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{10}}$ là

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R}$.

- Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} > 125$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

D. $(2; +\infty)$.

- Câu 22.** Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{5}$, chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 10π .

B. 30π .

C. $6\sqrt{5}\pi$.

D. $12\sqrt{5}\pi$.

- Câu 23.** Cho hàm số $f(x) = e^x + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C$.

B. $\int f(x)dx = e^x - \cos x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x - \sin x + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x + \cos x + C$.

- Câu 24.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 16$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng

A. 21.

B. 60.

C. -11.

D. -4.

- Câu 25.** Trong không gian Oxyz, tâm của mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tọa độ là

A. $(-1; -2; 3)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(-1; 2; 3)$.

D. $(1; -2; -3)$.

- Câu 26.** Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $R(-2; 0; 0)$.

B. $Q(0; 3; 5)$.

C. $P(0; 0; 5)$.

D. $N(-2; 3; 0)$.

- Câu 27.** Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$, biết $\min_{[1;3]} f(x) + \max_{[1;3]} f(x) = 6$ khi $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - 3b$ bằng

A. 13.

B. 10.

C. 11.

D. 15.

- Câu 28.** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ tập $E = \{1; 2; 3; \dots; 25\}$. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

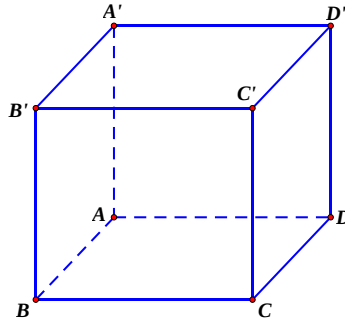
A. $\frac{13}{50}$.

B. $\frac{11}{50}$.

C. $\frac{12}{25}$.

D. $\frac{143}{2500}$.

- Câu 29.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

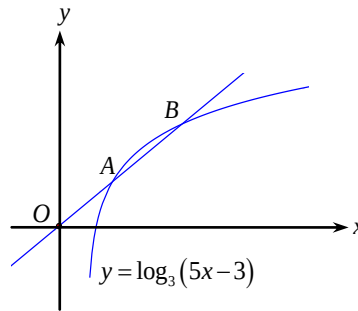


- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0$ là

- A. $[1; 2]$. B. $(0; 2] \cup [4; +\infty)$. C. $(0; 4]$. D. $[2; 4]$.

Câu 31. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB .



Độ dài đoạn thẳng OB bằng

- A. $\frac{2\sqrt{61}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{61}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(3)$ bằng

- A. $\ln 10 - 2$. B. $\ln 10$. C. $\ln 10 + 2$. D. $\frac{1}{2} \ln 10 + 1$.

Câu 33. Cho hình cầu có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $8\pi a^2$. C. $\frac{8\pi a^2}{3}$. D. $2\pi a^2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(0; -1; 2)$. Biết rằng mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình $7x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b^2 + c^2 + d^2$ bằng

- A. 84. B. 49. C. 26. D. 35.

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng



- A. $2\sqrt{6}$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. D. $4\sqrt{6}$.

- A.** $y=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $x=0$.

-

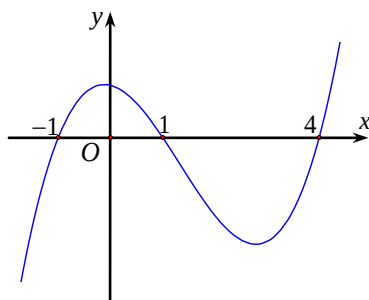
A. 12. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

- A.** 17. **B.** 23. **C.** 19. **D.** 18.

-

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

- Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x}+2}{\sqrt{3-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-6;2)$?
A. 11 . **B.** 10 . **C.** 8 . **D.** 7 .
- Câu 42.** Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(A'CD)$ bằng 30° . Gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{A'M} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A'B}$. Thể tích khối tứ diện $A'CDM$ bằng
A. $\frac{a^3}{18}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 43.** Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $2a$. Cắt (N) bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng a ta được thiết diện có diện tích bằng $\frac{4a^2\sqrt{11}}{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. $\frac{10\pi a^3}{3}$. **B.** $10\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{9}$.
- Câu 44.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 \ln(x+1) & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{x^2+3}+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = a\sqrt{3} + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a+b+6c$ bằng
A. 35 . **B.** -14 . **C.** -27 . **D.** 18 .
- Câu 45.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng a ta được thiết diện là một hình vuông. Thể tích khối trụ đó bằng
A. $2\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $4\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $6\pi a^3\sqrt{2}$. **D.** $3\pi a^3\sqrt{2}$.
- Câu 46.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2;0\}$ thỏa mãn $x.(x+2).f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$ và $f(1) = -6\ln 3$. Biết $f(3) = a + b.\ln 5$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị $a-b$ bằng
A. 20 . **B.** 10 . **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{20}{3}$.
- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+y+4=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(4;-12;1)$ nhỏ nhất có tung độ bằng
A. -6 . **B.** -4 . **C.** 0 . **D.** 2 .
- Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 20 số nguyên y thỏa mãn $4^{x^2-5y+16} + 2^{-x-y} \geq 512$ và $x+y > 0$?
A. 4 . **B.** 5 . **C.** 6 . **D.** 7 .
- Câu 49.** Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4-2x|+m-6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng



A. 18 .

B. 11 .

C. 2 .

D. 13 .

Câu 50. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_{2022} \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$. Khi biểu thức

$P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

A. 4 .

B. 2 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

_____ **HẾT** _____

1.C	2.C	3.D	4.C	5.B	6.A	7.D	8.A	9.A	10.B
11.C	12.D	13.B	14.D	15.B	16.D	17.C	18.C	19.B	20.B
21.D	22.A	23.A	24.A	25.C	26.D	27.B	28.C	29.A	30.D
31.A	32.C	33.B	34.D	35.D	36.A	37.D	38.B	39.A	40.A
41.B	42.A	43.A	44.C	45.C	46.D	47.B	48.B	49.B	50.C

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ và $f(2)=5, f(3)=-3$. Tích phân $\int_2^3 f'(x)dx$ bằng

- ### Lời giải

Ta có: $\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = -3 - 5 = -8.$

- ### Lời giải

Số cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh là: C_8^2 .

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

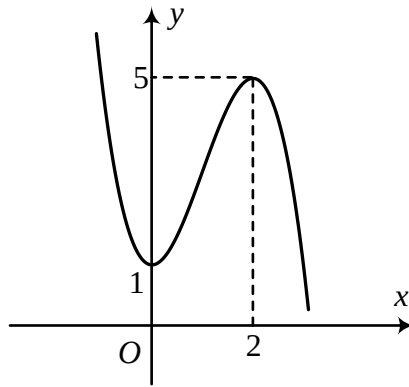
x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- ## Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=1$; $x=2$. Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

- Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng

- A. $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. B. $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. C. $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$. D. $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, chiều cao bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 4 . B. 12 . C. 6 . D. 18 .

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} . 4 . 3 = 4$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$, đường sinh $l = 8$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 32π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi rl = 2\pi . 2 . 8 = 32\pi$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 5$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$

Ta có $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] = 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Đối chiếu điều kiện, ta thấy $x = 5$ là nghiệm của phương trình.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		-3	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$ là

A. $y' = 2022^x$.

B. $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.

C. $y' = x \cdot 2022^{x-x}$.

D. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = 2022^x \Rightarrow y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $y = 3$.

D. $y = -3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ nhận đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang.

Câu 12. Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. 6.

B. 81.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$.Câu 13. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 + 2022$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

B. $\int f(x)dx = x^4 + 2022x + C$.

C. $\int f(x)dx = 4x^4 + 2022x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^4 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \int (4x^3 + 2022)dx = x^4 + 2022x + C$ Câu 14. Nghiệm của phương trình $2^{x+2} = 8$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x+2} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+2} = 2^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 17$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $\frac{15}{2}$.

B. 5.

C. 3.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức về số hạng tổng quát của cấp số cộng, ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$ Suy ra $u_4 = u_1 + 3d \Leftrightarrow 17 = 2 + 3d \Leftrightarrow d = 5$.Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

$-\infty \nearrow 4 \searrow 3 \nearrow 4 \searrow -\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1.

B. 4.

C. 0.

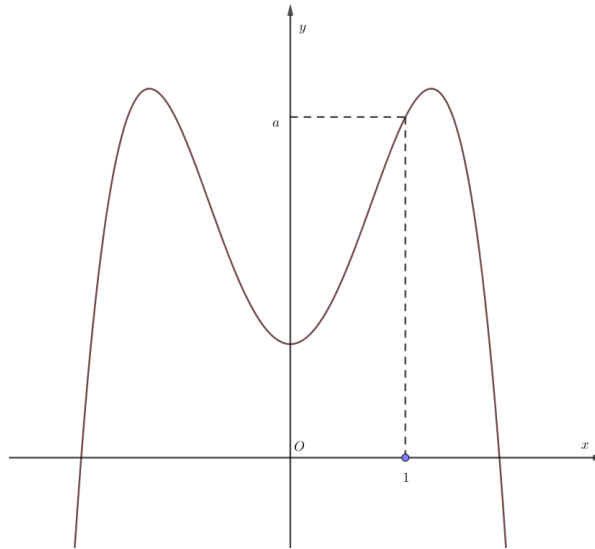
D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ra có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT} = 3$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hình dạng là đường cong như hình vẽ?



- A.** $-x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị đã cho ta có đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$, có hệ số $a < 0$ nên loại đáp án **B.** và **D.**

Lại thấy có $x_{CD} > 1$ nên loại đáp án **A.** vì $y = -x^4 + 2x^2 + 1 \Rightarrow y' = -4x^3 + 2x^2$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 1 \end{cases}$$

Dễ dàng nhận thấy đáp án **C.** thỏa mãn: $y = -x^4 + 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = -4x^3 + 6x$.

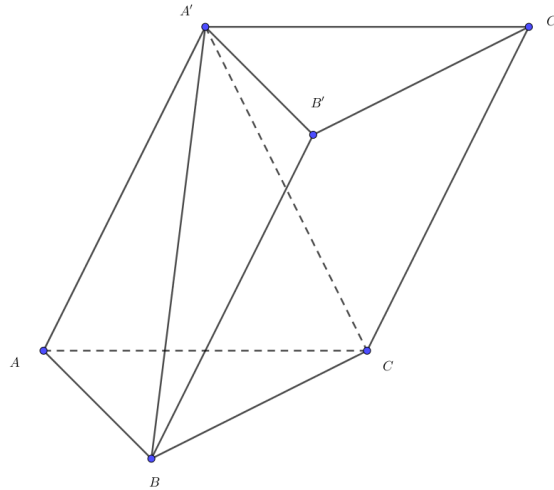
$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_2 = 0 \\ x_3 = \frac{\sqrt{6}}{2} > 1 \end{cases}.$$

Câu 18. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 15. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng

- A.** 3. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} d(A', (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$.

Câu 19: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $2 \int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A.** 5. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$2 \int_0^2 f(x) dx = 2 \cdot 5 = 10.$$

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{10}}$ là

- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Suy ra tập xác định là $D = (1; +\infty)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} > 125$ là

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$5^{2x-1} > 125 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$$

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{5}$, chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.** 10π . **B.** 30π . **C.** $6\sqrt{5}\pi$. **D.** $12\sqrt{5}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi.5.6 = 10\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = e^x + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C$. **B.** $\int f(x)dx = e^x - \cos x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x - \sin x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + \cos x)dx = e^x + \sin x + C$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 16$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng

- A.** 21. **B.** 60. **C.** -11. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 16 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$f(-4) = -60; f(-1) = 21; f(3) = -11; f(4) = -4.$$

Do đó: $\max_{x \in [-4; 4]} f(x) = 21$ đạt tại $x = -1$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tọa độ là

- A.** $(-1; -2; 3)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(-1; 2; 3)$. **D.** $(1; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu là $(-1; 2; 3)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A.** $R(-2; 0; 0)$. **B.** $Q(0; 3; 5)$. **C.** $P(0; 0; 5)$. **D.** $N(-2; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z = 0 \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $N(-2; 3; 0)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$, biết $\min_{[1; 3]} f(x) + \max_{[1; 3]} f(x) = 6$ khi $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - 3b$ bằng

A. 13 .

B. 10 .

C. 11 .

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\min_{[1;3]} f(x) + \max_{[1;3]} f(x) = 6 \Leftrightarrow \frac{m+1}{2} + \frac{m+3}{4} = 6 \Leftrightarrow 3m = 19 \Leftrightarrow m = \frac{19}{3}$. Khi đó $a = 19, b = 3$.

Vậy $a - 3b = 10$.

Câu 28: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ tập $E = \{1; 2; 3; \dots; 25\}$. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{13}{50}$.B. $\frac{11}{50}$.C. $\frac{12}{25}$.D. $\frac{143}{2500}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tập $E = \{1; 2; 3; \dots; 25\}$ có 12 số chẵn và 13 số lẻ

Không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{25}^2 = 300$

Gọi A là biến cố “chọn được hai số có tổng là một số chẵn”

Mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A :

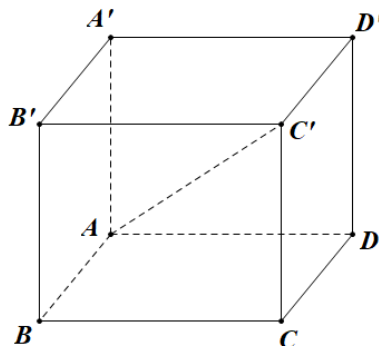
TH1: Chọn được hai số cùng chẵn có $C_{12}^2 = 66$

TH2: Chọn được hai số cùng lẻ có $C_{13}^2 = 78$

Suy ra $n(A) = 66 + 78 = 144$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{144}{300} = \frac{12}{25}$.

Câu 29: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $AA' = a\sqrt{3}$.

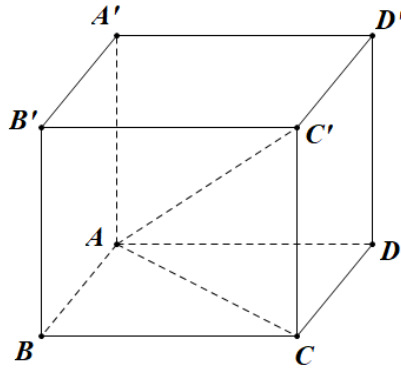


Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45° .B. 60° .C. 30° .D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $CC' \perp (ABCD)$ nên $(AC'; (ABCD)) = C'AC$.

Xét $\triangle ABC$ có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$.

Xét $\triangle ACC'$ vuông tại C có: $\tan C'AC = \frac{CC'}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow C'AC = 45^\circ$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0$ là

A. $[1; 2]$.

B. $(0; 2] \cup [4; +\infty)$.

C. $(0; 4]$.

D. $[2; 4]$.

Lời giải

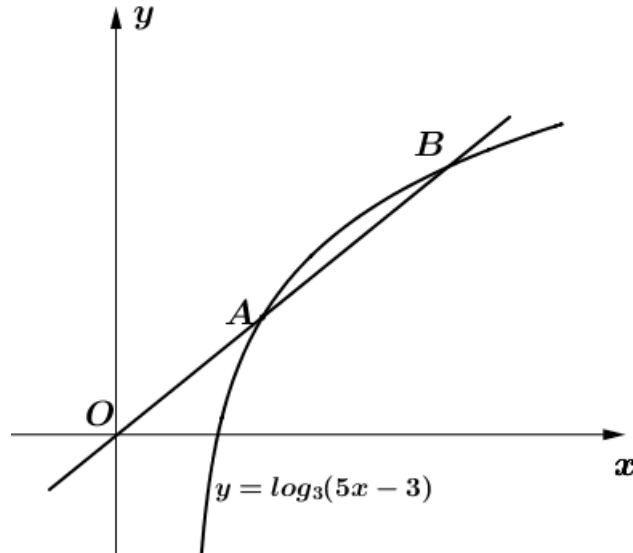
Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \log_2 x \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [2; 4]$.

Câu 31. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB .



Độ dài đoạn thẳng OB

A. $\frac{2\sqrt{61}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{61}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đồ thị hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ là (C)

Vì $B \in (C) \Rightarrow B(x; \log_3(5x-3))$ với $\left(x > \frac{3}{5}\right)$.

A là trung điểm của đoạn $OB \Rightarrow A\left(\frac{x}{2}; \frac{1}{2}\log_3(5x-3)\right)$

$$\text{Vì } A \in (C) \Rightarrow \frac{1}{2}\log_3(5x-3) = \log_3\left(\frac{5}{2}x-3\right) \Leftrightarrow \sqrt{5x-3} = \frac{5}{2}x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-3 = \left(\frac{5}{2}x-3\right)^2 \\ \frac{5}{2}x-3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25x^2 - 80x + 48 = 0 \\ x \geq \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{5} \\ x = \frac{4}{5} \\ x \geq \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{12}{5} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{12}{5}; 2\right) \Rightarrow OB = \frac{2\sqrt{61}}{5}.$$

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(3)$ bằng

- A.** $\ln 10 - 2$. **B.** $\ln 10 - 2$. **C.** $\ln 10 + 2$. **D.** $\frac{1}{2}\ln 10 + 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{2x}{x^2+1} dx = \int \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} = \ln(x^2+1) + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = \ln(x^2+1) + 2 \Rightarrow F(3) = \ln 10 + 2.$$

Câu 33. Cho hình cầu có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của mặt cầu đã cho bằng

- A.** $\frac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $\frac{8\pi a^2}{3}$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Diện tích xung quanh của mặt cầu là } S_{xq} = 4\pi R^2 = 4\pi 2a^2 = 8\pi a^2.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(1;1;1)$, $C(0;-1;2)$. Biết rằng mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình $7x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b^2 + c^2 + d^2$ bằng

- A.** 84. **B.** 49. **C.** 26. **D.** 35.

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C

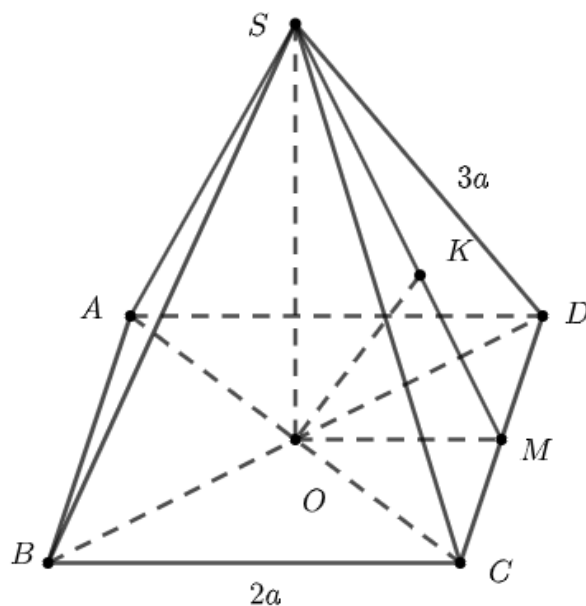
$$\text{Suy ra } \begin{cases} 7.1+b.0+c.(-2)+d=0 \\ 7.1+b.1+c.1+d=0 \\ 7.0+b.(-1)+c.2+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3 \\ c=1 \\ d=-5 \end{cases} \Rightarrow b^2+c^2+d^2=35.$$

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. C. $a\sqrt{14}$. D. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Hình chóp đều $S.ABCD$ nên $ABCD$ là hình vuông. Gọi O là tâm hình vuông $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$. Vì $AC \cap (SCD) = C$; $OC = \frac{AC}{2} \Rightarrow d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$.

Gọi M là trung điểm BC , nên $OM = \frac{BC}{2} = a$, ta có $CD \perp (SOM)$

Gọi K là hình chiếu của O lên $SM \Rightarrow OK \perp (SCD) \Rightarrow d(O; (SCD)) = OK$.

Xét tam giác vuông SMD có $SO^2 = SD^2 - OD^2 = 9a^2 - 2a^2 = 7a^2 \Rightarrow SO = a\sqrt{7}$.

Xét tam giác vuông SOM ta có $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{7a^2} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{14}}{4}$

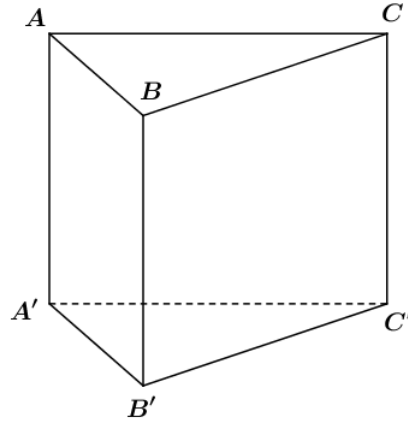
$\Rightarrow d(A; (SCD)) = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

Câu 36. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, một mặt bên có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. D. $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $S_{AA'B'B} = 2S_{\triangle AA'B} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot A'B' = AA' \cdot 2 = 4\sqrt{2} \Rightarrow AA' = 2\sqrt{2}$

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $y=0$.

B. $z=0$.

C. $y+z=0$.

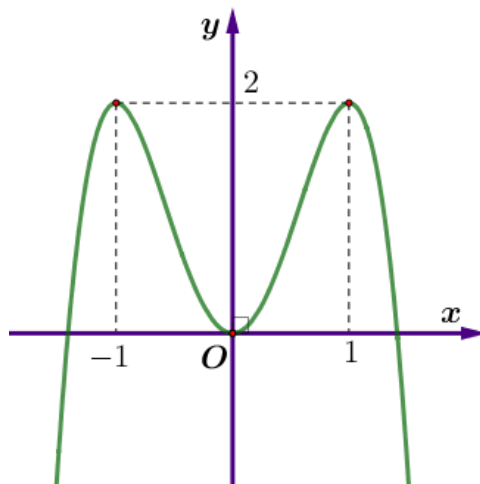
D. $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ nhận vectơ $\vec{i} = (1;0;0)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $x=0$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2\left|f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)\right|=3$ là

A. 12.

B. 5.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $2\left|f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)\right|=3 \quad (1).$

Đặt $t=x-1-2\sqrt{x-1}$, với $x \geq 1$.

Ta có $t'=1-\frac{1}{\sqrt{x-1}}$; $t'=0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}=1 \Leftrightarrow x=2$

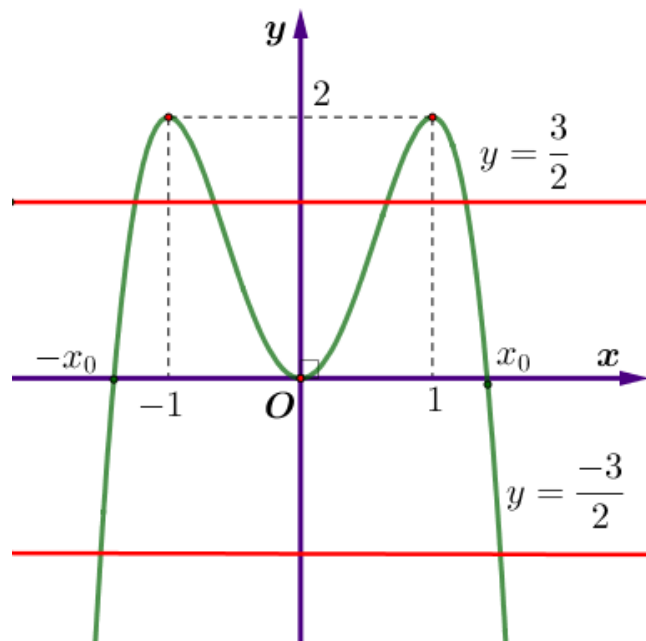
Bảng biến thiên của hàm $t=t(x)$

x	$-\infty$	1		2		$+\infty$
t'				—	0	+
t						$+\infty$

$0 \xrightarrow{\text{green arrow}} -1 \xrightarrow{\text{green arrow}} +\infty$

Suy ra với $x \geq 1$ thì $t \geq -1$.

Khi đó, phương trình (1) trở thành $2|f(t)|=3 \Leftrightarrow |f(t)|=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(t)=\frac{3}{2} \\ f(t)=-\frac{3}{2} \end{cases}$



*) Trường hợp 1: $f(t)=\frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} t=a \in (-x_0; -1) \\ t=b \in (-1; 0) \\ t=c \in (0; 1) \\ t=d \in (1; x_0) \end{cases}$

*) Trường hợp 2: $f(t)=-\frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} t=e \in (-\infty; -x_0) \\ t=f \in (x_0; +\infty) \end{cases}$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số t ta có

Với $t=a \in (-x_0; -1) \Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm.

Với $t = b \in (-1; 0) \Rightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Với $t = c \in (0; 1) \Rightarrow$ phương trình (1) có 1 nghiệm x_3 .

Với $t = d \in (1; x_0) \Rightarrow$ phương trình (1) có 1 nghiệm x_4 .

Với $t = e \in (-\infty; -x_0) \Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm.

Với $t = f \in (x_0; +\infty) \Rightarrow$ phương trình (1) có 1 nghiệm x_5 .

Các nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 không trùng nhau.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $27^x - (2m-1)9^x + (m^2 + 2m - 53)3^x - m^2 + 51 = 0$ có ba nghiệm không âm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 17.

B. 23.

C. 19.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$).

Phương trình đã cho trở thành:

$$t^3 - (2m-1)t^2 + (m^2 + 2m - 53)t - m^2 + 51 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t^2 - (2m-2)t + m^2 - 51) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t^2 - (2m-2)t + m^2 - 51 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Với $x \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$.

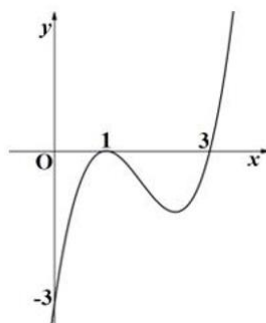
Phương trình đã cho có ba nghiệm không âm phân biệt khi phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $t \geq 1 \Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{t_1 + t_2}{2} > 1 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - m^2 + 51 > 0 \\ m-1 > 1 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 26 > m \\ m > 2 \\ m^2 - 2m - 48 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 26 > m \\ m > 2 \\ m > 8; m < -6 \end{cases} \Leftrightarrow 8 < m < 26. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{có 17 giá trị } m.$$

Vậy có 17 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.

Đồ thị $f(x+2)$ có được khi ta tịnh tiến đồ thị $f(x)$ qua trái hai đơn vị nên hàm số $f(x+2)$ sẽ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để hàm số

$$y = \frac{\sqrt{3-x}+2}{\sqrt{3-x}+m} \text{ đồng biến trên khoảng } (-6; 2)?$$

- A.** 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\sqrt{3-x} = t$; với $x \in (-6; 2) \Rightarrow t \in (1; 3)$.

$$\text{Khi đó: } y = f(t) = \frac{t+2}{t+m} \Rightarrow y' = f'(t) \cdot t'(x) = \frac{m-2}{(t+m)^2} \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{3-x}} \right).$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-6; 2)$ thì $y' > 0, \forall t \in (1; 3)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 < 0 \\ -m \notin (1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ -m \leq 1 \\ -m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq -1 \\ m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ -1 \leq m < 2 \end{cases}$$

Mà m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -1; 0; 1\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , góc giữa AC và mặt phẳng $(A'CD)$ bằng 30° . Gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{A'M} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A'B}$. Thể tích khối tứ diện $A'CDM$ bằng

- A.** $\frac{a^3}{18}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Suy ra } \left. \begin{array}{l} AE \perp CD \\ AE \perp A'D \\ CD, A'D \subset (A'CD) \\ CD \cap A'D = D \end{array} \right\} \Rightarrow AE \perp (A'CD).$$

$$\left(AC, (A'CD) \right) = (AC, EC) = ACE = 30^\circ.$$

$$h = d(M, (A'CD)) = \frac{1}{3}d(B, (A'CD)) = \frac{1}{3}d(A, (A'CD)) = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

$$AE \perp A'D \Rightarrow \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AE^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} - \frac{1}{a^2} \Rightarrow AA' = a.$$

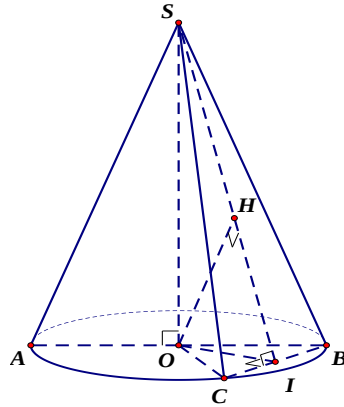
Thể tích khối tứ diện $A'CDM$ bằng $V_{A'CDM} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{A'CD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{18}$.

Thể tích của khối nón đã cho bằng

D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{5}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng mặt phẳng qua đỉnh (SBC) của hình nón, gọi I là trung điểm của BC .

Theo giả thiết: $SO = 2a$; $S_{\Delta SBC} = \frac{4a^2\sqrt{11}}{3}$; $OH = d(O, (SBC)) = a$.

Trong ΔSOI vuông tại O có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$; $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SI \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{2S}{SI} = \frac{2a\sqrt{33}}{3} \Rightarrow IC = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Trong ΔOIC vuông tại I có: $OC = \sqrt{OI^2 + IC^2} = a\sqrt{5}$.

Vậy thể tích của khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3} \pi SO \cdot OC^2 = \frac{10\pi a^3}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 \ln(x+1) & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{x^2+3}+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = a\sqrt{3} + b \ln 2 + c$ với

$a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a+b+6c$ bằng

A. 35.

B. -14.

C. -27.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$. Đặt: $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = e \Rightarrow t = 1 \\ x = \frac{1}{e} \Rightarrow t = -1 \end{cases}$.

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^1 f(t) dt = \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$$

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^0 (2x\sqrt{x^2+3}+1) dx + \int_0^1 3x^2 \ln(x+1) dx$$

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^0 2x\sqrt{x^2+3} dx + \int_{-1}^0 dx + \int_0^1 3x^2 \ln(x+1) dx.$$

$$\text{Ta có: } J = \int_{-1}^0 2x\sqrt{x^2+3} dx.$$

Đặt: $r = \sqrt{x^2 + 3} \Rightarrow r^2 = x^2 + 3 \Rightarrow 2rdr = 2xdx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow r = \sqrt{3} \\ x = -1 \Rightarrow r = 2 \end{cases}$.

$$\Rightarrow J = \int_2^{\sqrt{3}} 2r^2 dr = \frac{2r^3}{3} \Big|_2^{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - \frac{16}{3}.$$

Ta có: $K = \int_0^1 3x^2 \ln(x+1) dx$.

Đặt: $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 3x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1) \end{cases}$.

$$\Rightarrow K = (x^3 + 1) \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 (x^2 - x + 1) dx = 2 \ln 2 - \ln 1 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - \frac{5}{6}.$$

Khi đó: $I = J + K + \int_{-1}^0 dx = 2\sqrt{3} - \frac{16}{3} + 2 \ln 2 - \frac{5}{6} + 1 = 2\sqrt{3} + 2 \ln 2 - \frac{31}{6}.$

$\Rightarrow a = 2; b = 2; c = -\frac{31}{6}$. Vậy $a + b + 6c = -27$.

Câu 45. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng a ta được thiết diện là một hình vuông. Thể tích khối trụ đó bằng:

A. $2\pi a^3 \sqrt{2}$.

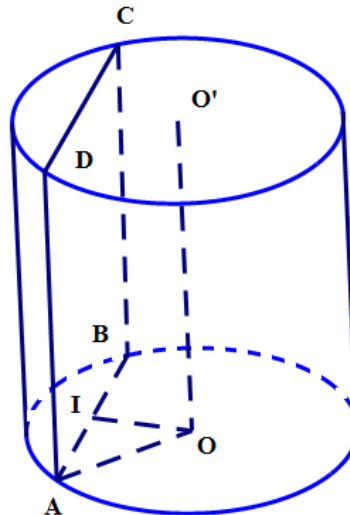
B. $4\pi a^3 \sqrt{2}$.

C. $6\pi a^3 \sqrt{2}$.

D. $3\pi a^3 \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng $OI \perp AB$ khi đó I là trung điểm AB .

Ta có $IA = \sqrt{OA^2 - IO^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AB = 2a\sqrt{2}$.

Thể tích hình trụ: $V = \pi R^2 h = 6\pi a^3 \sqrt{2}$ (đvtt).

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ thỏa mãn $x(x+2) \cdot f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$ và $f(1) = -6 \ln 3$. Biết $f(3) = a + b \ln 5$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị $a - b$ bằng?

A. 20.

B. 10.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét $x(x+2) \cdot f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$ chia hai vế cho $(x+2)^2$ ta được:

$$\frac{xf'(x)}{x+2} + \frac{2f(x)}{(x+2)^2} = \frac{x}{x+2} \Leftrightarrow \left[\frac{x}{x+2} f(x) \right]' = \frac{x}{x+2}.$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được:

$$\frac{x}{x+2} f(x) = \int \frac{x}{x+2} dx \Leftrightarrow \frac{x}{x+2} f(x) = x - 2\ln|x+2| + C.$$

Mà $f(1) = -6\ln 3$ nên ta có: $\frac{-6\ln 3}{3} = 1 - 2\ln 3 + C \Leftrightarrow C = -1$.

Khi đó $\frac{x}{x+2} f(x) = x - \ln|x+2| - 1 \Rightarrow \frac{3}{5} f(3) = 2 - 2\ln 5 \Rightarrow f(3) = \frac{10}{3} - \frac{10}{3} \ln 5$.

Vậy $a - b = \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x + y + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(4; -12; 1)$ nhỏ nhất. Tung độ của điểm M bằng

A. -6.

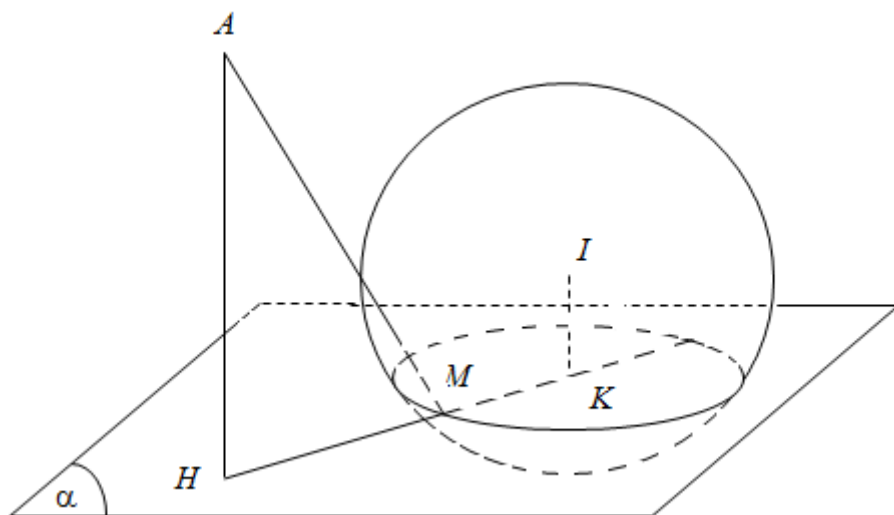
B. -4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 0; -5)$, bán kính $R = 2\sqrt{6}$.

Ta có: $A \notin (\alpha)$; $AI = \sqrt{(-6)^2 + 12^2 + (-6)^2} = 6\sqrt{6} \Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu (S) .

Khoảng cách từ tâm I đến (α) là: $d = d(I, (\alpha)) = \frac{|-2 + 0 + 4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Suy ra bán kính đường tròn (C) là: $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{22}$.

Gọi K là hình chiếu của I trên (α) .

Ta có $IK \perp (\alpha)$ nên đường thẳng IK nhận vectơ $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 0)$ làm vectơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình IK: } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = -5 \end{cases} \Rightarrow K(-2 + t; t; -5).$$

Vì $K \in (\alpha)$ nên: $-2 + t + t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow K(-3; -1; -5)$.

Gọi H là hình chiếu của A trên (α) .

Ta có $AH \perp (\alpha)$ nên đường thẳng AH nhận vectơ $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 0)$ làm vectơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình AH: } \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -12 + t \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(4 + t; -12 + t; 1).$$

Vì $H \in (\alpha)$ nên: $4 + t - 12 + t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(6; -10; 1) \Rightarrow AH = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.

$\Rightarrow KH = \sqrt{9^2 + 9^2 + 6^2} = 3\sqrt{22} > r \Rightarrow H$ nằm ngoài đường tròn (C).

Khi đó ta có: $AM = \sqrt{AH^2 + HM^2} = \sqrt{HM^2 + 8}$.

Suy ra $AM_{\min}$ khi $HM_{\min} \Leftrightarrow H, M, K$ thẳng hàng (theo thứ tự đó).

Khi đó: $\vec{HM} = \frac{2}{3}\vec{HK}$ (*).

$$\text{Gọi } M(a; b; c). \text{ Từ (*) ta có: } \begin{cases} x - 6 = \frac{2}{3}(-9) \\ y + 10 = \frac{2}{3} \cdot 9 \\ z - 1 = \frac{2}{3}(-6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \\ z = -3 \end{cases}.$$

Vậy, $M(0; -4; -3)$ nên tung độ của M bằng -4.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 20 số nguyên y thỏa mãn $4^{x^2-5y+16} + 2^{-x-y} \geq 512$ và $x + y > 0$?

A. 19.

B. 20.

C. 21.

D. 18.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có $4^{x^2-5y+16} + 2^{-x-y} \geq 512 \Leftrightarrow 4^{x^2-5y+16} + 2^{-x-y} - 512 \geq 0$.

Xét hàm số $f(y) = 4^{x^2-5y+16} + 2^{-x-y} - 512$.

Vì $x + y > 0 \Leftrightarrow y > -x$ nên ta xét $y \in (-x; +\infty)$.

Có $f'(y) = -5 \cdot 4^{x^2-5y+16} \cdot \ln 4 - 2^{-x-y} \cdot \ln 2 < 0, \forall y \in (-x; +\infty)$.

Suy ra hàm số $f(y)$ luôn nghịch biến.

Có $f(-x+1) = 4^{x^2+5x+11} + 2^{-1} - 512 \geq 4^5 + 2^{-1} - 512 > 0, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Bảng biến thiên của $f(y)$:

y	$-x$	$+\infty$
$f'(y)$		-
$f(y)$		

Với mỗi số nguyên x , để có không quá 20 số nguyên y thỏa mãn $f(y) \geq 0$ và $x+y > 0$ thì ta phải có $f(-x+21) < 0 \Leftrightarrow 4^{x^2+5x-89} + 2^{-21} < 512 \Leftrightarrow x^2+5x-89 < \log_4(512-2^{-21})$

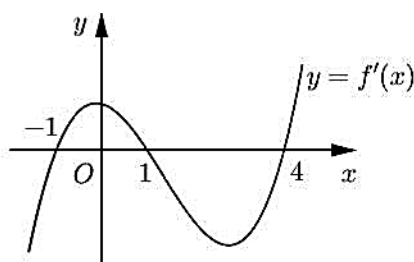
$$\Leftrightarrow x^2+5x-89-\log_4(512-2^{-21}) < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-5-\sqrt{381+4\log_4(512-2^{-21})}}{2} < x < \frac{-5+\sqrt{381+4\log_4(512-2^{-21})}}{2}$$

$$\Rightarrow -12,487 < x < 7,487.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-12; -11; \dots; 7\} \Rightarrow$ có 20 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 49. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4-2x|+m-6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng

A. 18.

B. 11.

C. 2.

D. 13.

Lời giải

Chọn B

+ Đồ thị của hàm số $y = f(|4-2x|+m-6)$ đối xứng qua đường thẳng $x = 2$.

+ Xét hàm số $y = f(2x+m-10)$.

$$y' = 2f'(2x+m-10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+m-10 = -1 \\ 2x+m-10 = 1 \\ 2x+m-10 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9-m}{2} = a \\ x = \frac{11-m}{2} = b \\ x = \frac{14-m}{2} = c \end{cases}$$

x	$-\infty$	a	2	b	c	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$					$+\infty$

+ Hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 6)$ có ba điểm cực tiểu khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \frac{9-m}{2} \leq 2 \\ \frac{11-m}{2} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq m < 7 \Rightarrow m \in \{5; 6\}.$$

Câu 50. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_{2022} \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$. Khi

biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$2(x^2 + y^2 + 4) + \log_{2022} \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 + 16 + 2\log_{2022} \left(\frac{2x + 2y}{xy} \right) = (xy)^2 - 8xy + 16$$

$$\Leftrightarrow (2x + 2y)^2 + 2\log_{2022} (2x + 2y) = (xy)^2 + 2\log_{2022} (xy) \quad (*).$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 2\log_{2022} t$ với $t > 0$.

$$\text{Ta có: } f'(t) = 2t + \frac{2}{t \cdot \ln 2022} > 0, \forall t > 0.$$

$$\text{Do đó: } (*) \Leftrightarrow f(2x + 2y) = f(xy) \Leftrightarrow 2x + 2y = xy \Leftrightarrow x(y - 2) = 2y \Leftrightarrow x = \frac{2y}{y - 2}, (y > 2).$$

$$P = x + 4y = 4y + \frac{2y}{y - 2} = 4 \left[(y - 2) + \frac{1}{y - 2} \right] + 10 \geq 18.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 18 \text{ khi } y - 2 = \frac{1}{y - 2} \Leftrightarrow y = 3 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{2}.$$