1

Cho số phức $z = 4 + 6i$. Phần ảo của số phức z là

A: $6i$.

B: -4.

C: 6.

D: 4.

Trả lời đúng

2

Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A: $x = 2$.

B: $y = 1$.

C: $y = 2$.

D: $x = 1$.

Trả lời đúng

3

Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

A: $y = 0$.

B: $y + z = 0$.

C: $z = 0$.

D: $x = 0$.

Trả lời sai

4

Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\overrightarrow{u}=(3;-1;2)$. Véctơ nào dưới đây **không** cùng phương với $\overrightarrow{u}$?

A: $\overrightarrow{d}=(-9;3;-6)$.

B: $\overrightarrow{a}=(-3;1;-2)$.

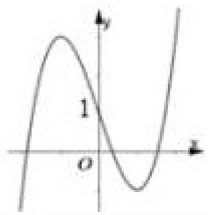
C: $\overrightarrow{c}=(6;-2;4)$.

D: $\overrightarrow{b}=(-3;1;2)$.

Trả lời đúng

5

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A: $y=x^4-x^2+1$.

B: $y=x^3-3x+1$.

C: $y=-x^3-3x+1$.

D: $y=-x^2+x-1$.

Trả lời đúng

6

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A: πBh.

B: $\frac{1}{3}Bh$.

C: Bh.

D: $\frac{1}{3}\pi Bh$.

Trả lời đúng

7

Nếu $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = -5$ và $\int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A: $3.$

B: $-3.$

C: $-1.$

D: $1.$

Trả lời đúng

8

Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

A: $3\log_a b.$

B: $\frac{1}{3}\log_a b.$

C: $3 + \log_a b.$

D: $\frac{1}{3} + \log_a b.$

Trả lời đúng

9

Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = -2n + 3$ với $n \in \mathbb{N}*$. Số hạng u_5 bằng

A: $13.$

B: $-7.$

C: $5.$

D: $-10.$

Trả lời đúng

10

Với x là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A: $\sqrt{2021^x} = \left(\sqrt{2021}\right)^x$.

B: $\left(2021^x\right)^2 = (2021)^{x^2}$.

C: $\left(2021^x\right)^2 = (2021)^{2x}$.

D: $\sqrt{2021^x} = 2021^{\frac{x}{2}}$.

Trả lời đúng

11

Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

A: 0.

B: 3.

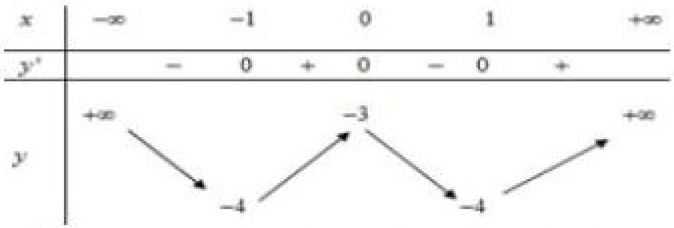
C: 2.

D: 1.

Trả lời đúng

12

Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A: $(0;1)$.

B: $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

C: $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

D: $(1;+\infty)$.

Trả lời đúng

13

Cho tập X có 2021 phần tử phân biệt, số các hoán vị của tập X là

A: 2021^2.

B: 2^{2021}.

C: $2021!$.

D: 4042.

Trả lời đúng

14

Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(a,b\right)$. Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a,x=b\ \ (a<b)$ có diện tích là

A: $\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx$.

B: $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx$.

C: $\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$.

D: $\pi\int\limits_a^b f\left(x\right)dx$.

Trả lời đúng

15

Gọi $z_1,\ z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+2=0$. Khi đó z_1+z_2 bằng

A: -2.

B: 2.

C: -1.

D: 1.

Trả lời đúng

16

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A: $(-\infty; +\infty)$.

B: $[-5; 1)$.

C: $(-5; 1)$.

D: $[-5; 1]$.

Trả lời đúng

17

Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$ là:

A: $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

B: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C: $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Trả lời đúng

18

Cho tam giác đều SAB có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AB. Chiều cao h của khối nón tạo thành khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM bằng

A: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B: $\frac{a}{3}$.

C: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D: $\frac{a}{2}$.

Trả lời đúng

19

Biết $\int\limits_0^1 [f(x)+2x]dx = 2021$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A: 2019.

B: 2022.

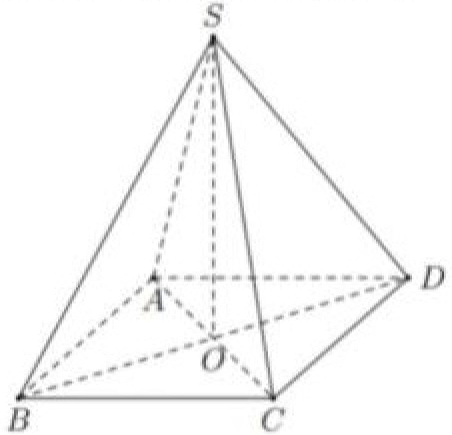
C: 2020.

D: 2021.

Trả lời đúng

20

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là tâm của đáy (*tham khảo hình vẽ*). Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng



A: AB.

B: AO.

C: AD.

D: SO.

Trả lời đúng

21

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$ và điểm $M(1;1;2)$. Phương trình của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) là:

A: $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{1}$.

B: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

C: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$.

D: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$.

Trả lời đúng

22

Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A: $\pi \int_0^1 e^{3x} \mathrm{d}x$.

B: $\int_0^1 e^{3x} \mathrm{d}x$.

C: $\int_0^1 e^{6x} \mathrm{d}x$.

D: $\pi \int_0^1 e^{6x} \mathrm{d}x$.

Trả lời đúng

23

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;\ 2]$. Giá trị $M + m$ bằng

A: 2.

B: 3.

C: 1.

D: 4.

Trả lời đúng

24

Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm $F'(x) = \frac{1}{2x-1}$ với mọi $x > \frac{1}{2}$ và $F(1) = 3$ thì giá trị của $F(5)$ bằng

A: $3 - \ln 3$.

B: $3 + \ln 3$.

C: $3 \ln 3$.

D: $3 + \ln 9$.

Trả lời sai

25

Đạo hàm của hàm số $y = 5^{6x+7}$ là

A: $5^{6x+7}.\ln 30$.

B: $5^{6x+7}.6\ln 5$.

C: $5^{6x+7}.\ln 5$.

D: 6.5^{6x+7}.

Trả lời đúng

26

Cho số phức $z = 1 - 3i$. Khi đó $|z|$ bằng

A: $\sqrt{10}$.

B: 2.

C: $2\sqrt{2}$.

D: 4.

Trả lời đúng

27

Cho hình bát diện đều cạnh bằng 1. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng

A: $4\sqrt{3}$.

B: $2\sqrt{3}$.

C: $\sqrt{3}$.

D: $8\sqrt{3}$.

Trả lời đúng

28

Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a + 4\log_2 b = 3$. Giá trị của $P = a^3b^4$ bằng

A: 2.

B: 16.

C: 8.

D: 4.

Trả lời đúng

29

Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 2-3i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\mathrm{w} = 1 + 2\overline{z}$ có tọa độ là

A: $(-6;1)$.

B: $(-6;-1)$.

C: $(6;1)$.

D: $(6;-1)$.

Trả lời đúng

30

Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;0;-1), B(1;3;4)$ và $D(-5;1;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là

A: $(-3;-1;-2)$.

B: $(-2;2;2)$.

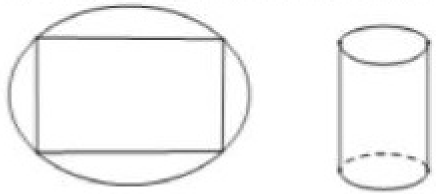
C: $(-1;1;1)$.

D: $(-6;4;5)$.

Trả lời sai

31

Từ một tấm tôn có hình dạng là một Elip với độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 4, ta cắt lấy tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp Elip (*tham khảo hình vẽ sau*). Gò tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy.



Thể tích lớn nhất của khối trụ giới hạn bởi hình trụ trên bằng

A: $\frac{128}{3\sqrt{2}\pi}$.

B: $\frac{64\sqrt{3}}{9\pi}$.

C: $\frac{64}{3\sqrt{2}\pi}$.

D: $\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$.

Trả lời đúng

32

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 1\right)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A: $-6.$

B: $6.$

C: $0.$

D: $2.$

Trả lời đúng

33

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi *d* là đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;-2)$, cắt trục Ox và song song với (P). Phương trình của đường thẳng *d* là:

A: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

B: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

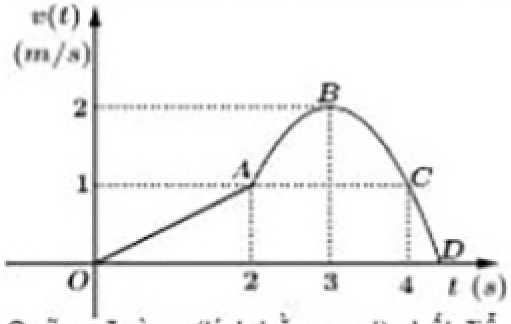
C: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

D: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Trả lời đúng

34

Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của một chất điểm theo thời gian (tính bằng giây). Biết đồ thị biểu diễn vận tốc theo hướng từ O đến A là một đường thẳng, từ A đến D là một phần của Parabol có đỉnh là B (*Tham khảo hình vẽ*).



Quãng đường (tính bằng met) chất điểm đi được trong 3 giây đầu tiên gần nhất với kết quả nào sau đây:

A: $2\,m$.

B: $3,7\,m$.

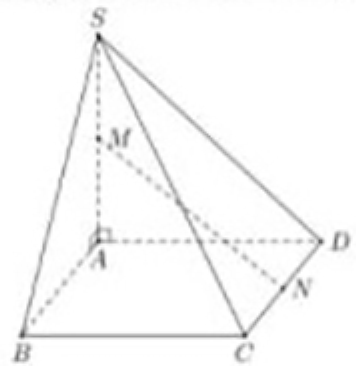
C: $1,7\,m$.

D: $2,7\,m$.

Trả lời sai

35

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD (*tham khảo hình vẽ*). Khoảng cách giữa hai đường thẳngMN và SC bằng



A: $\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

B: $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

C: $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

D: $\frac{a}{3}$.

Trả lời sai

36

Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A: $\left(0\,;\,\frac{1}{2}\right)$.

B: $(1\,;+\infty)$.

C: $\left(\frac{1}{2}\,;1\right)$.

D: $(-\infty\,;0)$.

Trả lời sai

37

Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5\}$, gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số đó thuộc A . Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abc}$ với $a>b>c$ bằng

A: $\frac{1}{5}$.

B: $\frac{1}{10}$.

C: $\frac{2}{5}$.

D: $\frac{3}{10}$.

Trả lời sai

38

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ và điểm $M(2;0;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Khi r đạt giá trị nhỏ nhất, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng

A: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B: $\sqrt{2}$.

C: $\sqrt{3}$.

D: $\sqrt{6}$.

Trả lời sai

39

Tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\,1)$ là

A: $(2;\,4)$

B: $(3;4)$

C: $[3;\,4]$

D: $[2;\,4]$

Trả lời đúng

40

Cho $\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)\right]=\log_3\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)\right]=\log_5\left[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)\right]=0$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A: $y<z<x$.

B: $x<y<z$.

C: $z<x<y$.

D: $z<y<x$.

Trả lời sai

41

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M là trung điểm cạnh AA', N là điểm thuộc BB' sao cho $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P và đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A: $\frac{7}{2}$.

B: $\frac{7}{6}$.

C: $\frac{7}{9}$.

D: $\frac{7}{3}$.

Trả lời sai

42

Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=2$ có dạng là $x=a+b\sqrt{3}$ (a,b là hai số nguyên). Giá trị của $a+b$ bằng

A: 6.

B: 4.

C: 10.

D: 2.

Trả lời đúng

43

Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z-2|=2$?

A: 2.

B: 0.

C: 1.

D: 3.

Trả lời sai

44

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\sqrt{3};1;0\right)$, $B(0;2;0)$; M là điểm di động trên tia Oz. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lên MB và OB. Đường thẳng HK cắt trục Oz tại N. Khi thể tích của tứ diện $MNAB$ nhỏ nhất thì phương trình mặt phẳng (AHN) có dạng $ax+by-\sqrt{2}z+c=0$. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng

A: -1.

B: 5.

C: $2\sqrt{2}$.

D: 0.

Trả lời sai

45

Cho hai số phức $z_1,\ z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_1+z_2|=3$ và $|z_1-z_2|=3\sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $\left|\left(z_1\overline{z_2}\right)^3+\left(\overline{z_1}z_2\right)^3\right|$ bằng

A: 1458.

B: 324.

C: 729.

D: 2196.

Trả lời sai

46

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;4]$, $f(1)=1, f(4)=8$ và $2x.f(x).f'(x)=x^3+2[f(x)]^2, \forall x\in[1;4]$. Tích phân $\int_1^4 \frac{x}{f(x)}dx$ bằng:

A: 2.

B: 1.

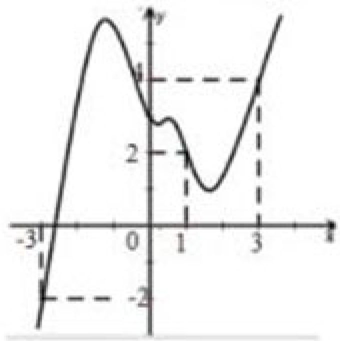
C: 4.

D: 3.

Trả lời sai

47

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}+m$ trên đoạn $[-3;3]$ không vượt quá 2021 thì tập giá trị của m là

A: $(-\infty;-f(-3)+2023]$.

B: $(-\infty;-f(1)+2023]$.

C: $(-\infty;-f(3)+2029]$.

D: $(0;f(3)+2021)$.

Trả lời đúng

48

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-5;15)$ để phương trình $(x^2+1)\ln(x^2+mx+m^2+1)-(x^2+mx+m^2)\ln\sqrt{2x^2+3}=0$ có nghiệm?

A: 20.

B: 19.

C: 18.

D: 17.

Không trả lời

49

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BD = AD = 2a, AC = a\sqrt{7}, BC = a\sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD. bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A: $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

B: $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$..

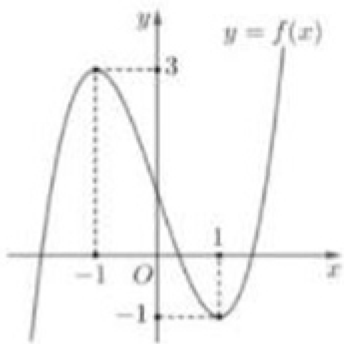
C: $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

D: $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Không trả lời

50

Cho hàm số $g(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ và $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên.



phương trình $g(|f(x)|) = 0$ có số nghiệm thực là

A: 10.

B: 6.

C: 12.

D: 8.

Không trả lời

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG NĂM HỌC 2020 - 2021**
HÀ NỘI	**Bài thi: TOÁN 12**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*
	Ngày thi: 28/05/2021

Câu 1: Cho số phức $4+6i$. Phần ảo của số phức z là:

A. $6i$ **B.** -4 **C.** 6 **D.** 4

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình:

A. $x=2$ **B.** $y=1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=1$

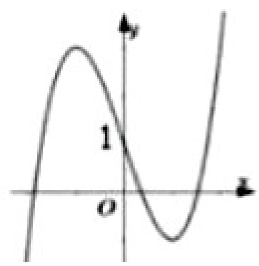
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

A. $y=0$ **B.** $y+z=0$ **C.** $z=0$ **D.** $x=0$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(3;-1;2)$. Vectơ nào sau đây **không** cùng phương với $\vec{u}$?

A. $\vec{d}=(-9;3;-6)$ **B.** $\vec{a}=(-3;1;-2)$ **C.** $\vec{c}=(6;-2;4)$ **D.** $\vec{b}=(-3;1;2)$.

Câu 5: Hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^4-x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x+1$ **C.** $y=-x^3-3x+1$ **D.** $y=-x^3+x-1$

Câu 6: Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng:

A. πBh **B.** $\dfrac{1}{3}Bh$ **C.** Bh **D.** $\dfrac{1}{3}\pi Bh$

Câu 7: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=-5$ và $\int_3^5 f(x)dx=2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng:

A. 3 **B.** -3 **C.** -1 **D.** 1

Câu 8: Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, \log_{a^3} b$ bằng

A. $3\log_a b$ **B.** $\dfrac{1}{3}\log_a b$ **C.** $3+\log_a b$ **D.** $\dfrac{1}{3}+\log_a b$

Câu 9: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n=-2n+3$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Số hạng u_5 bằng:

A. 13 **B.** -7 **C.** 5 **D.** -10

Câu 10: Với x là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. $\sqrt{2021^x}=\left(\sqrt{2021}\right)^x$ **B.** $\left(2021^x\right)^2=\left(2021\right)^{x^2}$ **C.** $\left(2021^x\right)^2=\left(2021\right)^{2x}$ **D.** $\sqrt{2021^x}=2021^{\frac{x}{2}}$

Câu 11: Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là:

A. 0. **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 12: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$ **B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 13: Cho tập X có 2021 phần tử phân biệt, số các hoán vị của tập X là:

A. 2021^2 **B.** 2^{2021} **C.** $2021!$ **D.** 4042

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a,x=b\,(a<b)$ có diện tích là:

A. $\int_a^b |f(x)|dx$ **B.** $\int_a^b f(x)dx$ **C.** $\int_a^b f^2(x)dx$ **D.** $\pi\int_a^b f(x)dx$

Câu 15: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+2=0$. Khi đó z_1+z_2 bằng:

A. -2 **B.** 2 **C.** -1 **D.** 1

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-5		1		$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

A. $(-\infty;+\infty)$ **B.** $[-5;1)$ **C.** $(-5;1)$ **D.** $[-5;-1]$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$ là:

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16$ **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$ **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$

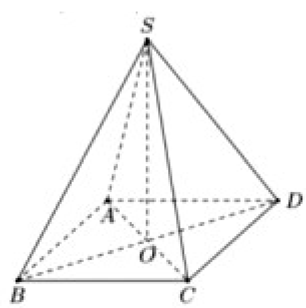
Câu 18: Cho tam giác đều SAB có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AB. Chiều cao h của khối nón tạo thành khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{a}{2}$

Câu 19: Biết $\int_0^1 [f(x)+2x]dx=2021$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 2019 **B.** 2022 **C.** 2020 **D.** 2021

Câu 20: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD, O$ là tâm của đáy (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng



A. AB **B.** AO **C.** AD **D.** SO

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$ và điểm $M(1;1;2)$. Phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với (P) là:

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$ **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$

Câu 22: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi qua D quanh trục Ox bằng:

A. $\pi\int_0^1 e^{3x}dx$ **B.** $\int_0^1 e^{3x}dx$ **C.** $\int_0^1 e^{6x}dx$ **D.** $\pi\int_0^1 e^{6x}dx$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$			3				2		
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
	-2				0				1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$. Giá trị $M + m$ bằng:

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 4

Câu 24: Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm $F'(x) = \frac{1}{2x-1}$ với mọi $x > \frac{1}{2}$ và $F(1) = 3$ thì giá trị của $F(5)$ bằng:

A. $3 - \ln 3$ **B.** $3 + \ln 3$ **C.** $3\ln 3$ **D.** $3 + \ln 9$

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = 5^{6x+7}$ là:

A. $5^{6x+7}\ln 30$ **B.** $5^{6x+7}6\ln 5$ **C.** $5^{6x+7}\ln 5$ **D.** 6.5^{6x+7}

Câu 26: Cho số phức $z = 1 - 3i$. Khi đó $|z|$ bằng:

A. $\sqrt{10}$ **B.** 2 **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** 4

Câu 27: Cho hình bát diện đều cạnh bằng 1. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng:

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $8\sqrt{3}$

Câu 28: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a + 4\log_2 b = 3$. Giá trị của $P = a^3b^4$ bằng:

A. 2 **B.** 16 **C.** 8 **D.** 4

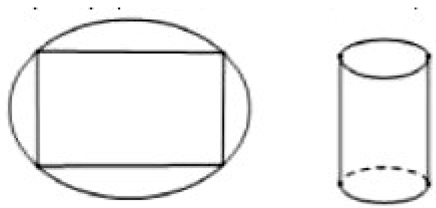
Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn cho số phức $w = 1 + 2\overline{z}$ có tọa độ là:

A. $(-6;1)$ **B.** $(-6;-1)$ **C.** $(6;1)$ **D.** $(6;-1)$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;0;-1), B(1;3;4)$ và $D(-5;1;0)$. Tọa độ trung điểm của AC là:

A. $(-3;-1;-2)$ **B.** $(-2;2;2)$ **C.** $(-1;1;1)$ **D.** $(-6;4;5)$

Câu 31: Từ một tâm tôn có hình dạng là một Elip với độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 4, ta cắt lấy tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp Elip (tham khảo hình vẽ sau). Gõ tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy.



Thể tích lớn nhất của khối trụ giới hạn bởi hình trụ trên bằng:

A. $\frac{128}{3\sqrt{2}\pi}$ **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{9\pi}$ **C.** $\frac{64}{3\sqrt{2}\pi}$ **D.** $\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$

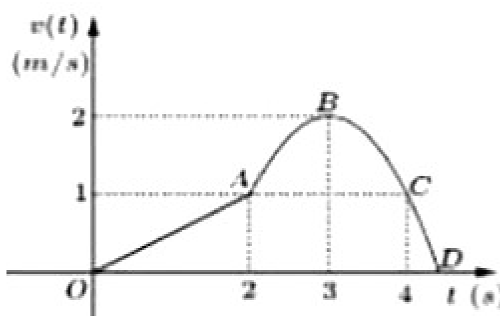
Câu 32: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị A,B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y=5x-9$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -6 **B.** 6 **C.** 0 **D.** 2

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-2z+3=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1;1;-2)$, cắt trục Ox và song song với (P). Phương trình của đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=-2+2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=-2+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1-t \\ z=-2+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1 \\ z=-2+t \end{cases}$

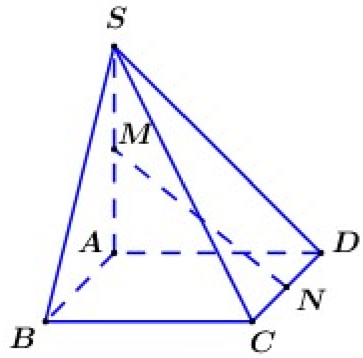
Câu 34: Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của một chất điểm theo thời gian (tính bằng giây). Biết đồ thị biểu diễn vận tốc theo hướng từ O đến A là một đường thẳng, từ A đến D là một phần của parabol có đỉnh là B (tham khảo hình vẽ).



Quãng đường (tính bằng mét) chất điểm đi được trong 3 giây đầu tiên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $2m$ **B.** $3,7m$ **C.** $1,7m$ **D.** $2,7m$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm của SA và CD (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC bằng:



A. $\frac{2a\sqrt{5}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ **D.** $\frac{a}{3}$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=f(x^2-|x|)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\frac{1}{2}\right)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$ **D.** $(-\infty;0)$

Câu 37: Cho $A=\{0;1;2;3;4;5\}$, gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số đó thuộc A. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S. Xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abc}$ với $a>b>c$ là:

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{10}$ **C.** $\frac{2}{5}$ **D.** $\frac{3}{10}$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ và điểm $M(2;0;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Khi r đạt giá trị nhỏ nhất, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Câu 39: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ là:

A. $(2;4)$ **B.** $(3;4)$ **C.** $[3;4]$ **D.** $[2;4]$

Câu 40: Cho $\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)\right]=\log_3\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)\right]=\log_5\left[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)\right]=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y<z<x$ **B.** $x<y<z$ **C.** $z<x<y$ **D.** $z<y<x$

Câu 41: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M là trung điểm cạnh AA', N là điểm thuộc BB' sao cho $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P và cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng:

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{7}{6}$ **C.** $\frac{7}{9}$ **D.** $\frac{7}{3}$

Câu 42: Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=2$ có dạng $x=a+b\sqrt{3}$ (a,b là hai số nguyên). Giá trị của $a+b$ bằng:

A. 6 **B.** 4 **C.** 10 **D.** 2

Câu 43: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z-2|=2$?

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(\sqrt{3};1;0), B(0;2;0)$. M là điểm di động trên Oz. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lên MB và OB. Đường thẳng HK cắt trục Oz tại N. Khi đó thể tích của tứ diện $MNAB$ nhỏ nhất thì phương trình mặt phẳng (AHN) có dạng $ax+by-\sqrt{2}z+c=0$. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng:

A. -1 **B.** 5 **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** 0

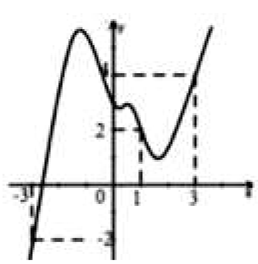
Câu 45: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_1+z_2|=3$ và $|z_1-z_2|=3\sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $\left|\left(z_1\overline{z_2}\right)^3+\left(\overline{z_1}z_2\right)^3\right|$ bằng:

A. 1458 **B.** 324 **C.** 729 **D.** 2196

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;4], f(1)=1, f(4)=8$ và $2x.f(x).f'(x)=x^3+2[f(x)]^2\ \forall x\in[1;4]$. Tích phân $\int_1^4 \frac{x}{f(x)}dx$ bằng:

A. 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên:



Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}+m$ trên đoạn $[-3;3]$ không vượt quá 2021 thì tập giá trị của m là:

A. $\left(-\infty;-f\left(-3\right)+2023\right]$ **B.** $\left(-\infty;-f\left(1\right)+2023\right]$

C. $\left(-\infty;-f\left(3\right)+2029\right]$ **D.** $\left(0;f\left(3\right)+2023\right]$

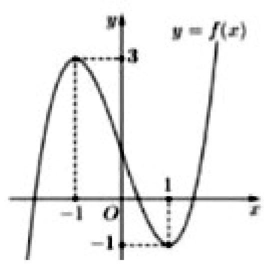
Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left(-5;15\right)$ để phương trình $\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)-\left(x^2+mx+m^2\right)\ln\sqrt{2x^2+3}=0$ có nghiệm?

A. 20 **B.** 19 **C.** 18 **D.** 17

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BD=AD=2a, AC=a\sqrt{7}, BC=a\sqrt{5}.$ Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB,CD bằng $\frac{a}{2}.$ Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 50: Cho hàm số $g\left(x\right)=x^3-6x^2+11x-6$ và $f\left(x\right)$ là hàm đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $g\left(\left|f\left(x\right)\right|\right)=0$ có số nghiệm thực là:



A. 10 **B.** 6 **C.** 12 **D.** 8

HẾT

ĐÁP ÁN

1-C	**2-D**	**3-D**	**4-D**	**5-B**	**6-B**	**7-B**	**8-B**	**9-B**	**10-B**
11-C	**12-D**	**13-C**	**14-A**	**15-B**	**16-C**	**17-B**	**18-C**	**19-C**	**20-B**
21-B	**22-D**	**23-C**	**24-B**	**25-B**	**26-A**	**27-B**	**28-C**	**29-C**	**30-B**
31-D	**32-C**	**33-B**	**34-D**	**35-B**	**36-C**	**37-A**	**38-C**	**39-A**	**40-C**
41-B	**42-A**	**43-D**	**44-D**	**45-A**	**46-A**	**47-A**	**48-D**	**49-C**	**50-C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB)

Phương pháp:

Phần ảo của số phức $z = a + bi$ là b.

Cách giải:

Phần ảo của số phức $4 + 6i$ là 6.

Chọn C.

Câu 2 (NB)

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có TCĐ $x = -\dfrac{d}{c}$.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ có TCĐ $x = 1$.

Chọn D.

Câu 3 (NB)

Phương pháp:

Trong không gian $Oxyz,$ phương trình của mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là $x = 0.$

Cách giải:

Trong không gian $Oxyz,$ phương trình của mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là $x = 0.$

Chọn D.

Câu 4 (NB)

Phương pháp:

Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi tồn tại số $k \in \mathbb{R}\left(k \neq 0\right)$ sao cho $\vec{a} = k\vec{b}.$

Cách giải:

Ta có:

$\vec{d} = -3\vec{u}, \vec{a} = -\vec{u}, \vec{c} = 2\vec{u}$ nên $\vec{d}, \vec{a}, \vec{c}$ cùng phương với $\vec{u}$.

Chọn D.

Câu 5 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào hình dáng đồ thị và chiều của nhánh cuối.

Cách giải:

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm đa thức bậc ba nên loại đáp án A và D.

Đồ thị có nhánh cuối hướng lên nên loại đáp án C.

Chọn B.

Câu 6 (NB)

Phương pháp:

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng $\frac{1}{3}Bh$.

Cách giải:

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng $\frac{1}{3}Bh$.

Chọn B.

Câu 7 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng tính chất tích phân: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Cách giải:

Ta có: $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = -5 + 2 = -3$.

Chọn B.

Câu 8 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\log_a x^m = m\log_a x\left(0 < a \ne 1, x > 0\right)$.

Cách giải:

Với $a, b > 0, a \ne 1$ ta có $\log_{a^3} b = \frac{1}{3}\log_a b$.

Chọn B.

Câu 9 (NB)

Phương pháp:

Thay $n=5$.

Cách giải:

Ta có $u_5=-2.5+3=-7$.

Chọn B.

Câu 10 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\left(a^m\right)^n=a^{mn}$.

Cách giải:

Ta có $\left(2021^x\right)^2=\left(2021\right)^{2x}$ nên $\left(2021^x\right)^2=\left(2021\right)^{x^2}$ là mệnh đề sai.

Chọn B.

Câu 11 (NB)

Phương pháp:

Giải phương trình $y'=0$ tìm số nghiệm bội lẻ.

Cách giải:

Ta có $y=x^3-3x^2+1\Rightarrow y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn C.

Câu 12 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định các khoảng đồng biến là các khoảng mà hàm số liên tục và có đạo hàm dương.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $\left(-1;0\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Chọn D.

Câu 13 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm hoán vị.

Cách giải:

Số các hoán vị của tập X là $2021!$.

Chọn C.

Câu 14 (NB)

Phương pháp:

Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(a;b\right)$. Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b\left(a < b\right)$ có diện tích là $\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx$.

Cách giải:

Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(a;b\right)$. Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b\left(a < b\right)$ có diện tích là $\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx$.

Chọn A.

Câu 15 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng định lí Vi-ét cho phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0\left(a \ne 0\right): z_1 + z_2 = \frac{c}{a}$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 2$.

Chọn B.

Câu 16 (NB)

Phương pháp:

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $f\left(x\right) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Phương trình $f\left(x\right) - m = 0 \Leftrightarrow f\left(x\right) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-5 < m < 1$.

Chọn C.

Câu 17 (NB)

Phương pháp:

Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(a;b;c\right)$, bán kính R là: $\left(S\right):\left(x-a\right)^2 + \left(y-b\right)^2 + \left(z-c\right)^2 = R^2$.

Cách giải:

Phương trình mặt cầu tâm $I\left(1;2;3\right)$ và bán kính $R=4$ là: $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=16.$

Chọn B.

Câu 18 (NB)

Phương pháp:

Khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM ta được hình nón có chiều cao $h=SM$.

Cách giải:

Khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM ta được hình nón có chiều cao $h=SM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn C.

Câu 19 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản.

Cách giải:

$$\int_0^1\left[f\left(x\right)+2x\right]dx=2021$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f\left(x\right)dx+\int_0^1 2xdx=2021$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f\left(x\right)dx+x^2\Big|_0^1=2021$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f\left(x\right)dx+1=2021$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f\left(x\right)dx=2020$$

Chọn C.

Câu 20 (NB)

Phương pháp:

Tìm lần lượt hình chiếu của S,A lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

Cách giải:

Ta có $SO\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow O$ là hình chiếu vuông góc của S lên $\left(ABCD\right)$.

Vì $A\in\left(ABCD\right)$ nên A là hình chiếu vuông góc của chính nó lên $\left(ABCD\right)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng OA.

Chọn B.

Câu 21 (TH)

Phương pháp:

- Vì $d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P}$.

- Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ là $\dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$.

Cách giải:

Mặt phẳng $(P): x - y + z - 5 = 0$ có 1 VTPT là $\overrightarrow{n_P} = (1;-1;1)$.

Vì $d \perp (P) \Rightarrow$ Đường thẳng d có 1 VTCP là $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P} = (1;-1;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$.

Chọn B.

Câu 22 (NB)

Phương pháp:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$ xung quanh trục Ox là: $V = \pi\int\limits_a^b \left|f^2(x) - g^2(x)\right| dx.$

Cách giải:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng $\pi\int\limits_0^1 e^{6x} dx.$

Chọn D.

Câu 23 (TH)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định M, m và tính tổng.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy $\begin{cases} M = \max\limits_{[-3;2]} f(x) = f(-1) = 3 \\ m = \min\limits_{[-3;2]} f(x) = f(-3) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + m = 3 - 2 = 1.$

Chọn C.

Câu 24 (TH)

Phương pháp:

- Tính $F(x)=\int F'(x)dx.$

- Phá giá trị tuyệt đối và sử dụng $F(1)=3$ tìm $C.$

- Tính $F(5).$

Cách giải:

Ta có $F(x)=\int F'(x)dx=\int \frac{1}{2x-1}dx=\frac{1}{2}\ln|2x-1|+C.$

Vì $x>\frac{1}{2}\Rightarrow 2x-1>0$ nên $F(x)=\frac{1}{2}\ln(2x-1)+C.$

Lại có $F(1)=3\Rightarrow \frac{1}{2}\ln 1+C=3\Leftrightarrow C=3\Rightarrow F(x)=\frac{1}{2}\ln(2x-1)+3.$

Vậy $F(5)=\frac{1}{2}\ln 9+3=\ln 3+3.$

Chọn B.

Câu 25 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm: $\left(a^u\right)'=u'.a^u\ln a.$

Cách giải:

Ta có $\left(5^{6x+7}\right)'=6.5^{6x+7}\ln 5.$

Chọn B.

Câu 26 (NB)

Phương pháp:

Số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}.$

Cách giải:

$z=1-3i\Rightarrow |z|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}.$

Chọn A.

Câu 27 (TH)

Phương pháp:

Bát diện đều có 8 mặt là tam giác đều.

Cách giải:

Bát diện đều có 8 mặt là tam giác đều.

Diện tích 1 mặt là $S_1 = \frac{1^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Vậy tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó là $S = 8S_1 = 2\sqrt{3}$.

Chọn B.

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\log_a x^m = m\log_a x\left(0 < a \ne 1, x > 0\right), \log_a x + \log_a y = \log_a\left(xy\right)\left(0 < a \ne 1, x, y > 0\right)$.

Cách giải:

Ta có:

$$3\log_2 a + 4\log_2 b = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(a^3b^4\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow a^3b^4 = 2^3 = 8$$

Vậy $P = 8$.

Chọn C.

Câu 29 (TH)

Phương pháp:

- Thực hiện phép chia số phức tìm z và suy ra $\overline{z}$.

- Thực hiện các phép toán tìm số phức $w = 1 + 2\overline{z}$.

- Số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là $M\left(a;b\right)$.

Cách giải:

Ta có: $\left(1-i\right)z = 2 - 3i \Rightarrow z = \frac{2-3i}{1-i} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow \overline{z} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$.

$$\Rightarrow w = 1 + 2\overline{z} = 1 + 2\left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 6 + i.$$

Vậy điểm biểu diễn cho số phức $w = 1 + 2\overline{z}$ có tọa độ là $\left(6;1\right)$.

Chọn C.

Câu 30 (TH)

Phương pháp:

Tìm tọa độ trung điểm của BD.

Cách giải:

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên nếu I là trung điểm của AC thì I cũng là trung điểm của BD.

Ta có $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{1+(-5)}{2} = -2 \\ y_I = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{3+1}{2} = 2 \\ z_I = \dfrac{z_B + z_D}{2} = \dfrac{4+0}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-2;2;2).$

Vậy tọa độ trung điểm của AC là $(-2;2;2)$.

Chọn B.

Câu 31 (VD)

Phương pháp:

- Lập phương trình Elip.

- Giả sử hình chữ nhật có chiều dài $2a(0 < a < 4)$. Khi đó chu vi đáy hình trụ bằng $2a$, tính bán kính đáy của hình trụ.

- Tính chiều cao hình trụ.

- Thể tích khối trụ có chiều cao h, bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$.

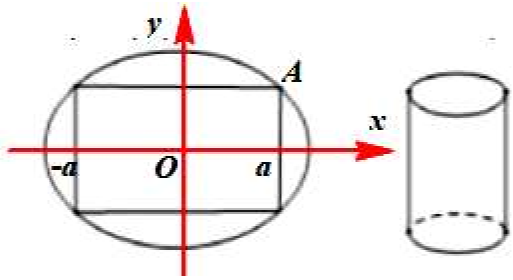
- Sử dụng phương pháp hàm số để tìm GTLN của hàm số.

Cách giải:

Theo bài ra ta có $\begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow$ Phương trình elip là: $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1(E)$.

Giả sử hình chữ nhật có chiều dài $2a(0 < a < 4)$. Khi đó chu vi đáy hình trụ bằng $2a$, nên bán kính đáy là $R = \dfrac{2a}{2\pi} = \dfrac{a}{\pi}$.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ



Thay $x=a$ ta có $\frac{a^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1 \Leftrightarrow y^2=4\left(1-\frac{a^2}{16}\right) \Rightarrow y_A=2\sqrt{1-\frac{a^2}{16}} \Rightarrow A\left(a;2\sqrt{1-\frac{a^2}{16}}\right)$.

$\Rightarrow$ Chiều rộng của hình chữ nhật là $4\sqrt{1-\frac{a^2}{16}} \Rightarrow$ Chiều cao của hình trụ là $h=4\sqrt{1-\frac{a^2}{16}}$.

$\Rightarrow$ Thể tích khối trụ: $V=\pi R^2 h=\pi.\frac{a^2}{\pi}4\sqrt{1-\frac{a^2}{16}}=\frac{64}{\pi}.\frac{a^2}{16}\sqrt{1-\frac{a^2}{16}}$.

Xét hàm số $f(a)=\frac{a^2}{16}\sqrt{1-\frac{a^2}{16}}$, đặt $t=\frac{a^2}{16}(0<t<1) \Rightarrow f(t)=t\sqrt{1-t}$.

Ta có

$f'(t)=\sqrt{1-t}+t.\frac{-1}{2\sqrt{1-t}}=\frac{2-3t}{2\sqrt{1-t}}$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow 2-3t=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow \max\limits_{(0;1)} f(t)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}.\sqrt{1-\frac{2}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ giới hạn bởi hình trụ trên bằng $\frac{64}{\pi}.\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$.

Chọn D.

Câu 32 (VD)

Phương pháp:

- Tìm điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị.

- Để A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y=5x-9$ thì điểm M là trung điểm của AB phải thuộc d.

- Chứng minh M là điểm uốn của đồ thị hàm số đã cho, giải phương trình $y''=0$ tìm M.

- Thay M vào phương trình đường thẳng d tìm m.

Cách giải:

Ta có: $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x\Rightarrow y'=x^2-2mx+m^2-1$.

Để hàm số có 2 cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow \Delta'=m^2-m^2+1>0\Leftrightarrow 1>0$ (luôn đúng)

Để A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$ thì điểm M là trung điểm của AB phải thuộc d.

Vì hàm đa thức bậc ba nhận điểm uốn làm điểm đối xứng nên M chính là điểm uốn của hàm số ban đầu.

Ta có $y''=2x-2m=0\Leftrightarrow x=m\Rightarrow y=\frac{1}{3}m^3-m^3+\left(m^2-1\right)m=\frac{1}{3}m^3-m$.

$\Rightarrow M\left(m;\frac{1}{3}m^3-m\right)$.

$M\in d\Rightarrow \frac{1}{3}m^3-m=5m-9\Leftrightarrow m^3-18m+27=0$.

Vậy tổng các giá trị của m là 0 (Định lí Vi-ét cho phương trình bậc ba).

Chọn C.

Câu 33 (VD)

Phương pháp:

- Giả sử $d\cap Ox=N\Rightarrow N\left(n;0;0\right)$.

- Giải phương trình $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_P}=0$ với $\overrightarrow{n_P}$ là 1 VTPT của $\left(P\right)$ để tìm n.

- Viết phương trình đường thẳng d.

Cách giải:

Giả sử $d\cap Ox=N\Rightarrow N\left(n;0;0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=\left(n-1;-1;2\right)$ là 1 VTCP của đường thẳng d.

Mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-2z+3=0$ có 1 VTPT là $\overrightarrow{n_P}=\left(1;-2;-2\right)$.

Vì $d//\left(P\right)\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_P}=0\Rightarrow 1\left(n-1\right)-2.\left(-1\right)-2.2=0$

$\Rightarrow n-1+2-4=0\Leftrightarrow n-3=0\Leftrightarrow n=3$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(2;-1;2\right)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-2+2t\end{cases}$.

Chọn B.

Câu 34 (VD)

Phương pháp:

- Tìm hàm vận tốc trên từng giai đoạn.

- Tính quãng đường vật đi được từ $t=a\left(s\right)$ đến $t=b\left(s\right)$ là $s=\int\limits_a^b v\left(t\right)dt.$

Cách giải:

Xét 2 giây đầu tiên, ta có $v_1\left(t\right)=\frac{1}{2}t.$

$\Rightarrow$ Quãng đường vật đi được trong 2s đầu tiên là $s_1=\int\limits_0^2 \frac{1}{2}tdt=1\left(m\right).$

Trong khoảng thời gian từ giây thứ hai đến giây thứ ba, vận tốc của vật là hàm có dạng

$$v_2\left(t\right)=at^2+bt+c\ \left(P\right).$$

Ta có $\left(2;1\right);\left(3;2\right);\left(4;1\right)$ thuộc $\left(P\right)$ nên có hệ $\begin{cases}4a+2b+c=1\\9a+3b+c=2\\16a+4b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=6\\c=-7\end{cases}\Rightarrow v_2\left(t\right)=-x^2+6x-7.$

$\Rightarrow$ Quãng đường vật đi được từ giây thứ hai đến giây thứ ba là: $s_2=\int\limits_2^3\left(-t^2+6t-7\right)dt=\frac{5}{3}\left(m\right).$

Vậy quãng đường vật đi được trong 3s đầu tiên là $s=s_1+s_2=1+\frac{5}{3}=\frac{8}{3}\left(m\right)\approx 2,7\left(m\right).$

Chọn D.

Câu 35 (VD)

Phương pháp:

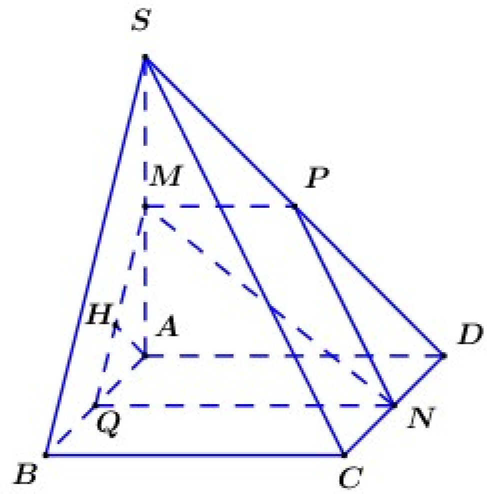
- Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của SD, AB, chứng minh $d\left(SC;MN\right)=d\left(S;\left(MPNQ\right)\right).$

- Đổi $d\left(S;\left(MPNQ\right)\right)$ sang $d\left(A;\left(MPNQ\right)\right).$

- Trong $\left(SAB\right)$ kẻ $AH\perp MQ\left(H\in MQ\right),$ chứng minh $AH\perp\left(MPNQ\right).$

- Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính khoảng cách.

Cách giải:



Gọi P là trung điểm của SD ta có $NP//SC \Rightarrow SC//(MNP) \supset MN$.

$\Rightarrow d(MN;SC) = d(SC;(MNP)) = d(S;(MNP))$.

Gọi Q là trung điểm của $AB \Rightarrow MP//NQ \Rightarrow (MNP) \equiv (MPNQ)$ nên $d(S;(MNP)) = d(S;(MPNQ))$.

Ta có: $SA \cap (MPNQ) = M \Rightarrow \dfrac{d(S;(MPNQ))}{d(A;(MPNQ))} = \dfrac{MS}{MA} = 1 \Rightarrow d(S;(MPNQ)) = d(A;(MPNQ))$.

Trong (SAB) kẻ $AH \perp MQ \, (H \in MQ)$ ta có

$\begin{cases} QN \perp AB \\ QN \perp SA \end{cases} \Rightarrow QN \perp (SAB) \Rightarrow QN \perp AH$

$\begin{cases} AH \perp QN \\ AH \perp QM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MPNQ)$

$\Rightarrow d(A;(MPNQ)) = AH$.

Ta có $AQ = \dfrac{1}{2}AB = a, AM = \dfrac{1}{2}SA = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AMQ ta có: $AH = \dfrac{AM.AQ}{\sqrt{AM^2 + AQ^2}} = \dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{a^2 + \dfrac{5a^2}{4}}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Vậy $d(SC;MN) = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Chọn B.

Câu 36 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng $|x|=\sqrt{x^2}$.

- Tính $g'(x)$, giải phương trình $g'(x)=0$.

- Lập BXD $g'(x)$ và tìm các khoảng nghịch biến của hàm số.

Cách giải:

Ta có $g(x)=f\left(x^2-|x|\right)=f\left(x^2-\sqrt{x^2}\right)$

$$\Rightarrow g'(x)=\left(2x-\frac{x}{\sqrt{x^2}}\right)f'\left(x^2-\sqrt{x^2}\right)$$

Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2x-\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}=0 & (1)\\ f'\left(x^2-\sqrt{x}\right)=0 & (2)\end{array}\right.$

$$(1)\Leftrightarrow 2x\sqrt{x^2}-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ \sqrt{x^2}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{2}\end{array}\right..$$

$$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-\sqrt{x^2}=-1\,(vo\ nghiem)\\ x^2-\sqrt{x^2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\sqrt{x^2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\ x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

BXD:

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Chọn C.

Câu 37 (TH)

Phương pháp:

- Tính số phần tử của không gian mẫu.

- Tính số phần tử của biến cố.

- Tính xác suất của biến cố.

Cách giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=5.5.4=100$.

Gọi A là biến cố: "số được chọn có dạng $\overline{abc}$ với $a>b>c$".

$\Rightarrow n(A)=C_6^3=20$ (chỉ có 1 thứ tự là $a>b>c$ nên ta dùng tổ hợp).

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{20}{100}=\dfrac{1}{5}$.

Chọn A.

Câu 38 (VD)

Phương pháp:

- Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S).

- Sử dụng định lí Pytago, chứng minh: Để r đạt giá trị nhỏ nhất thì IH đạt giá trị lớn nhất.

- Nhận xét $IH\le IM$.

- Khi r đạt giá trị nhỏ nhất, viết phương trình mặt phẳng (P).

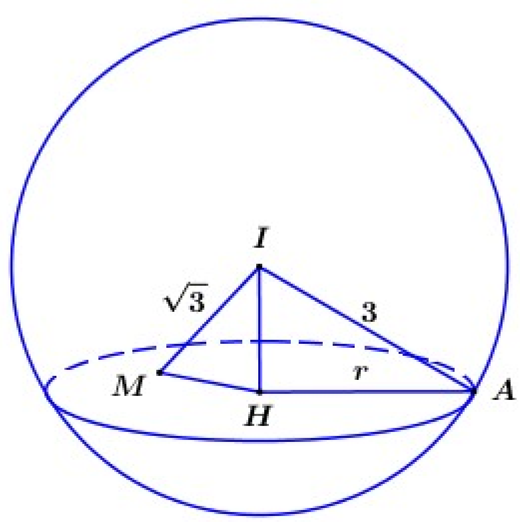
- Sử dụng: Khoảng cách từ điểm $I(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ là

$$d(I;(P))=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

Cách giải:

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ có tâm $I(1;1;0)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+1^2-(-7)}=3$.

Ta có $MI=\sqrt{(1-2)^2+(1-0)^2+(0-1)^2}=\sqrt{3}<R$ nên M nằm trong mặt cầu (S).



Áp dụng định lí Pytago ta có: $r=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{9-IH^2}$.

Để r đạt giá trị nhỏ nhất thì IH đạt giá trị lớn nhất.

Ta có ΔIMH vuông tại H nên $IH\le IM$, do đó $IM_{\max}=IM=\sqrt{3}$ khi $H\equiv M$ hay $IM\perp(P)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(2;0;1)$ và có 1 VTPT $\overrightarrow{IM}=(1;-1;1)$ là: $x-y+z-3=0$.

Vậy $d(O;(P))=\dfrac{|-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

Chọn C.

Câu 39 (VD)

Phương pháp:

- Cô lập m, đưa phương trình về dạng $m=f(x)$.

- Khảo sát hàm số $f(x)$ trên $(0;1)$ và sử dụng tương giao tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.

Cách giải:

Ta có:

$$6^x+(3-m)2^x-m=0$$

$$\Leftrightarrow 6^x+3.2^x-m.2^x-m=0$$

$$\Leftrightarrow m(2^x+1)=6^x+3.2^x$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=f(x)$$

Ta có

$$f'(x)=\frac{(6^x.ln6+3.2^x\ln 2)(2^x+1)-(6^x+3.2^x)2^x\ln 2}{(2^x+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{12^x\ln 2+6^x.ln6+3.4^x\ln 2+3.2^x\ln 2-12^x\ln 2-3.4^x\ln 2}{(2^x+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{6^x.\ln 6+3.2^x\ln 2}{(2^x+1)^2}>0\ \forall x\in(0;1).$$

$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

Có $f(0)=2, f(1)=4$ nên $f(x)\in(2;4)\ \forall x\in(0;1)$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x \in (0;1)$ khi $m \in (2;4)$.

Chọn A.

Câu 40 (TH)

Phương pháp:

Giải phương trình logarit: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ tìm x, y, z và so sánh.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x, y, z > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_3 y > 0 \\ \log_5 z > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \\ z > 1 \end{cases}.$

Ta có:

$$\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)\right] = \log_3\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)\right] = \log_5\left[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x) = \log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y) = \log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z) = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \dfrac{1}{2} \\ \log_3 y = \dfrac{1}{3} \\ \log_5 z = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{1}{2}} \approx 1,41 \\ y = 3^{\frac{1}{3}} \approx 1,44 \\ z = 5^{\frac{1}{5}} \approx 1,37 \end{cases}$$

Vậy $z < x < y$.

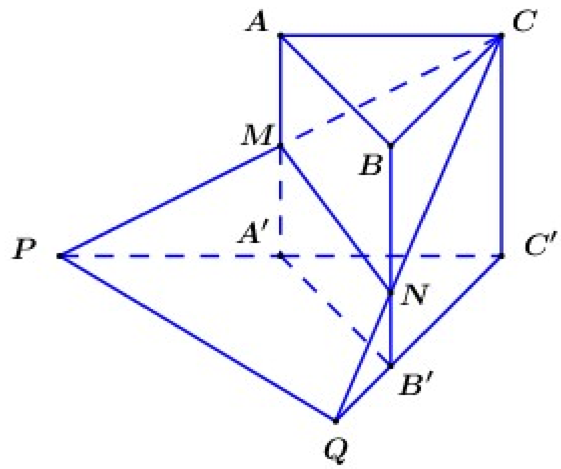
Chọn C.

Câu 41 (VD)

Phương pháp:

Phân chia và lắp ghép khối đa diện.

Cách giải:



Không mất tính tổng quát, ta giả sử lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng.

Ta có $V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CC'A'MNB'}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có:

$$\frac{CM}{PM} = \frac{AM}{A'M} = 1 \Rightarrow \frac{CM}{CP} = \frac{1}{2} = \frac{C'A'}{C'P}$$

$$\frac{CN}{NQ} = \frac{BN}{B'N} = 2 \Rightarrow \frac{CN}{CQ} = \frac{2}{3} = \frac{C'B'}{C'Q}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{S_{C'PQ}} = \frac{C'A'}{C'P}.\frac{C'B'}{CQ} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{C.C'A'B'}}{V_{C.C'PQ}} = \frac{S_{A'B'C'}}{S_{C'PQ}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{C.C'PQ} = 3V_{C.C'A'B'} = V_{ABC.A'B'C'}$$

Ta có: $S_{A'MNB'} = \frac{1}{2}\left(A'M + B'N\right).A'B' = \frac{1}{2}A'B'.\left(\frac{1}{2}AA' + \frac{1}{3}AA'\right) = \frac{5}{12}S_{ABB'A'}$

$$\Rightarrow S_{ABMN} = \frac{7}{12}S_{ABB'A'} \Rightarrow V_{C.ABMN} = \frac{7}{12}V_{C.ABB'A'}.$$

Mà $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C.ABMN} = \frac{7}{12}.\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{18}V_{ABC.A'B'C'}$.

$$\Rightarrow V_{CC'.A'MNB'} = \frac{11}{18}V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\Rightarrow V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CC'A'MNB'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{11}{18}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{18}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{18}.3 = \frac{7}{6}.$$

Chọn B.

Câu 42 (VD)

Phương pháp:

- Đưa các logarit về cùng cơ số 2.

- Giải phương trình logarit: $\log_a f\left(x\right)=b \Leftrightarrow f\left(x\right)=a^b$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x>0 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Ta có:

$$\log_{\sqrt{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)=2$$

$\Leftrightarrow 2\log_2 x-\log_2\left(2x-1\right)=2$

$\Leftrightarrow \log_2 x^2-\log_2\left(2x-1\right)=2$

$\Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2}{2x-1}=2$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2x-1}=4$

$\Leftrightarrow x^2-8x+4=0$

$\Leftrightarrow x=4\pm 2\sqrt{3}$

Suy ra nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)=2$ là $x=4+2\sqrt{3} \Rightarrow a=4, b=2$.

Vậy $a+b=4+2=6$.

Chọn A.

Câu 43 (VD)

Phương pháp:

- Gọi $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Thay vào các giả thiết suy ra 2 phương trình hai ẩn a,b.

- Sử dụng phương pháp thế giải tìm a,b và kết luận.

Cách giải:

Gọi $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$.

+ Ta có $z^2=\left(a+bi\right)^2=a^2-b^2+2abi$ là số thuần ảo nên $a^2-b^2=0 \Leftrightarrow a^2=b^2$.

+ $\left|z-2\right|=2 \Leftrightarrow \left|\left(a-2\right)+bi\right|=2 \Leftrightarrow \left(a-2\right)^2+b^2=4$.

Thay $a^2=b^2$ ta có: $\left(a-2\right)^2+a^2=4 \Leftrightarrow 2a^2-4a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \Rightarrow b=0 \\ a=2 \Rightarrow b=\pm 2 \end{array}\right.$.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu.

Chọn D.

Câu 44 (VDC)

Phương pháp:

- Sử dụng $V_{AMNB}=\frac{1}{3}d\left(A;\left(MNB\right)\right)S_{\Delta MNB}$, chứng minh V_{AMNB} đạt giá trị nhỏ nhất thì $S_{\Delta MNB}$ phải đạt giá trị nhỏ nhất.

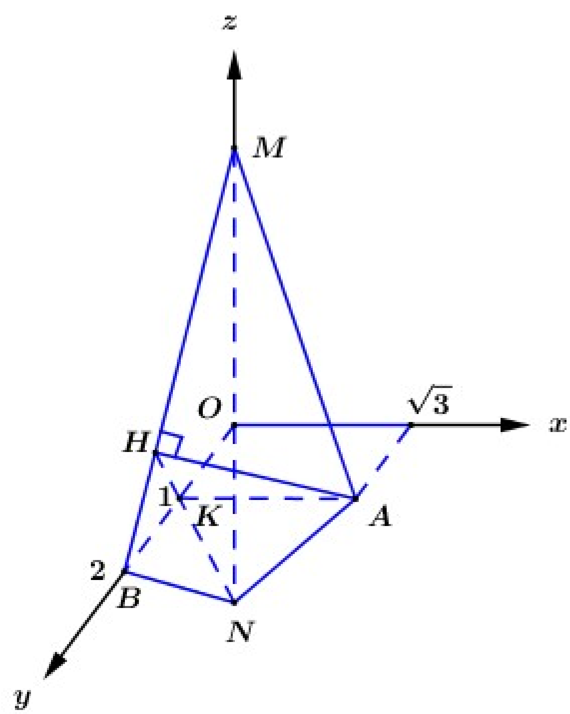
- Sử dụng: $S_{\Delta MNB}=\frac{1}{2}BO.MN$, chứng minh $S_{\Delta MNB}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $MN_{\min}$.

- Chứng minh $\Delta OMB \backsim \Delta OKN$, từ đó tính $OM.ON$ và áp dụng BĐT Cô-si tìm $MN_{\min}$.

- Tìm điều kiện để dấu "=" xảy ra, suy ra tọa độ điểm M.

- Chứng minh $MB\perp\left(AHN\right)$, viết phương trình mặt phẳng $\left(AHN\right)$.

Cách giải:



Ta có: $V_{AMNB}=\frac{1}{3}d\left(A;\left(MNB\right)\right)S_{\Delta MNB}$.

Ta có $d\left(A;\left(MNP\right)\right)=d\left(A;\left(Oyz\right)\right)=\sqrt{3}$ không đổi nên V_{AMNB} đạt giá trị nhỏ nhất thì $S_{\Delta MNB}$ phải đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có: $S_{\Delta MNB}=\frac{1}{2}BO.MN=\frac{1}{2}.2.MN=MN$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Rightarrow MN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có:

$\begin{cases} AK \perp OB \\ AK \perp OM \end{cases} \Rightarrow AK \perp (OMB) \Rightarrow AK \perp MB$

$\begin{cases} MB \perp AK \\ MB \perp AH \end{cases} \Rightarrow MB \perp (AHK) \Rightarrow MB \perp HK \Rightarrow MB \perp KN$

Xét ΔOMB và ΔOKN có:

$\angle MOB = \angle KON = 90^0$

$\angle OMB = \angle OKN$ (hai góc có các cặp cạnh tương ứng vuông góc).

$\Rightarrow \Delta OMB \backsim \Delta OKN (g.g) \Rightarrow \dfrac{OM}{OB} = \dfrac{OK}{ON} \Rightarrow OM.ON = OK.OB = 2.1 = 2.$

Khi đó ta có $MN = OM + ON \geq 2\sqrt{OM.ON} = 2\sqrt{2}$ (BĐT Cô-si).

Dấu "=" xảy ra khi $OM = ON = \sqrt{2} \Rightarrow M(0;0;\sqrt{2})$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{BM} = (0;-2;\sqrt{2})$ là 1 VTPT của (AHN).

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(AHN): -2y + \sqrt{2}z + 2 = 0 \Leftrightarrow 2y - \sqrt{2}z - 2 = 0.$

$\Rightarrow a = 0, b = 2, c = -2.$

Vậy $a + b + c = 0.$

Chọn D.

Câu 45 (VDC)

Phương pháp:

- Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = c + di.$

- Từ các giả thiết tìm $a^2 + b^2, c^2 + d^2, ac + bd.$

- Tính $z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2.$

- Sử dụng hằng đẳng thức $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b).$

Cách giải:

Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = c + di.$

Theo bài ra ta có:

+ $|z_1| = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9$ (1)

+ $|z_1 + z_2| = 3 \Leftrightarrow (a+c)^2 + (b+d)^2 = 9$ (2)

+ $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 27$ (3)

Trừ vế theo vế của phương trình (2) và (3) ta được $4ac+4bd=-18 \Leftrightarrow ac+bd=\frac{-9}{2}$.

Ta có:

$$\left(2\right) \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2+2ac+2bd=9$$

$$\Leftrightarrow 9+c^2+d^2-9=9$$

$$\Leftrightarrow c^2+d^2=9$$

Ta có:

$$z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2$$

$$=\left(a+bi\right)\left(c-di\right)+\left(a-bi\right)\left(c+di\right)$$

$$=ac-adi+bci+bd+ac+adi-bci+bd$$

$$=2ac+2bd=-9$$

Khi đó ta có:

$$\left(z_1\overline{z_2}\right)^3+\left(\overline{z_1}z_2\right)^3$$

$$=\left(z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\right)^3-3\left(z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\right)z_1\overline{z_2}\,\overline{z_1}z_2$$

$$=\left(z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\right)^3-3\left(z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\right)\left|z_1\right|^2\left|z_2\right|^2$$

$$=\left(-9\right)^3-3.(-9).\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)$$

$$=-729+27.9.9=1458$$

Vậy $\left|\left(z_1\overline{z_2}\right)^3+\left(\overline{z_1}z_2\right)^3\right|=1458.$

Chọn A.

Câu 46 (VD)

Phương pháp:

- Chuyển $2\left[f\left(x\right)\right]^2$ sang VT, chia cả 2 vế cho $2f\left(x\right)$.

- Chia cả 2 vế cho x^2.

- Lấy tích phân từ 1 đến 4 hai vế.

Cách giải:

Theo bài ra ta có:

$$2x.f\left(x\right).f'\left(x\right)=x^3+2\left[f\left(x\right)\right]^2 \quad \forall x\in\left[1;4\right]$$

$$\Leftrightarrow 2x.f\left(x\right).f'\left(x\right)-2\left[f\left(x\right)\right]^2=x^3\ \forall x\in\left[1;4\right]$$

$$\Leftrightarrow x.f'\left(x\right)-f\left(x\right)=\frac{x^3}{2f\left(x\right)}\ \forall x\in\left[1;4\right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{xf'\left(x\right)-f\left(x\right)}{x^2}=\frac{x}{2f\left(x\right)}\ \forall x\in\left[1;4\right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'\left(x\right).x-f\left(x\right).x'}{x^2}=\frac{x}{2f\left(x\right)}\ \forall x\in\left[1;4\right]$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f\left(x\right)}{x}\right)'=\frac{x}{2f\left(x\right)}\ \forall x\in\left[1;4\right]$$

Lấy tích phân từ 1 đến 4 hai vế ta được: $\int_1^4\left(\frac{f\left(x\right)}{dx}\right)'dx=\frac{1}{2}\int_1^4\frac{x}{f\left(x\right)}dx.$

$$\Leftrightarrow \left.\frac{f\left(x\right)}{x}\right|_1^4=\frac{1}{2}\int_1^4\frac{x}{f\left(x\right)}dx\Leftrightarrow\int_1^4\frac{x}{f\left(x\right)}dx=2\left(\frac{1}{4}f\left(4\right)-f\left(1\right)\right)=\frac{1}{2}.8-2.1=2.$$

Chọn A.

Câu 47 (VDC)

Phương pháp:

- Tính $h'\left(x\right)$.

- Sử dụng tương giao giải phương trình $h'\left(x\right)=0$.

- Lập BBT hàm số $h\left(x\right)$ trên $\left[-3;3\right]$.

- So sánh $f\left(-3\right),f\left(3\right)$ bằng tích phân và suy ra $\min\limits_{[-3;3]}h\left(x\right)$.

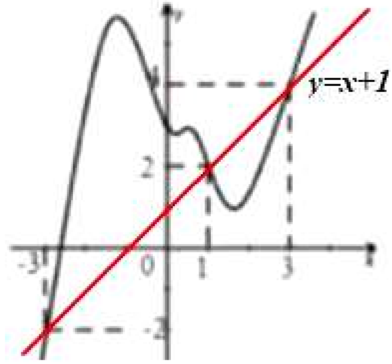
- Giải bất phương trình $\min\limits_{[-3;3]}h\left(x\right)\le 2021$ tìm m.

Cách giải:

Xét hàm số $h\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{\left(x+1\right)^2}{2}+m$ ta có $h'\left(x\right)=f'\left(x\right)-\left(x+1\right)$.

Cho $h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=x+1\left(*\right)$.

Vẽ đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$ và $y=x+1$ trên cùng mặt phẳng tọa độ ta có:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

BBT:

x	-3		1		3
$h'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$h(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Ta cần so sánh $h(-3)$ và $h(3)$.

Ta có:

$$S_1=\int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]dx=\int_{-3}^{1}h'(x)\,dx=h(1)-h(-3)$$

$$S_2=\int_{1}^{3}\left[x+1-f'(x)\right]dx=-\int_{1}^{3}h'(x)\,dx=h(1)-h(3)$$

Dễ thấy $S_1>S_2 \Rightarrow h(1)-h(-3)>h(1)-h(3) \Leftrightarrow h(-3)<h(3)$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;3]} h(x)=h(-3)=f(-3)-2+m.$

Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\dfrac{(x+1)^2}{2}+m$ trên đoạn $[-3;3]$ không vượt quá 2021 thì $f(-3)-2+m \le 2021 \Leftrightarrow m \le -f(-3)+2023$.

Vậy $m \in \left(-\infty;-f(-3)+2023\right]$.

Chọn A.

Câu 48 (VDC)

Cách giải:

Ta có

$$\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)-\left(x^2+mx+m^2\right)\ln\sqrt{2x^2+3}=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)-\frac{1}{2}\left(x^2+mx+m^2\right)\ln\left(2x^2+3\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(2x^2+2\right)\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)-\left(x^2+mx+m^2\right)\ln\left(2x^2+3\right)=0\ \ (*)$$

TH1:

$$\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)=0 \Leftrightarrow x^2+mx+m^2+1=1 \Leftrightarrow x^2+mx+m^2=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x.\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2+\frac{3}{4}m^2=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}m\right)^2+\frac{3}{4}m^2=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{1}{2}m=0 \\ \frac{3}{4}m^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=m=0$$

Thay $x=m=0$ ta có: $\ln 1=0$ (luôn đúng) $\Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

TH2: $\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)\neq 0$

Khi đó $(*) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+2}{\ln\left(2x^2+3\right)}=\dfrac{x^2+mx+m^2}{\ln\left(x^2+mx+m^2+1\right)}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t}{\ln(t+1)}\,(t\geq 2)$, dễ dàng chứng minh được $f(t)$ đồng biến trên $[2;+\infty)$.

Do đó $2x^2+2=x^2+mx+m^2 \Leftrightarrow x^2-mx-m^2+2=0$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta=m^2+4m^2-8\geq 0 \Leftrightarrow 5m^2-8\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq\sqrt{\frac{8}{5}} \\ m\leq-\sqrt{\frac{8}{5}} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện đề bài: $\begin{cases} m\in(-5;15) \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;2;3;4;5;...;14\}$.

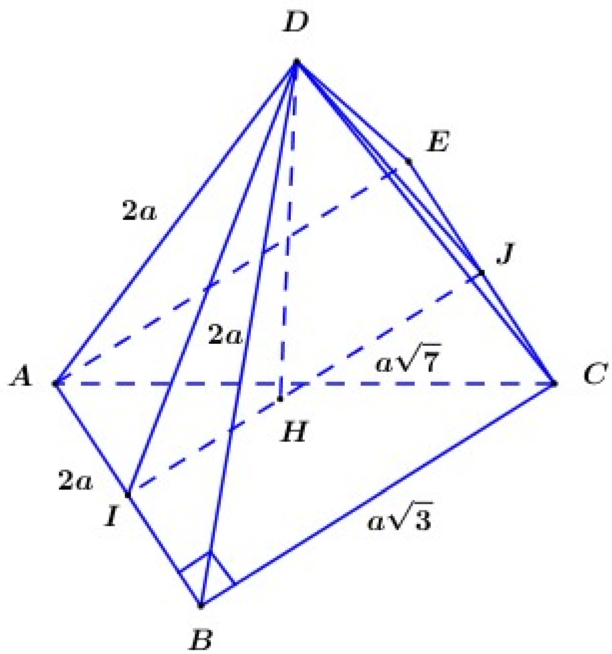
Kết hợp 2 TH ta có $m\in\{-4;-3;-2;0;1;2;3;4;5;...;14\}$.

Vậy có 17 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 49 (VDC)

Cách giải:



Ta có $AB^2 + BC^2 = 4a^2 + 3a^2 = 7a^2 = AC^2$ nên ΔABC vuông tại B (định lí Pytago đảo).

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}.2a.a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}.$

Dựng hình chữ nhật $ABCE$ ta có $AB//CE \Rightarrow AB//(CDE) \Rightarrow d(AB;CD) = d(AB;(CDE)).$

Gọi I là trung điểm của AB, kẻ $IJ//AE//BC.$

Ta có: $\begin{cases} AB \perp DI \\ AB \perp IJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DIJ).$

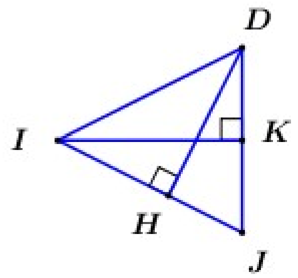
Trong (DIJ) kẻ $DH \perp IJ \left(H \in IJ\right) \Rightarrow DH \perp (ABCD).$

Ta có $d(AB;CD) = d(AB;(CDE)) = d(I;(CDE)).$

Trong (DIJ) kẻ $IK \perp DJ \left(K \in DJ\right)$ ta có:

$\begin{cases} CE//AB \\ AB \perp (DIJ) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (DIJ) \Rightarrow IK \perp IJ$

$\begin{cases} IK \perp IJ \\ IK \perp DJ \end{cases} \Rightarrow IK \perp (CDE) \Rightarrow d(I;(CDE)) = IK = \frac{a}{2}$



Vì ΔABD đều cạnh $2a$ nên $DI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} = IJ \Rightarrow \Delta DIJ$ cân tại $I \Rightarrow K$ là trung điểm của DJ.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông DIK ta có $DK = \sqrt{DI^2 - IK^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

$\Rightarrow DJ = 2DK = a\sqrt{11}.$

Khi đó ta có $S_{\Delta DIJ} = \frac{1}{2}IK.DJ = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a\sqrt{11} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

Lại có $S_{\Delta DIJ} = \frac{1}{2}DH.IJ \Rightarrow DH = \frac{2S_{\Delta DIJ}}{IJ} = \frac{a^2\sqrt{11}}{2.a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{6}$.

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}DH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{33}}{6}.a^2\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{11}}{6}$.

Chọn C.

Câu 50 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $\left|f\left(x\right)\right| = t.$ Phương trình trở thành $g\left(t\right) = 0.$ Giải phương trình tìm $t.$

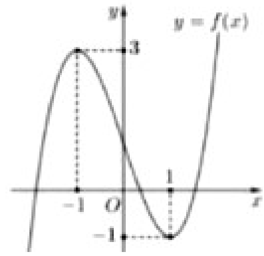
- Sử dụng tương giao đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đặt $\left|f\left(x\right)\right| = t.$ Phương trình trở thành $g\left(t\right) = 0.$

$$\Rightarrow t^3 - 6t^2 + 11t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = 2 \\ t = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = \pm 3 \\ f\left(x\right) = \pm 2 \\ g\left(x\right) = \pm 1 \end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị hàm số:



- Phương trình $f\left(x\right)=3$ có 2 nghiệm phân biệt.

- Phương trình $f\left(x\right)=-3$ có 1 nghiệm.

- Phương trình $f\left(x\right)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

- Phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 1 nghiệm.

- Phương trình $f\left(x\right)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

- Phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Các nghiệm trên đều là phân biệt.

Vậy phương trình $g\left(\left|f\left(x\right)\right|\right)=0$ có tất cả 12 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

HẾT

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan